Η ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΟΥ ΚΑΝΤ ΕΠΙ ΤΟΥ HAMILTON

Ἂν καὶ οἱ δύο αὐτὲς μεγάλες μορφὲς τῆς διανόησης ἔζησαν σὲ διαφορετικὲς ἐποχὲς οἱ δρόμοι τους συναντήθηκαν ἀφοῦ ὁ μεγάλος ἰρλανδός μαθηματικός[1] ἀναζήτησε τὴ θεμελίωση τῆς ἄλγεβρας στὶς θεωρήσεις τοῦ Kant[2].

Ὁ Hamilton[3] εἶναι ἕνας ἀπὸ τοὺς πρώτους ποὺ γύρω στὰ 1830 μελετᾶ τὴν φιλοσοφία

---

1. Ὁ William Rowan Hamilton (1805-1865) ἀπὸ πολὺ μικρὸς ἔδειξε τὴ μεγαλοφυΐα του. Δέκα ἐτῶν μιλοῦσε καὶ ἔγραφε ὄχι μόνο λατινικὰ καὶ ἀρχαῖα ἑλληνικὰ καὶ πολλὲς εὐρωπαϊκὲς γλῶσσες ἀλλὰ καὶ ἑβραϊκά, περσικά, ἀραβικὰ καὶ σανσκριτικά. Παράλληλα ὅμως ἄρχισε νὰ διαφαίνεται καὶ τὸ μεγάλο ταλέντο του γιὰ τὰ Μαθηματικά. Μὲ τὴν εἰσαγωγή του στὸ Trinity College στὸ Δουβλίνο (Πβ. C. E. Maxwell, *A History of Trinity College Dublin, 1591-1892,* Dublin, The University Press, Trinity College, 1946 καὶ W. M. Dixon, *Trinity College Dublin,* London, F. E. Robinson & Co., 1902). Τὸ 1823 γνωρίζει τὰ σύγχρονα Μαθηματικὰ μέσα ἀπὸ τὴ μελέτη ἀγγλικῶν βιβλίων ἀλλὰ κυρίως ἀπὸ τὴ σπουδὴ τῶν διδακτικῶν βιβλίων τῆς παρισινῆς École Polytechnique, τοῦ πιὸ φημισμένου τότε κέντρου γιὰ μαθηματικὲς σπουδές. Οἱ ἐργασίες του ἀρχικὰ στὴν ὀπτικὴ καὶ ἀργότερα στὴ φυσική, προκαλοῦν τὸ ἐνδιαφέρον τῶν εἰδικῶν καὶ πρὶν ἀκόμα ἀποφοιτήσει διορίζεται, τὸ 1827, βασιλικὸς ἀστρονόμος στὸ ἀστεροσκοπεῖο Dunsink τῆς Ἰρλανδίας, θέση ποὺ θὰ διατηρήσει σὲ ὅλη του τὴ ζωή. Τὸ ἔργο του στὰ Μαθηματικὰ καὶ στὴ Φυσικὴ τὸν καθιστοῦν γνωστὸ καὶ σεβαστὸ στὸν εὐρωπαϊκὸ χῶρο. Τὸ 1832 ἐκλέγεται μέλος τῆς Βασιλικῆς Ἰρλανδικῆς Ἀκαδημίας καὶ ἀπὸ τὸ 1837-1845 πρόεδρός της. Λίγο ἀργότερα ἐκλέγεται πρῶτος ξένος ἑταῖρος στὴ νεοϊδρυθεῖσα Ἐθνικὴ Ἀκαδημία Ἐπιστημῶν τῶν Ἡνωμένων Πολιτειῶν. Τὸ ἀρκετὰ σημαντικὸ ποιητικὸ του ἔργο καὶ τὸ πάθος του γιὰ τὴ μουσικὴ συμπληρώνουν αὐτὴν τὴν ἔξοχη πολυπρισματικὴ μορφή. Γιὰ περισσότερες λεπτομέρειες, πβ. R. P. Graves, *Life of Sir William Rowan Hamilton,* τόμοι 3, Longmans Green, 1882-89.

2. Στὸν Kant ὁ χρόνος ὑπάρχει στὸν ὁρισμὸ τοῦ ἀριθμοῦ, ἀφοῦ κάθε σχῆμα εἶναι γινόμενο τῆς φαντασίας, τὸ ὁποῖο καθορίζει a priori τὴν μορφὴ τῆς ἐσώτερης αἴσθησης. «Ὁ ἀριθμὸς λοιπὸν εἶναι ἡ μονάδα τῆς σύνθεσης μιᾶς ποικιλίας μιᾶς γενικὰ ὁμογενοῦς ἐνόρασης, εἰσάγοντας τὸν χρόνο στὴν ἀντίληψη τῆς ἐνόρασης». Κατὰ τὸν Kant ἡ ἀκολουθία τῶν ἀριθμῶν δὲν εἶναι ἀναστρέψιμη (endeutig) δὲν ἀκολουθεῖ ἀνάδρομη φορά, μποροῦμε μονάχα κάθε φορὰ νὰ μετρήσουμε τὸν ἑπόμενο ἀριθμό. Οὐσιαστικὰ κάνει μιὰ τομὴ μεταξὺ «παρελθόντος» καὶ «μέλλοντος» ἀφοῦ οἱ ἀριθμοὶ τοῦ «παρελθόντος» ἔχουν ἤδη δοθεῖ ἐνῷ οἱ ἑπόμενοι «βρίσκονται σὲ ἀναμονὴ» καὶ φυσικὰ δὲν ἔχουν δοθεῖ, ἂν καὶ «οἱ παρελθόντες ἀριθμοὶ» παράγουν τοὺς «μελλούμενους». Σ' αὐτὴ ὅμως τὴ θεώρηση τοῦ Kant, πὼς ὁ ἀριθμὸς εἶναι γενικὰ τὸ σχῆμα τῆς ποσότητας, ἐμπλέκεται τὸ ζεῦγος πεπερασμένο καὶ ἀσυνεχές, χαρακτηριστικὸ τοῦ ἀριθμοῦ μὲ τὸ ζεῦγος ἄπειρο καὶ συνεχές, χαρακτηριστικὸ τῆς ποσότητας, στὰ ὁποῖα ὁ Kant δὲν ἀπαντᾶ. Ἡ ἔννοια τοῦ συνεχοῦς θὰ μελετηθεῖ πολὺ ἀργότερα ἀπὸ τὸν Georg Cantor.

3. Πβ. Sir William R. Hamilton, Our Potrait Gallery n° XXVI, *Dublin University Magazine,* 19, (Jan. – June) 1842, σσ. 94-110.

