

Η ΘΕΩΡΗΣΗ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΣΤΟ ΕΡΓΟ ΤΟΥ NICOLAUS CUSANUS

Φιλόσοφος, θεολόγος και μαθηματικός ο Cusa άφησε ένα σπουδαίο έργο, τὸ ὁποῖο ἐπηρέασε πολλοὺς μεταγενέστερους ἐπιστήμονες, ὅπως τὸν Kepler, ὁ ὁποῖος τὸν θεωρεῖ θεϊκὸ «divinus mihi Cusanus»¹.

Τὸ 1437, ἐπιστρέφοντας ἀπὸ τὴν Κωνσταντινούπολη, ὁ Cusa, ὅπως ὁ ἴδιος ἀναφέρει, βλέπει κάποιο ὄραμα *visio intellectualis*, καὶ μέσα στὸ πέλαγος συλλαμβάνει τὴν ἔννοια κλειδί τῆς κοσμοθεωρίας του, τὰ ταυτιζόμενα ἀντίθετα (*coincidentia oppositorum*)²: «Ἐπιστρέφοντας ἀπὸ τὴν Ἑλλάδα μὲ πλοῖο, πιστεύω πὼς ἦταν δῶρο τοῦ Πατέρα τοῦ Φωτός, ἀπὸ τὸν ὁποῖον προέρχεται κάθε τέλειο δῶρο νὰ ὀδηγηθῶ νὰ κατανοήσω τὸ ἀδιανόητο... ἀπὸ μιὰ μετατόπιση ὅλων τῶν ἀδιάφθορων ἀληθειῶν, γνωστὲς μὲ μέτρα ἀνθρώπινα... κάθε προσπάθεια τοῦ νοῦ πρέπει νὰ ὀδηγηθεῖ σ' αὐτὴν τὴν ἀπλὴ σκέψη ὅπου τὰ ἀντίθετα ταυτίζονται»³. Αὐτὲς οἱ ἀδιάφθορες ἀλήθειες προσιτὲς στὴν ἀνθρώπινη γνώση εἶναι οἱ μαθηματικὲς ἀλήθειες.

Μὲ ποιὰ ὁμῶς ἐφόδια θὰ προσεγγίσει τὶς μαθηματικὲς ἀλήθειες; Ποιὰ ἦταν ἡ μαθηματικὴ παιδεία τοῦ Cusa; Ὁ σπουδαῖος μελετητὴς τοῦ ἔργου του J. E. Hofmann (1900-1973) καὶ ἕνας ἀπὸ τοὺς μεγαλύτερους ἱστορικοὺς τῶν Μαθηματικῶν τοῦ 20οῦ αἰῶνα, μετὰ τὴν ἐπισήμανση τῆς ἀξίας τοῦ ἔργου τοῦ καρδινάλιου ἀπὸ τὸν M. Cantor (1829-1920), τὸ ἐξέδωσε⁴. Μάλιστα ὁ Hofmann θεωρεῖ πὼς ὁ Cusa ἔμαθε μαθηματικὰ ἀπὸ τὰ ἀπαραίτητα ἐργαλεῖα τῆς ἐποχῆς του. Δηλαδή διάβασε

1. J. KEPLER, *Mysterium Cosmographicum*, Tübingen, 1596, σ. 15.

2. Nicolaus CUSA, *De Docta Ignorantia*, hersg. E. Hoffman und R. Klibansky, Leipzig, 1932, σ. 20.

3. E. METZKE, *Coincidentia Oppositorum*. Gesammelte Studien zur Philosophiegeschichte. hrg. von K. Gründer Witten/Ruhr, 1961. Γενικά γιὰ τὴν φιλοσοφία τοῦ Cusa πβ. J. A. HOPKINS, *A concise introduction to the philosophy of Nicholas of Cusa*, Minneapolis, 1986. K. JACOBI, *Nikolaus von Kues. Einführung in sein philosophisches Denken*, hersg. von K. Jacobi, Kolleg Philosophie, Freiburg - München, 1979 καὶ M. de GANDILLAC, *La Philosophie de Nicolas de Cues*, Paris, 1941.

4. Ὁ Hofmann ἐξέδωσε τὰ μαθηματικὰ ἔργα τοῦ Cusa γράφοντας τὴν εἰσαγωγή καὶ τὰ σχόλια. Ἡ σύζυγός του, Josepha Hofmann, τὰ μετέφρασε ἀπὸ τὰ λατινικὰ στὰ γερμανικά. Πβ. *Die Mathematischen Schriften*, hergs. J. E. Hofmann, Hamburg Meiner, 1951 übers. J. Hofmann.