τοῦ Kant[4,5,6] καὶ κυρίως μετὰ τὴν πρώτη του πολὺ σημαντικὴ ἐργασία. *Γιὰ τὴ γενικὴ μέθοδο στὴ δυναμική*[7] τὴν ὁποία παρουσιάζει στὴ Βασιλικὴ Ἑταιρεία τὸ 1834. Ὁ ἐνθουσιασμός του γιὰ τὴν καντιανὴ μεταφυσικὴ ἀπεικονίζεται στὴν ἀλληλογραφία του ἐκείνης τῆς ἐποχῆς, ἂν καὶ τὰ Μαθηματικὰ ἔχουν πιὰ ἀποβάλει τὸν μανδύα τῆς μεταφυσικῆς[8,9]. Ἀπὸ τὸ 1827 ὁ Hamilton ἐργάζεται γιὰ νὰ θεμελιώσει τὴν ἄλγεβρα στὴν θεώρηση τοῦ χρόνου, πολὺ πρὶν διαβάσει τὴν *Κριτικὴ τοῦ Καθαροῦ Λόγου*. Στὰ Ἀρχεῖα τοῦ Hamilton ἔχει ἤδη βρεθεῖ ἕνα προσχεδίασμα μὲ τίτλο *Θεώρηση γιὰ κάποια σημεῖα στὴ μεταφυσικὴ τῶν κα-*

4. Ὁ βαφτιστικός του, ὁ William Wordsworth, γιὸς τοῦ ποιητῆ, ὁ ὁποῖος ἐνδιαφερόταν γιὰ φιλοσοφικὰ θέματα (πβ. G. DURRANT, *Wordsworth and the Great System. A Study of Wordsworth's Poetic Genius*, Cambridge, Cambridge University Press, 1970 καθὼς καὶ M.M. RADER, *Wordsworth: A Philosophical Approach*, Oxford Clarendon Press, 1967) σπουδάζει στὴ Γερμανία καὶ ὁ Hamilton τοῦ ζητᾶ ἕνα ἀντίτυπο τῆς *Κριτικῆς τοῦ Καθαροῦ Λόγου*.

5. Ἐκείνη τὴν ἐποχὴ μιὰ μεγάλη κατηγορία διανοουμένων, οἱ φυσικοὶ φιλόσοφοι «ἀναζητοῦν τὴν ὀμορφιὰ καὶ τὴν ἀλήθεια στὴ φιλοσοφία. Οἱ περισσότεροι γράφουν ποίηση καὶ ἐκφράζουν τὴ συγκίνησή τους σὲ στίχους... Τὸ πνεῦμα εἶναι τόσο ὑπαρκτὸ ὅσο καὶ τὸ σῶμα... ἀνακάλυψαν τὸν Kant γιὰ νὰ ἀπαντήσουν στὴν προσωπική τους ἀγωνία (Angst)» L. W. PEARCE, Kant, Naturphilosophie and Scientific Method, εἰς *Foundations of Scientific Method: The Nineteenth Century*, (ἐκδ. Ronald N. Giere and Richard Westfall Bloomington), Indiana University Press, 1973 σσ. 5-6.

6. Γιὰ περισσότερες λεπτομέρειες πβ. τὸ βιβλίο τοῦ R. WELLEK, *Immanuel Kant in England 1773-1838*, Princeton, N. J. Princeton University Press, 1931. Γιὰ τὴ σημερινὴ ἐποχὴ πβ. Σ. ΒΙΡΒΙΔΑΚΗ, Ἡ παρουσία τοῦ Kant στὴ σύγχρονη ἀγγλόφωνη φιλοσοφία: ὁ μετασχηματισμὸς τῆς ὑπερβατολογικῆς προσέγγισης, *Νέα Ἑστία*, τ. 156, τεῦχος 1773, Δεκέμβριος, 2004, σσ. 798-848.

7. On a general Method in Dynamics, *Math. Papers*. τ. 1, σσ. 120-168. Ὑπάρχουν δύο μελέτες μὲ αὐτὸν τὸν τίτλο. Στὴν πρώτη ἀποδεικνύει πὼς ἡ χαρακτηριστικὴ συνάρτηση στὴν ὀπτικὴ μπορεῖ ἀνάλογα νὰ χρησιμοποιηθεῖ στὴ δυναμική, ἐνῶ ἡ δεύτερη παρουσιάζει τὴν «κανονικὴ ἐξίσωση» τῆς κίνησης, τὴν ἀρχὴ τοῦ Hamilton καὶ τὴν δική του ἐκδοχὴ τῆς ἐξίσωσης Hamilton-Jacobi (Πβ. C. J. JACOBI, Über die Reduction der Integration der partiellen Differentialgleichungen erster Ordnung zwischen irgend einer Zahl Variabeln auf die Integration eines einzigen systemes gewöhnlicher Differentialgleichungen. *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, τ. 17, 1837, σσ. 97-162.

Γιὰ περισσότερες λεπτομέρειες Πβ. A. CAYLEY, Report on the Recent Progress of theoretical Dynamics, *British Association Reports*, 1857, σσ. 9-26.

8. Ἤδη ὁ J. L. Lagrange στὴν κλασικὴ του πραγματεία *Θεωρία τῶν ἀναλυτικῶν συναρτήσεων...* (1797) ἀναφέρει πὼς μὲ τὴ μέθοδο του (ἀνάπτυξη τῆς συνάρτησης σὲ σειρὰ Taylor) ἔχει ἀπαλλάξει τὴν ἀνάλυση ἀπὸ τὴ μεταφυσική. Ἐπίσης καὶ ὁ A. L. Cauchy θεμελιώνοντας αὐστηρὰ τὴν ἀνάλυση στὴν ἔννοια τοῦ ὁρίου, τὴν ἔχει ἀπελευθερώσει ἀπὸ τὴν μεταφυσική. Πβ. καὶ H. HANKEL, *Die Entdeckung der Mathematik in den letzen Jahrhundert. Ein Vortrag*, Tübingen, 1869.

9. Θὰ θέλαμε νὰ θυμίσουμε πὼς ἐκείνη τὴν ἐποχὴ στὴ Μεγάλη Βρεταννία ὑπῆρχε μιὰ «ἀντιπαλότητα» στὸ πρόγραμμα σπουδῶν τῶν Πανεπιστημίων τοῦ Δουβλίνου καὶ τοῦ Cambridge μὲ τὰ Πανεπιστήμια τῆς Σκωτίας. Τὰ δύο πρῶτα ἔδιδαν μεγαλύτερο βάρος στὴ μαθηματικὴ παιδεία ἐνῶ τὰ σκωτικὰ Πανεπιστήμια στὴ μεταφυσική. Μὲ αὐτὸν τὸν τρόπο κράτησαν ἀνοιχτὸ τὸ πρόβλημα τῆς σχέσης τῶν Μαθηματικῶν μὲ τὴ μεταφυσικὴ καὶ τὴ λογική.

θαρῶν Μαθηματικῶν[10] ὅπου ἀναφέρει πῶς ἡ ἔννοια τοῦ χρόνου μπορεῖ νὰ τοῦ χρησιμεύσει γιὰ «νὰ δώσει μεγαλύτερη ἀκρίβεια καὶ ἁπλότητα στὴν γνώση μας γιὰ τὸν λόγο»[11].

Καθὼς ἡ χαμιλτονιανὴ θεώρηση, χρησιμοποιεῖ τὴν καντιανὴ θεώρηση τοῦ χρόνου καὶ ἀφοῦ ἡ ἔννοια τοῦ χρόνου εἶναι γενικώτερη ἀπὸ τὴν ἔννοια τοῦ χώρου, ὁ μεγάλος ἰρλανδὸς μαθηματικὸς συμπεραίνει[12] πῶς ἡ γεωμετρία παύει νὰ εἶναι ὁ γενικώτερος καὶ βασικώτερος κλάδος τῶν Μαθηματικῶν καὶ τὴ θέση της παίρνει ἡ ἄλγεβρα. Καὶ ἡ ἐνόραση τοῦ καθαροῦ χρόνου «θὰ βρεθεῖ νὰ συνυπάρχει καὶ νὰ ταυτίζεται μὲ τὴν Ἄλγεβρα ἐφ' ὅσον ἡ Ἄλγεβρα εἶναι Ἐπιστήμη»[13].

Χρησιμοποιεῖ τὴν ἔκφραση καθαρὸς χρόνος σὲ ἀντιδιαστολὴ μὲ τὴν ἔννοια τοῦ φαινομένου χρόνου καὶ εἶναι ἡ καθαρὴ μορφὴ τῆς ἐνόρασης κατὰ Kant καὶ ὄχι τὰ ἀντικείμενα τῆς ἐνόρασης ἢ ἡ διάταξη τῶν γεγονότων. Ὅμως καὶ στὴν *Ὑπερβατολογικὴ ἀναλυτικὴ* ὁ Kant παρουσιάζει τὴν ἐνόραση τοῦ χρόνου ὡς οὐσιαστική.

Χαρακτηριστικὴ εἶναι καὶ ἡ θεώρηση ποὺ ἀναπτύσσει στὶς σημειώσεις του γιὰ τὶς *Μεταφυσικὲς Παρατηρήσεις στὴν Ἄλγεβρα*[14]: «Σὲ ὁλόκληρη τὴ μαθηματικὴ ἐπιστήμη μελετᾶμε καὶ συγκρίνουμε σχέσεις. Στὴν ἄλγεβρα οἱ σχέσεις ποὺ πρωτομελετοῦμε καὶ συγκρίνουμε εἶναι σχέσεις μεταξὺ διαδοχικῶν καταστάσεων κάποιου μεταβαλλομένου πράγματος ἢ σκέψης. Καὶ οἱ ἀριθμοὶ εἶναι ὀνόματα ἢ οὐσιαστικὰ τῆς ἄλγεβρας. Σημεῖα ἢ πρόσημα, μὲ τὰ ὁποῖα μιὰ ἀπὸ αὐτὲς τὶς διαδοχικὲς καταστάσεις μπορεῖ νὰ ἀπομονωθεῖ καὶ νὰ διακριθεῖ ἀπὸ τὴν ἄλλη ... Ἔτσι σχέσεις μεταξὺ διαδοχικῶν σκέψεων θεωροῦνται ὡς διαδοχικὲς καταστάσεις μιᾶς γενικότερης καὶ μεταβαλλόμενης σκέψης, ἀποτελοῦν βασικὲς σχέσεις τῆς ἄλγεβρας... Μὲ τὸν Χρόνο καὶ τὸν Χῶρο συνδέουμε ὅλες τὶς συνεχεῖς μεταβολὲς καὶ μὲ τὰ σύμβολα τοῦ Χρόνου καὶ τοῦ Χώρου λογιζόμεθα... Τὰ σημάδια τῆς χρονικῆς καὶ τῆς τοπικῆς θέσης, τὰ τότε καὶ τὰ ἐδῶ γίνονται ἀμέσως σημεῖα καὶ ἐργαλεῖα αὐτοῦ τοῦ μετασχηματισμοῦ μὲ τὰ ὁποῖα οἱ σκέψεις γίνονται πράγματα καὶ τὸ πνεῦμα τίθεται στὸ σῶμα καὶ ἡ δράση καὶ τὸ πάθος τοῦ νοῦ φαίνονται ἐνδεδυμένα μὲ τὴν ἐξωτερικὴ ὕπαρξη καὶ παρατηροῦμε τοὺς ἑαυτούς μας ἀπὸ μακρυά. Καὶ ἕνας τέτοιος μετασχηματισμὸς ὑπάρχει, ὅταν στὴν ἄλγεβρα μελετοῦμε τὴν μεταβολὴ τῶν σκέψεών μας ὡς ἂν ἦταν ἡ πρόοδος κάποιου ξένου πράγματος καὶ εἰσάγει τοὺς ἀριθμοὺς ὡς σημάδια καὶ σημεῖα γιὰ νὰ δηλώσουν τὴ θέση σ' αὐτὴ τὴν πρόοδο»[15].

Σ' αὐτὸ τὸ σημεῖο θὰ θέλαμε νὰ ὑπενθυμίσουμε πῶς ὁ Descartes ἤθελε μὲ ἐργαλεῖο, τὰ Μαθηματικὰ νὰ ἀναθεωρήσει τὴ φιλοσοφία βασιζόμενος στὴν ἔννοια τῆς κίνησης[16], θεώρηση[17] ἡ ὁποία διαπέρασε τὴν ἀρχαία ἑλληνικὴ φιλοσοφία καὶ τὰ ἀρχαῖα ἑλληνικὰ μαθη-

---

10. Consideration on some points in the Metaphysics of Pure Mathematics. Misc. Papers box 6.

11. *Αὐτόθι.*

12. W. R. Hamilton, *Mathematical Papers*, T. 3, σ. 7.

13. *Αὐτόθι.*

14. Note book 24. 5. fol. 49, (χειρόγραφες σημειώσεις του Hamilton), Trinity College Dublin.

15. Note book 24. 5 fol. 49, Trinity College Dublin.

16. «La nature du mouvement duquel j'entends ici parler, est si facile à connaître que les Géomètres mêmes, qui entre tous les hommes se sont les plus étudiés à concevoir bien distinctement les choses qu'ils ont considérées, l'ont jugée plus simple et plus intelligible que celle de leurs superficies et de leurs lignes; ainsi qu'il paraît en ce qu'il ont expliqué la ligne par le mouvement d'un point et la supeficie par celui d'une ligne», *ἔνθ' ἀν.*, XI, σ. 39.