τὴν πραγματεία τοῦ ρωμαίου λόγιου Βοηθίου (ca. 480-524), *De Institutione arithmetica*⁵, παράφραση τῆς Ἀριθμητικῆς Εἰσαγωγῆς⁶ τοῦ Νικομάχου τοῦ Γερασηνοῦ, καὶ ἴσως τὰ ἔξη πρῶτα βιβλία τῶν *Στοιχείων* τοῦ Εὐκλείδη, ἀπὸ τῆ μετάφραση τοῦ Adélhard de Bath⁷.

Τὰ μαθηματικά ἔργα τοῦ Cusa, ἂν καὶ εἶναι πολὺ κατώτερα ἀπὸ τὰ θεολογικά καὶ τὰ φιλοσοφικά του, ἀποκαλύπτουν πῶς ὁ Cusa, ὡς ἐρασιτέχνης μαθηματικὸς ἦταν προικισμένος μὲ μαθηματικὸ αἰσθητήριο.

Μιὰ συστηματικὴ παρουσίαση καὶ ἀνάλυση τῶν μαθηματικῶν πραγματειῶν τοῦ καρδινάλιου ἀποτελεῖ θέμα μονογραφίας. Ἐμεῖς σ' αὐτὸ τὸ ἄρθρο θὰ ἐπιχειρήσουμε νὰ ἀναδείξουμε τόσο τὶς πυθαγόρειες ὅσο καὶ τὶς νικομάχειες ἐπιρροὲς στὴν θεώρηση τοῦ ἀριθμοῦ στὸν Cusa.

Πρὶν ἐκθέσουμε τὶς θεωρήσεις του γιὰ τὸν ἀριθμὸ, θὰ πρέπει νὰ ὑπογραμμίσουμε πῶς τόσο στὶς φιλοσοφικὲς ὅσο καὶ στὶς θεολογικὲς του μελέτες ὁ Cusa ἀναζητᾷ τὸν Θεό. Γιὰ τὸν καρδινάλιο, τὸ θεῖο καθὼς καὶ τὸ ἄπειρο δὲν μποροῦν ἄμεσα νὰ συλληφθοῦν ἀπὸ τὸν ἀνθρώπινο νοῦ ἀλλὰ μποροῦν μόνον νὰ προσεγγισθοῦν νοητικά, μυστικά καὶ συμβολικά.

Ὁ Cusa ἐπηρεάστηκε ἀπὸ τὶς πυθαγόρειες θεωρίες καὶ μάλιστα δὲν διστάζει νὰ ἀναφέρει πῶς ὁ Πυθαγόρας εἶναι γι' αὐτὸν «ὁ πρῶτος φιλόσοφος τόσο κατ' ὄνομα ὅσο καὶ γιὰ τὸ φιλοσοφικὸ του ἔργο»⁸. Ἡ ρήση τοῦ Φιλόλαου «καὶ πάντα γὰ μὲν τὰ γινωσκόμενα ἀριθμὸν ἔχοντι, οὐ γὰρ οἶόν τε οὐδὲν οὔτε νοηθῶμεν οὔτε γνωσθῶμεν ἄνευ τούτου»⁹ ἀφορᾷ φυσικά τὸν ἀριθμὸ, ὁ ὁποῖος ὁμῶς ἔχει δύο «φύσεις». Ἡ πρώτη εἶναι ἡ ὄντολογικὴ, ὅπου ὁ ἀριθμὸς συλλαμβάνεται

5. Πβ. M. MASI, *Boethian Number Theory. A Translation of the Institutione arithmetica*, Amsterdam, 1983.

6. Πβ. ΝΙΚΟΜΑΧΟΥ ΤΟΥ ΓΕΡΑΣΗΝΟΥ, *Introductio arithmetica*, hersg. R. Hoche, Lipsiae, 1866, καὶ Ε. Σπανδάγου, Εἰσαγωγή – Ἀρχαῖο κείμενο, Μεταγραφή, Ἑπεξηγήσεις - Σχόλια Ἀθήνα, 2001.