17. Πβ. Chr. Phili, Has flux's concept ancient roots? An attempt at an approach, *Galileo*, Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación, Montevideo Uruguay, 2002, σσ. 1-7.

ματικά[18].

Σ' ἕνα κείμενο τοῦ Hamilton τοῦ 1832 ἀναφέρει πὼς ἡ γνώση μας γιὰ τὸν χρόνο φαίνεται νὰ περιέχει πολὺ περισσότερα ἀπὸ τὴν καθαρὴ διάταξη ἢ διαδοχὴ γιατί ἀναφέρεται σὲ γεγονότα ποὺ ἔγιναν ἐνῶ ἡ ἄλγεβρα βασίζεται σὲ μιὰ καθαρὰ νοητικὴ ἰδέα τῆς διάταξης ἡ ὁποία μπορεῖ νὰ μεταβληθεῖ. Συγκεκριμένα ἀναφέρει: «ἡ ἰδέα τοῦ χρόνου εἶναι μιὰ ἀντικειμενικὴ διάταξη. Ὅταν τὴ δοῦμε ὑποκειμενικά, ὅτι προσπαθεῖ νὰ φθάσει σὲ σκέψεις παρὰ σὲ πράγματα, σχηματίζουμε τὴν πλησιέστερη προσέγγιση τῆς ἰδέας τοῦ χρόνου ὅταν σκεφθοῦμε μιὰ διάταξη ὡς τὴ νοητικὴ βάση τῆς ἄλλης, καὶ θεωρήσουμε τὴν τελευταία διευθέτηση, ἡ ὁποία σ' αὐτὴ τὴν ἄποψη ὁμοιάζει στὴ σειρὰ τῶν γεγονότων, ὡς περιοριζομένων σὲ μιὰ νοητικὴ ἐξάρτηση τῆς πρότερης διευθέτησης ποὺ ἀντιστοιχεῖ στὴ σειρὰ τοῦ χρόνου. Ἀλλὰ ἂν καὶ κάνουμε αὐτὴ τὴν προσέγγιση ... τὴν ἰδέα τοῦ χρόνου δὲν τὴν ἐπιτυγχάνουμε ἐντελῶς οὔτε τὴν ἐκφράζουμε σωστά, οὔτε μὲ ἄλλη μέθοδο ποὺ ἀποκλείει τὴν ἀπόδοση τῆς ἀντικειμενικότητας ἢ καθιστᾶ τὴν διάταξη τοῦ χρόνου μιὰ ἠθελημένη διευθέτηση τοῦ νοῦ. Πρέπει λοιπὸν νὰ ἀπορρίψω τὴ θεώρηση τοῦ Kant ὅτι ὁ χρόνος εἶναι ὑποκειμενικὸς καὶ εἰς τὸν νοῦν; Ὄχι, ἂν σωστὰ πιστεύω τὴν θεωρία πὼς ὁ χρόνος εἶναι μιὰ μορφὴ ἀνθρώπινης σκέψης, ἕνα ἀποτέλεσμα τοῦ μηχανισμοῦ τῆς κατανόησής μας. Ἀλλὰ σίγουρα, ἀκόμα καὶ σύμφωνα μὲ αὐτὴ τὴ θεωρία ἔτσι ἑρμηνευόμενη, ἡ σκέψη τοῦ χρόνου εἶναι ἀκούσια καὶ ἡ διευθέτηση ἢ ἡ διάταξη τοῦ χρόνου ἀπέχει τοῦ νὰ εἶναι ἀντικειμενική. Γνωρίζω πὼς πολλοὶ θὰ τὸ ὀνομάσουν ἕνα παιχνίδι τῶν λέξεων, ἀλλὰ ἔχω τὴ γνώμη ὅπως ἡ Madame de Staël[19] καὶ ἄλλοι, ὅτι ὅταν οἱ ἄνθρωποι διαφωνοῦν γιὰ τὶς λέξεις ὑπάρχει πάντα κάποια διαφορὰ στὶς ἰδέες ἐπίσης καὶ τὸ ζήτημα ἂν ὁ χρόνος δὲν εἶναι ἐν μέρει ἀντικειμενικός, χρησιμεύει τουλάχιστον νὰ κάνει σαφέστερη τὴ σημασία τὴν ὁποίαν ἀποδίδει ὁ ἐρωτώμενος στὴ λέξη ἀντικειμενικὸ ἂν ὄχι στὴν ἰδέα τοῦ χρόνου»[20].

Ὁ ἀντικειμενικὸς χαρακτήρας τοῦ χρόνου εἶναι ἐκεῖνος ποὺ τὸν ὁδηγεῖ στὴν μελέτη του γιὰ τὴν ὕπαρξη τῶν μαθηματικῶν ἀντικειμένων. «Ἂν θεωρήσουμε κάθε στιγμὴ στὴν ἀπροσδιόριστη διαδοχὴ τοῦ χρόνου ὡς ἕνα ἀντικείμενο τῆς σκέψης πρέπει νὰ τὴν σκεφθοῦμε ἔχοντας κάποια δική της θέση στὴ διαδοχὴ μὲ τὴν ὁποία διακρίνεται ὡς ἕνα ἀντικείμενο ἀπὸ ὅλες τὶς ἄλλες στιγμὲς τοῦ χρόνου... ἡ δυνατότητα νὰ χρησιμοποιοῦμε στιγμὲς στὴν ἄλγεβρα καὶ σημεῖα στὴ γεωμετρία ὡς ἀντικείμενα, φαίνεται νὰ εἶναι ἕνα βασικὸ ἀξίωμα σ' αὐτὲς τὶς ἐπιστῆμες»[21].

Στὰ ἀρχαιοελληνικὰ μαθηματικὰ κριτήριο ὕπαρξης ἦταν ἡ δυνατότητα κατασκευῆς, ἀργότερα ἡ ὕπαρξη ἐθεωρεῖτο δεδομένη μὲ τὴν λήψη ἢ τὴν ἔκθεση τῆς ἐξεταζόμενης ποσότητας. Μὲ τὴν ἀπόδειξη τοῦ Gauss γιὰ τὸ θεμελιῶδες θεώρημα ἐγκαινιάζεται ἡ καινούργια προσέγγιση γιὰ τὴ μαθηματικὴ ὕπαρξη. Ἀργότερα τὰ θεωρήματα ὕπαρξης θὰ ἀποτελέσουν κοινὸ τόπο γιὰ τὰ Μαθηματικὰ τοῦ 19ου αἰώνα[22].

---

18. Αριστοτελους, *Περὶ Ψυχῆς* 409 α4: «Ἐπεί φασι κινηθεῖσαν γραμμὴν ἐπίπεδον ποιεῖν, στιγμὴν δὲ γραμμήν».