7. Ἀπὸ τὰ ἀραβικά μεταφράζουν τὰ *Στοιχεῖα* στὰ λατινικά ὁ Gerard de Cremona (1114-1187), ὁ Adélhard de Bath (ca. 1070-1050) καὶ ὁ Johannes Campanus de Novara (1214-1294). Πβ. Χρ. ΦΙΛΗ, Τὰ *Στοιχεῖα* τοῦ Εὐκλείδη, οἱ πραγματεῖες τοῦ Ἀρχιμήδη, τὰ *Κωνικά* τοῦ Ἀπολλωνίου, καὶ οἱ πρῶτες μεταφράσεις στὴ Βενετία. Οἱ Ἀπόηχοι, *Πρακτικά Συνεδρίου Βυζάντιο - Βενετία - Νεώτερος Ἑλληνισμός*, ἐπιμ. Γ. Ν. Βλαχάκης - Θ. Νικολαΐδης, Ἀθήνα Ε. Ι. Ε. 2004, σσ. 295-320.

8. «Nonne Pythagoras, primus et nomine et re philosophus». N. CUSANUS, *De Docta Ignorantia* XI, σ. 23. Πβ. «ὁ γε Πυθαγόρας συστειλας πάντων τὸ ὄνομα ἐπὶ τὴν τοῦ ὄντος ἐπιστήμην καὶ κατάληψιν καὶ μόνην τὴν ἐν τούτῳ γνῶσιν τῆς ἀλήθειας σοφίαν ἰδίως καλέσας εἰκότως καὶ τὴν ταύτης ὀρεξιν, ἀξιοχρεωτέρος δὲ ἐστὶ τῆς ἄλλης ὀριζομένων, παρ' ὅσον ἰδίου ὀνόματος καὶ πράγματος ἔννοιαν δηλεῖ καὶ ταύτων δὲ τὴν σοφίαν ὠρίζετο ἐπιστήμην τῆς ἐν τοῖς οὖσιν ἀληθείας». ΝΙΚΟΜΑΧΟΥ ΓΕΡΑΣΗΝΟΥ, *Ἀριθμητικὴ εἰσαγωγή α*.

9. H. DIELS, *Die Fragmente der Vorsokratiker*, 1er Vol., 2^e Aufl, Berlin, 1906, σ. 240.

ὡς σύνθετη οὐσία, τοῦ ὁποίου τὰ στοιχεῖα, οἱ στοιχειώδεις οὐσίαι εἶναι οἱ μονάδες. Ἡ δεύτερη φύση τοῦ ἀφορᾷ τὴν γένεσίν του ἀπὸ τὴν πράξιν τῆς μέτρησης τῶν μεγεθῶν. Οἱ Πυθαγόρειοι θεωρῶντας φυσικὰ τὸν ἀριθμὸν ὡς «ἀρχήν... καὶ ὡς ὕλην τοῖς οὐσι καὶ ὡς πάθη τε καὶ ἔξεις»¹⁰ δὲν ἀναφέρονται σ' αὐτὴ τὴν δεύτερη φύσιν τοῦ ἀριθμοῦ ἀλλὰ στὴν πρώτη, στὴν ὄντολογική. Πῶς ὁμως συλλαμβάνεται ὁ ἀριθμός, ποιὰ ἡ θέσις του στὸ σύμπαν¹¹, καὶ ποιὰ ἡ σύστασίς του; Ἄς ἀφήσουμε τὸν Νικόμαχο τὸν Γερασηνὸ νὰ μᾶς ἀπαντήσῃ καθὼς θεωρεῖ πῶς ὑπάρχει ἓνας κοσμοποιὸς θεός, ὁ πλατωνικὸς Δημιουργός, στὴν διάνοια τοῦ ὁποίου ἐμπεριέχεται ὁ ἀριθμὸς ποὺ εἶναι ἄυλος καὶ αἰώνιος καὶ ποὺ ἔχει δομήσει τὸ σύμπαν: «Πάντα τὰ κατὰ τεχνικὴν διέξοδον ὑπὸ φύσεως ἐν τῷ κόσμῳ διατεταγμένα κατὰ μέρος τε καὶ ὅλα φαίνονται κατὰ ἀριθμὸν ὑπὸ τῆς προνοίας καὶ τοῦ τὰ ὅλα δημιουργησάντος νοῦ διακεκρίσθαι τε κεκοσμηθῆσαι βεβαιουμένου τοῦ παραδείγματος οἷον λόγον προχαράγματος ἐκ τοῦ ἐπέχειν τὸν ἀριθμὸν προϋποστάντα ἐν τῇ τοῦ κοσμοποιοῦ θεοῦ διανοίᾳ, νοητὸν αὐτὸν μόνον καὶ παντάπασιν ἄυλον, οὐσίαν μέντοι τὴν ὄντως τὴν αἰδίων, ἵνα πρὸς αὐτὸν ὡς λόγον τεχνικὸν ἀποτελεσθῇ τὰ σύμπαντα ταῦτα, χρόνος, κίνησις, οὐρανός, ἄστρα, ἐξελιγμοὶ παντοῖοι»¹².

Γιὰ τὸν Cusa οἱ πυθαγόρειες ἀντιλήψεις «τὸ πᾶν ἀριθμός» καθὼς καὶ «ἀριθμῷ τὰ πάντα ἐπέοικεν» δὲν ἀναφέρονται στὸν μαθηματικὸν¹³ ἀριθμὸν «ποὺ ἔχει δημιουργηθεῖ στὸ νοῦ μας, ἀλλὰ στοὺς ἀριθμούς, ὅπως εὐρίσκονται στὸ θεϊκὸ νοῦ, ἀριθμοί, οἱ ὁποῖοι ταυτίζονται μὲ τὶς παραδειγματικὲς Ἰδέες τῆς δημιουργούμενης πραγματικότητας. Αὐτοὶ οἱ θεϊκοὶ ἀριθμοὶ εἶναι τὰ θεμέλια τῶν σχέσεων ποὺ μυστηριακὰ συνενώνουν ὅλα τὰ τμήματα τοῦ δημιουργημένου μεταξύ τους καὶ ποὺ ἀποτελοῦνται σὲ κόσμον, σὲ ἓνα ὅλο ὁργανωμένο καὶ ἀρμονικόν, τὸ ὁποῖο διαθλάται σὲ μιὰ πολλαπλότητα ἀπόψεων, κάθε τμῆμα ἀντανάκλᾳ τὸ ὅλο κατὰ τὸν δικό του τρόπο. Αὐτοὶ οἱ θεϊκοὶ ἀριθμοὶ παραμένουν ἄγνωστοι σὲ μᾶς, ἀλλὰ οἱ μαθηματικοὶ ἀριθμοὶ τοῦ νοῦ μας εἶναι τὸ σύμβολό τους»¹⁴.

10. ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΟΥΣ *Μετὰ τὰ Φυσικά*, I 5, 986a15.

11. Πβ. ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΟΥΣ, *Περὶ Οὐρανοῦ*, III, 1, 300a16, «ἐνιοὶ γὰρ τὴν φύσιν ἐξ' ἀριθμῶν συνεστᾶσιν, ὥσπερ τῶν Πυθαγορείων τινές», καὶ *Μετὰ τὰ Φυσικά* VI, 1080b18, «τὸν γὰρ ὅλον οὐρανὸν κατασκευάζουσιν ἐξ' ἀριθμῶν»

12. ΝΙΚΟΜΑΧΟΥ ΓΕΡΑΣΗΝΟΥ, *ἐνθ' ἀν.*, στ'.

13. Ὁ Νικόμαχος τὸν ὀνομάζει ἐπιστημονικὸν ἀριθμὸν, ΝΙΚΟΜΑΧΟΥ ΓΕΡΑΣΗΝΟΥ, *αὐτόθι*.

14. «Arbitror autem viros Pythagoricos, qui ut ais per numerum de omnibus philosophantur, graves et acutos, non quod credam eos voluisse de numero loqui, prout est mathematicus et ex nostra mente procedit - nam illum non esse alicuius rei principem de se constat -, sed symbolice ac rationabiliter locuti sunt de numero, qui ex divina mente procedit, cecius mathematicus est

Ἐπηρεασμένος ἀπὸ τὴν πυθαγόρεια διδασκαλία, ὁ Cusa θεωρεῖ πὼς κάθε γνώση βασίζεται στὴν ἀναλογία καὶ ἡ ἀναλογία θεμελιώνεται στὸν ἀριθμὸ *numerus ergo omnia proportionabilia includit*¹⁵. Ἀργότερα θὰ ἐπαναλάβει πὼς ὁ Βοήθιος δικαιώνεται, ὅταν ὑπογράμμιζε πὼς ἡ γνώση τῆς ἀλήθειας πραγματοποιεῖται μὲ τὶς ἐννοιες τοῦ ἀριθμοῦ καὶ τοῦ μεγέθους: «Πράγματι σωστὰ κατανοεῖ τὴν ἀλήθεια ἑνὸς πράγματος ποὺ τὴν διακρίνει ἀπὸ ὅλα τὰ ἄλλα πράγματα καὶ ἀγγίζει τὴν ἀκεραιότητα τοῦ ἴδιου τοῦ πράγματος πέρα καὶ ἐδῶ ἀπὸ τὸ ὀλικὸ ὃν τοῦ πράγματος δὲν ἐκτείνεται. Πράγματι στὴν γεωμετρία ἡ ἐπιστήμη καθορίζει τὴν ἀκεραιότητα τοῦ τριγώνου, ἔτσι ὥστε νὰ μὴν εἶναι οὔτε πέρα οὔτε ἐδῶ. Στὴν ἀστρονομία καθορίζει τὴν ἀκεραιότητα τῶν κινήσεων... Ὁ ἀριθμὸς ἔχει τὴν ἱκανότητα νὰ ξεχωρίζει τὴν σύγκριση τῶν κοινῶν πραγματικοτήτων καὶ νὰ συγκεντρώνει ὅλα τὰ πράγματα σὲ μία σχέση. Τὸ μέγεθος χρησιμεύει νὰ κατανοήσῃ κανεὶς τὸν ὄρο καὶ τὸ μέτρο...»¹⁶.