19. Ἐπίσης ὁ Hamilton ἔμαθε γιὰ τὴν καντιανὴ φιλοσοφία καὶ ἀπὸ τὸ ἔργο τῆς Madame de Staël, *Allemagne*, ἀπὸ τοὺς φίλους του, τοὺς ὀνομαστοὺς ποιητὲς Coleridge, Carlyle καθὼς καὶ ἀπὸ τὸ ἔργο τοῦ D. Stewart, *Philosophical Essays*.

20. R. W. Hamilton, *Misc. Papers*, box 6 21, April, 1832.

21. Trinity College Dublin, Note book 35.5 (χωρὶς ἀρίθμηση σελίδων).

22. Ὅπως τὰ θεωρήματα ὕπαρξης λύσης στὶς διαφορικὲς ἐξισώσεις. Πβ. π.χ. τὴ μελέτη τοῦ A. L. Cauchy, Mémoire sur l'emploi du nouveau calcul, appelé calcul des limites, dans l'intégration d'un système d'équations différentielles. *Comptes Rendus Ac. Sc. Paris*, τ. 15, 1842, σσ. 14-25. Ἡ μέθοδός του *λογισμὸς τῶν ὁρίων* εἶναι αὐτὴ ποὺ σήμερα ὀνομάζουμε μέθοδος τῶν ἄνω φραγμένων συναρτήσεων.

Φυσικὰ οἱ θεωρήσεις τοῦ Hamilton γιὰ τὴν ἀντικειμενικότητα τοῦ χρόνου εἶναι ἐπηρεασμένες ἀπὸ τὴ μελέτη του στὸν Kant. *Οἱ ἀναλογίες τῆς ἐμπειρίας* προσφέρουν τὸ βάθρο γιὰ τὴν ἀνάπτυξη τῶν θεωριῶν τοῦ μεγάλου ἰρλανδοῦ μαθηματικοῦ. Στὸ κεφάλαιο αὐτὸ ὁ Kant ἀποδεικνύει πὼς ἡ ἐμπειρία εἶναι δυνατὴ μόνο ἀπὸ τὴν παράσταση τῆς ἀναγκαίας σύνθεσης τῶν ἀντιλήψεων, ἐνῶ ἀπὸ τὶς τρεῖς ἀναλογίες ἡ δεύτερη εἶναι σημαντικὴ γιὰ τὴν ἄλγεβρα ἀφοῦ συνδέεται μὲ τὴν διαδοχὴ τῶν παραστάσεων στὸ χρόνο. Μάλιστα ὁ Kant ἀναφέρει πώς: «αὐτὴ καθ' αὐτὴ ἡ ἐμπειρία... εἶναι.... δυνατὴ μόνο ὅταν ἐκθέσουμε τὴν διαδοχὴ τῶν παρουσιάσεων καὶ γι' αὐτὸ κάθε μεταβολή, σύμφωνα μὲ τὸ νόμο τῆς αἰτιότητας»[23]. Αὐτὸς ὁ νόμος εἶναι μιὰ a priori συνθήκη γιὰ νὰ ἀποκτήσουν τὰ φαινόμενα διάταξη στὸ χρόνο. Εἶναι γνωστὸ τὸ παράδειγμα ἑνὸς παρατηρητῆ ποὺ κοιτᾶ τὴν πρόσοψη ἑνὸς μεγάλου σπιτιοῦ καὶ ἑνὸς ἄλλου ποὺ κοιτᾶ μιὰ βάρκα μέσα σ' ἕνα ρεῦμα»[24].

Στὴν προσπάθειά του νὰ ἀναθεωρήσει τὴν ἄλγεβρα, ὁ Hamilton ἐπιλέγει νὰ ρίξει τὸ κέντρο βάρους στὰ στοιχεῖα, καὶ ὄχι στὸ modus operandi, ποὺ τὶς θεωροῦσε δευτερεύουσες, ἀναζητώντας τὴν ἀληθινή τους σημασία σὲ κάποια νοητικὴ ἐνόραση. Αὐτὴ ἡ ἐνόραση θὰ τὸν βοηθήσει νὰ κατασκευάσει τὴν ἔννοια τοῦ ἀριθμοῦ. Ἡ καντιανή[25] θεώρηση τῆς μορφῆς τῆς ἐσωτερικῆς αἴσθησης, ὅπως ὀνομάζει ὁ μεγάλος γερμανὸς φιλόσοφος τὴν καθαρὴ ἐνόραση τοῦ χρόνου, ἱκανοποιοῦσε τὸν Hamilton καθὼς ὁ χρόνος ἀποτελοῦσε τὴ βάση γιὰ τὶς ἀριθμητικὲς καὶ ἀλγεβρικὲς ἔννοιες στὴν *Κριτικὴ τοῦ Καθαροῦ Λόγου*.

Μὲ τὴν ἔννοια τοῦ καθαροῦ χρόνου ὁ μεγάλος ἰρλανδὸς μαθηματικός[26] θὰ κατασκευάσει ὄχι μόνο τοὺς πραγματικοὺς ἀριθμούς, ἀλλὰ καὶ τὰ ζεύγη καὶ τὰ quaternions· δὲν περιορίζεται στοὺς πραγματικοὺς ἀριθμοὺς τῆς ἀριθμητικῆς ἀλλὰ μπορεῖ νὰ δημιουργήσει παράξενα κατασκευάσματα, παράξενους ἀριθμοὺς μὲ τὶς δικές τους πράξεις ἀρκεῖ νὰ μποροῦν νὰ κατασκευασθοῦν ἀπὸ τὴ θεώρησή του γιὰ τὴν ἐνόραση τοῦ χρόνου.

Ὁ Hamilton πίστευε πὼς οἱ καντιανὲς θεωρήσεις εἶναι κατάλληλες γιὰ τὴ δημιουργία τῆς ἄλγεβρας. «Ὑπάρχει κάτι τὸ μυστηριῶδες καὶ τὸ ὑπερβατικὸ στὴν ἰδέα τοῦ χρόνου, ἀναφέρει, ἀλλὰ ὑπάρχει ἐπίσης κάτι καθορισμένο καὶ σαφές, καὶ ἐνῶ οἱ μεταφυσικοὶ διαλογίζονται γιὰ τὸ πρῶτο, οἱ μαθηματικοὶ λογίζονται μὲ τὸ δεύτερο»[27].

Ὁ Hamilton θέλει νὰ προσεγγίσει τὴν ἄλγεβρα μὲ διαφορετικὸ τρόπο καθὼς τὴν θεωρεῖ «ὡς κλάδο καὶ σχεδὸν ὡς ἕνα εἶδος φιλοσοφίας τοῦ νοῦ»[28] καὶ τὸ χρόνο «ὡς ἐσώτερη αἴσθηση» τὴν πιὸ ἀρχέγονη ἀπὸ ὅλες τὶς ἐνοράσεις. Ἔτσι ἡ ἐπιστήμη τῆς καθαρῆς ἐνόρασης θὰ σχηματίσει τὴν θεμελιώδη[29] ἐπιστήμη τῆς ἀνθρώπινης σκέψης.

Τὸ ἀπόσπασμα ποὺ σημάδεψε τὸν Hamilton, εἶναι τὸ παρακάτω: «Ὁ χρόνος καὶ ὁ χῶρος εἶναι ἑπομένως δύο πηγὲς γνώσης ἀπὸ τὶς ὁποῖες μποροῦν νὰ προέλθουν σώματα τῆς a priori συνθετικῆς γνώσης. (Τὰ καθαρὰ Μαθηματικὰ ἀποτελοῦν ἕνα λαμπρὸ παράδειγ-

---

23. A 189 - B 234.

24. A 190 - B 235, A 133 - B 238.

25. Πβ. W. PEARCE, Kant, Naturphilosophie and Scientific Method *in Foundations of Scientific Method: The Nineteenth Century,* ed. R. M. Giere and R. S. Westfall. Bloomigton: Indiana University Press ,1973, σσ. 3-22.

26. Γιὰ περισσότερες λεπτομέρειες πβ. R. WELLEK, *Immanuel Kant in England. 1793-1838.* Princeton, N. J. Princeton University Press, 1931.

27. R. W. HAMILTON, *Math. Papers,* Vol. 3, σ. 7.

28. Trinity College Library Dublin, M.S.S., 5123-33.

29. Οἱ ἀπόηχοι αὐτῆς τῆς θεώρησης θὰ ἐνσαρκωθοῦν στὰ ἔργα τοῦ G. BOOLE ποὺ διακηρύσσουν πὼς ἡ ἄλγεβρα μπορεῖ νὰ θεωρηθεῖ ὡς σύστημα τυπικῆς λογικῆς, πβ. *Mathematical Analysis of Logic* (1847) καὶ *Investigation of the Laws of Thought* (1854).

μα τέτοιας γνώσης, εἰδικὰ ὅπως θεωρεῖ τὸ χῶρο καὶ τὶς σχέσεις του). Ὁ χρόνος καὶ ὁ χῶρος, λαμβανόμενα μαζί, εἶναι καθαρὲς μορφὲς ὅλων τῶν ἐνοράσεων καὶ ἔτσι κάνουν a priori δυνατὲς τὶς συνθετικὲς προτάσεις»[30].

Ὠθούμενος ἀπ' αὐτὸ ὁ Hamilton θέλει νὰ θεμελιώσει τὴν ἄλγεβρα στὴ μορφὴ τῆς ἐσώτερης ἔννοιας, ποὺ ὀνομάζει χρόνο, ὅπως ἀκριβῶς ἡ γεωμετρία θεμελιώνεται στὴ μορφὴ τῆς ἐξωτερικῆς αἴσθησης ποὺ ὀνομάζεται χῶρος.

Ὁ Hamilton γιὰ πρώτη φορὰ ἀναφέρεται δημόσια στὴ θεωρία του, στὴν θεώρηση τῆς ἄλγεβρας ὡς καθαροῦ χρόνου τὸ 1832 στὸ μάθημά του[31] στὸ Trinity College. Μὲ τὴν ἔκδοση τοῦ ἔργου του *Theory of Conjugate Functions, or Algebraic Couples, with a preliminary and elementary essay on algebra as the Science of Pure Time*, θεωρεῖ πὼς στὴν μακροσκελῆ ἐργασία του παρουσιάζει τὴν ἕνωση Μαθηματικῶν καὶ Μεταφυσικῆς[32].

Μὲ τὸ ἔργο του αὐτὸ ὁ Hamilton ἐπιχειρεῖ νὰ θεμελιώσει τὴν ἄλγεβρα στὴν ἔννοια τοῦ καθαροῦ χρόνου, θεώρηση ποὺ ἀποδεικνύει ὄχι μόνο τὴ μεγαλοφυΐα τοῦ μεγάλου ἰρλανδοῦ, ἀλλὰ καὶ τὴν πρωτοτυπία του. Τὴν ὅλη αὐτὴ σύλληψη, ὅπου ἡ φαντασία παίζει ἀποφασιστικὸ ρόλο, θὰ τὴν χρησιμοποιήσει καὶ ἀργότερα γιατὶ ὅπως πιστεύει «θὰ δημοσιεύσει καὶ ἄλλες ἐφαρμογές, ἰδιαίτερα στὶς ἐξισώσεις, στὰ ὁλοκληρώματα, στὴ θεωρία τῶν triplets καὶ συνόλου στιγμῶν,.... καὶ ἀριθμῶν, ποὺ περιλαμβάνει τὴν θεωρία τῶν ζευγῶν»[33].

Τὸ 1837 παρουσιάζει τὴ σημαντικὴ μελέτη του: *Θεωρία συζυγῶν συναρτήσεων ἢ ἀλγεβρικῶν ζευγῶν μαζὶ μὲ τὸ προκαταρκτικὸ καὶ στοιχειῶδες δοκίμιο γιὰ τὴν ἄλγεβρα ὡς ἐπιστήμη τοῦ καθαροῦ χρόνου*»[34]. Γιὰ νὰ θεμελιώσει τὴν ἄλγεβρα[35] σὲ μιὰ στέρεη βάση συνεχίζοντας τὴν τάση τοῦ 19ου αἰώνα, τῆς ἀναθεώρησης καὶ αὐστηρῆς θεμελίωσης τῆς ἀνάλυσης, ἀναζητᾶ νὰ δημιουργήσει γιὰ τὴν ἄλγεβρα κάποιες ἐνορατικὲς ἀρχὲς καὶ ὁ Hamilton θεωρεῖ πὼς αὐτὲς μποροῦν νὰ ληφθοῦν ἀπὸ τὴν ἐνόραση τοῦ καθαροῦ χρόνου.

Ποιὰ ὅμως εἶναι ἡ ἐννοιολογικὴ θεώρηση ποὺ δίδει ὁ μεγάλος ἰρλανδὸς μαθηματικὸς στὴν ἔννοια τοῦ καθαροῦ χρόνου; Μελετώντας τὴν *Κριτικὴ τοῦ Καθαροῦ Λόγου* ἐπηρεάζεται καὶ θεωρεῖ τὸν καθαρὸ χρόνο ὡς τὴ μορφὴ τῆς ἐσώτερης αἴσθησης μὲ τὴν ὁποία διατάσσουμε ὅλες τὶς ἀντιλήψεις ἢ αἰσθητὲς ἐνοράσεις νὰ ὑπάρχουν ταυτόχρονα ἢ διαδοχικά. Δηλαδὴ θέτοντας μιὰ σχέση διάταξης, σὲ σύγχρονη μαθηματικὴ γλῶσσα θὰ μεταφράζουμε αὐτὴ τὴ θεώρηση ὡς $A=B$ ἢ $A<B$ ἢ $A>B$ ὅπου M εἶναι ἕνα σύνολο στιγμῶν καὶ $A, B \in M$[36].

---

30. A 38-39 - B 55-56.

31. Τὸ 1833 δημοσιεύεται στὸ *Dublin University Review*.

32. Ἐπιστολὴ τοῦ Hamilton τῆς 4ης Ὀκτωβρίου 1835 στὸν de Vere. Πβ. Graves, *ἔνθ.' ἀν.*, τ. 2, σ. 164.

33. *Ἔνθ.' ἀν.*, σ. 165.

34. Theory of Conjugate Functions, or Algebric Couples; with a preliminary and Elementary Essay on Algebra as the Science of Pure Time, *Transactions of the Royal Irish Academy*, 17, 1837, σσ. 293-422. Πβ. ἐπίσης W. R. Hamilton, *Mathematical Papers*, Cambridge, Cambridge University Press, 1967, T. 3, σσ. 3-96. Τὸ πρῶτο μέρος ποὺ στὴν πραγματικότητα εἶναι τὸ τρίτο παρουσιάζεται στὴν Ἰρλανδικὴ Βασιλικὴ Ἀκαδημία τὸ Νοέμβριο τοῦ 1833, τὸ δεύτερο τὸν Ἰούνιο τοῦ 1835. Μαζὶ μὲ τὸ πρῶτο μέρος, καὶ τὶς γενικὲς εἰσαγωγικὲς παρατηρήσεις δημοσιεύεται τὸ 1837 στὰ *Πρακτικὰ τῆς Ἀκαδημίας*.

35. Στὴν ἐπιστολή του τῆς 4ης Ὀκτωβρίου 1835 στὸ φίλο του A. de Vere θεωρεῖ πὼς αὐτὴ ἡ ἐργασία του «εἶναι ἡ πρώτη ἐγκαθίδρυση... πάνω στὴ ἕνωση Μαθηματικῶν καὶ Μεταφυσικῆς». Graves, *ἔνθ.' ἀν.*, τ. 2, σσ. 96-97.

36. Αὐτὴ τὴ θεώρηση τοῦ Hamilton χρησιμοποιεῖ ὁ Κ. Καραθεοδωρῆς ὅταν τὸ 1924 παρουσιάζει στὴν Πρωσσικὴ Ἀκαδημία Ἐπιστημῶν τὴν ἐργασία του γιὰ τὴ θεμελίωση τῆς

Ὅπως ξέρουμε στὴν καντιανὴ θεώρηση γιὰ τὴν κατασκευὴ τοῦ ἀριθμοῦ[37], ὁ χρόνος ἀποτελεῖ μιὰ βασικὴ ἐνόραση, οὔτε αὐτὴν ὅμως ξεκαθαρίζει οὔτε τὴν κατασκευή της. Ἐξ' ἄλλου δὲν καθορίζει οὔτε τὴ διαμέριση οὔτε τὴν διαδοχὴ τοῦ χρόνου. Ὁ Hamilton θὰ παρουσιάσει τὴν κατασκευὴ τοῦ ἀριθμοῦ μὲ τὴ βοήθεια τῆς ἔννοιας τοῦ χρόνου, θεωρώντας πὼς «ἂν ἔχουμε σχηματίσει τὴ σκέψη ὁποιασδήποτε χρονικῆς στιγμῆς μποροῦμε μετὰ εἴτε νὰ ἐπαναλάβουμε αὐτὴ τὴ σκέψη, εἴτε νὰ σκεφτοῦμε μιὰ διαφορετικὴ στιγμή»[38]. Ἡ σύγκριση δύο τέτοιων στιγμῶν δημιουργεῖ τὴν ἔννοια τῆς βαθμίδας εἴτε προγενέστερα εἴτε μεταγενέστερα. Ὁ ἀριθμὸς λαμβάνεται ἀπὸ μιὰ ἀκολουθία ἴσων χρονικῶν βαθμίδων εἴτε μεγαλύτερων εἴτε μικρότερων τοῦ μηδενός, ἐνῶ ἔχουμε τυχαῖα ἐπιλέξει τὴ χρονικὴ στιγμὴ μηδέν. Ἔτσι λοιπὸν ἕνα «ἀντίθετο, ἀπὸ τὸ θετικὸ» βῆμα μᾶς πάει πίσω στὸ χρόνο, μὲ αὐτὴν τὴν ἀντίθετη κατεύθυνση τοῦ χρόνου, ὁ Hamilton ὁρίζει τοὺς ἀρνητικοὺς ἀριθμοὺς καὶ ὄχι ὡς *magnitudo negativas*.

Οὐσιαστικὸς στόχος αὐτῆς τῆς σημαντικῆς μελέτης του εἶναι νὰ ἐγκαταλείψει ὡς βάση τῆς ἄλγεβρας τὴν θεώρηση τοῦ ἀριθμοῦ ἀλλὰ νὰ χρησιμοποιήσει τὴν ἐνορατικὴ θεώρηση τοῦ καθαροῦ χρόνου.

Στὴν καταπληκτική του σύλληψη, ποὺ τὴ θεωροῦσε ἐφάμιλλη τῆς δημιουργίας τοῦ ἀπειροστικοῦ λογισμοῦ καὶ βασικὸ ἐργαλεῖο στὴ φυσική, στὴ θεωρία τῶν Quaternions[39,40], ὁ Hamilton ὁμολογεῖ πὼς ἡ μελέτη τῆς *Κριτικῆς τοῦ καθαροῦ Λόγου* ἦταν καθοριστικὴ καθὼς ὁ Kant στὸ κλασικό του ἔργο δηλώνει πὼς εἶναι δυνατή, ἡ ἐπιστήμη τοῦ καθαροῦ χρόνου[41].

Ὅλα αὐτὰ τὰ δημιουργήματα τοῦ Hamilton, ζεύγη, triplets, καὶ ὅλοι οἱ καινούργιοι ὑπερφανταστικοὶ ἀριθμοὶ ἀποτελοῦν μέρος τῆς ἴδιας θεώρησης ἡ ὁποία βασίζεται στὴν μεταφυσικὴ ἔννοια τοῦ καθαροῦ χρόνου. Καθὼς δὲ ἡ ἐσώτερη ἔννοια τοῦ χρόνου εἶναι γενικότερη ἀπὸ τὴν ἐξωτερικὴ τοῦ χώρου, καταλήγει νὰ ὑποθέσει πὼς ἡ ἄλγεβρα εἶναι γενικότερη καὶ πιὸ βασικὴ ἀπὸ τὴν γεωμετρία[42].

Στὰ Μαθηματικὰ ὁ Kant δίδει ἐξαιρετικὴ σημασία σὲ δύο ἔννοιες: στὴν ἐνόραση καὶ τὴν κατασκευή· τὸ ἴδιο ἀκριβῶς θεωρεῖ καὶ ὁ Hamilton. Οἱ ἔννοιες αὐτὲς γίνονται σαφέστερες ὅταν ἐφαρμόζονται στὴ γεωμετρία παρὰ στὴν ἄλγεβρα, ἴσως γι' αὐτὸ νὰ τὶς προτιμοῦσε ὁ Kant.

εἰδικῆς θεωρίας τῆς σχετικότητας. K. Carathéodory, Zur Axiomatik der speziellen Relativitätstheorie, *Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften. Physikalisch - mathematische Klass*, 1924, σσ. 12-27.

37. Ἀργότερα ὁ D. Hilbert, ἀντίθετος στὴν «γενετικὴ μέθοδο», μὲ τὴν ὁποία μέσω διαδοχικῶν ἐπεκτάσεων φθάνουμε ἀπὸ τὴν ἔννοια τῶν μονάδων, στὴν γενικὴ θεώρηση τῆς ἔννοιας τοῦ ἀριθμοῦ στὴν ἀξιωματικὴ μέθοδο ὅπου εἰσάγει τοὺς ἀριθμοὺς συλλογικά, ὡς στοιχεῖα ἑνὸς συνόλου τὸ ὁποῖο εἶναι ἐφοδιασμένο μ' ἕνα σύστημα ἀξιωμάτων ποὺ ἐπιτρέπουν νὰ ἐξάγουμε κάθε ἰδιότητα ἀπὸ μιὰ πεπερασμένη διαδοχὴ συλλογισμῶν. Πβ. D. Hilbert, Ueber den Zahlbegriff, *Jahresbericht der deutschen Math. Verein*, τ. 8, 1900, σσ. 180-194.

38. R. W. Hamilton, *ἔνθ.' ἀν.*, τ. 3, σ. 9.

39. Ὁ Hamilton δὲν θεωρεῖ τριάδες ἀλλὰ τετράδες (α, β, c, d) ὠθούμενος ἀπὸ τὴν κλασικὴ παράσταση τῶν μιγαδικῶν ἀριθμῶν $a+bi+cj+dk$ ὅπου $i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1$ καὶ $ij = k$, $ji = -k$, $jk = i$, $kj = -i$, $ki = j$, $ik = -j$. Σὲ σύγχρονη μαθηματικὴ γλῶσσα θὰ λέγαμε πὼς τὸ σύνολο τῶν quaternions σχηματίζει μιὰ μὴ μεταθετικὴ division ἄλγεβρα στοὺς πραγματικοὺς ἀριθμούς.

40. Πβ. *Lectures on Quaternions*, 1853 καὶ *Elements of Quaternions*, τόμοι 2, 1866, 2η ἔκδ. 1899-1901, Chelsea reprint, 1969.

41. W. R. Hamilton, *Mathematical Papers*, Cambridge University Press, 1967, τ. 3, σ. 117.

42. R. W. Hamilton, *Mathematical Papers*, τ. 3, σ. 7.

Ἡ ἐμμονὴ τοῦ Kant στὴν κατασκευή, θὰ βρεῖ στὸ πρόσωπο τοῦ Hamilton ἔναν ἄξιο συνεχιστή. Ἔτσι ὁ μεγάλος ἰρλανδὸς μαθηματικὸς ἐκθέτει, ὅπως εἴδαμε, τὴν κατασκευὴ τῶν ἀριθμῶν καὶ γίνεται ὁ προάγγελος τῶν ἐνορατικῶν Μαθηματικῶν.

Τὸ 1907, ὁ L. E. J. Brouwer στὴ διδακτορική του διατριβὴ γιὰ τὰ *Θεμέλια τῶν Μαθηματικῶν*[43] διατυπώνει τὴν θεωρία τῶν ἐνορατικῶν Μαθηματικῶν. Γιὰ τὸν ὀλλανδὸ μαθηματικὸ ἡ ὕπαρξη ἑνὸς μαθηματικοῦ ἀντικειμένου[44] ἀποδεικνύεται μέσα ἀπὸ μιὰ διαδικασία «κατασκευῆς» του. Μέσα ἀπὸ αὐτὴ τὴ διαδικασία ἐπιλέγεται τὸ τί εἶναι καὶ τὸ τί δὲν εἶναι ἀποδεκτὸ ἀπὸ τὴν ἐνόραση[45] καὶ σὲ αὐτὴ τὴ διαδικασία βρίσκεται ἡ μόνη δυνατὴ θεμελίωση τῶν Μαθηματικῶν[46].

Χ. Φιλη
(Ἀθῆναι)

43. L. E. J. Brouwer, *Over de Grundslagen der Wiskunde* (1907). Πβ. ἐπίσης G. Roussopoulos, Brower's intuitionism: mathematics and language. *Φιλοσοφία*, Ἀκαδημία Ἀθηνῶν, τ. 19-20, Ἀθήνα, 1989-1990, σσ. 424-439. *Collected Works*, ἐκδ. A. Heyting τ. 1, North Holland, Amsterdam, 1975, σσ. 11-15.

44. Οἱ φορμαλιστὲς ἀντιτάσσουν τὸν στατικὸ καὶ ἄχρονο χαρακτῆρα τῶν μαθηματικῶν ἀντικειμένων.

45. Πβ. L. E. J. Brouwer, Intuitionism and Formalism, *Amer. Math. Soc. Bull.*, (δηλ. Bull.), T. 20, 1913-14, σσ. 81-96 καὶ Mathematik, Wissenschaft und Sprache, *Monatshefte für Mathematik und Physik*, 36, 1929, σσ. 153-164. Καθὼς καὶ Conciousness, philosophy and Mathematics, *Proceedings of 10th International Congress of Philosophy*, North Holland Amsterdam, 1948, σσ. 1235-1249.

46. Ἀρκετοὶ μαθηματικοὶ υἱοθετοῦν τὰ ἐνορατικὰ Μαθηματικὰ καὶ παρουσιάζουν τὰ ἐρευνητικά τους ἀποτελέσματα. Πβ. A. Heyting, Untersuchungen über intuitionistische Algebra, *Verhandelingen der Ned. Akad. von Wetensch. Afd. Naturkunde* 1, sectie 18, n° 2, 1941, 36 σσ. καὶ Intuinistic Views on the Nature of Mathematics. *Synthese*, 27, 1974, σσ. 88-92. H. Freudenthal, Zum intuitionistische Raumbegriff, *Compositio Mathem.*, τ. 4, 1936, σσ. 82-111. B. van Rootselaar, Generalization of the Brouwer integral, *Dissert. Univ. of Amsterdam*, 1954.