Ὁ Νικόμαχος ὁ Γερασηνὸς θεωρεῖ ἀναγκαία τὴν ἐκμάθηση τῆς ἀριθμητικῆς, ἀφοῦ «ἡ ἀριθμητικὴ οὐ μόνον... αὐτὴν ἐν τῇ τοῦ τεχνίτου θεοῦ διανοίᾳ προϋποσθῆναι τῶν ἄλλων ὥσανεὶ λόγον τινὰ κοσμικὸν καὶ παραδειγματικόν... καὶ ἀρχέτυπον παράδειγμα τὰ ἐκ τῆς ὕλης ἀποτελέσματα κοσμεῖ»¹⁷. Καθὼς λοιπὸν ἡ ἀριθμητικὴ προϋπῆρχε στὴ διάνοια τοῦ δημιουργοῦ Θεοῦ ὡς κοσμικὸς καὶ παραδειγματικὸς λόγος, ἡ γεωμετρία δὲν θὰ μπορούσε νὰ ὑπάρχει «ἄνευ τῶν ἐκάστω συνεπιφερομένων ἀριθμῶν ἐπινοεῖσθαι», ἐνῶ ἡ ἀστρονομία, ἡ ὁποία εἶναι μεταγενέστερη ἀπὸ τὴν γεωμετρία, ἀφοῦ ἡ κίνηση ἔρχεται μετὰ τὴν ἡρεμία, ἐκφράζεται μέσα ἀπὸ τὴν ἀριθμητικὴ «ἀλλ' ὅτι καὶ ἀριθμῶν περιόδοις καὶ ποσοτήσιν ἀνατολαὶ τε καὶ δύσεις καὶ προποδισμοὶ καὶ ἀναποδισμοὶ καὶ ἐπιπροσθήσεις καὶ φάσεις πάντοτε διαρθροῦνται»¹⁸.

Καὶ ὁ Cusa στὸ ἔργο του *De Docta Ignorantia* ὑπερασπίζεται τὴν θεώρησή του πὼς ὁ Θεὸς δημιούργησε τὸν κόσμον μὲ τὴν κυρίαρχη ἀριθμητικὴ, τὴν γεωμετρία καὶ τὴν μουσικὴ. Ἡ ἀριθμητικὴ χρησιμεύει, γιὰ νὰ ἀριθμήσῃ ὅλα τὰ πράγματα, ἡ γεωμετρία, γιὰ νὰ τὰ μετρήσῃ καὶ ἡ μουσικὴ γιὰ νὰ τὰ μελετήσῃ^{19,20}.

imago. Sicut enim mens nostra se habet ad infinitam aeternam mentem, ita numerces nostrae mentis ad numerum illum; et damus illi numero nomen nostrum, sicut menti illi nomen mentis nostrae, et delectabiliter multem versamur in numero quasi in nostro proprio opere» N. CUSANUS, De Mente, 6, σ. 522.

15. N. CUSANUS, *De Docta Ignorantia*, I, 1, σ. 6.

16. N. CUSANUS, *De Mente*, σ. 179.

17. ΝΙΚΟΜΑΧΟΥ ΓΕΡΑΣΗΝΟΥ, *ἐνθ' ἀν.*, δ.

18. *Αὐτόθι*.

19. N. CUSANUS, *De Docta Ignorantia*, II, 13, σ. 111.

20. Ὁ Cusa ἀκολουθώντας τὴν μουσικὴ τῶν σφαιρῶν τῶν Πυθαγορείων, θεωρεῖ πὼς καὶ οἱ κινήσεις τῶν ἀστέρων ἔχουν μελωδικὴ ἁρμονία.

Ὅμως ἡ συγγένεια μέ τοὺς Πυθαγορείους δὲν σταματᾷ ἐδῶ, ἀφοῦ στὸ ἔργο του *De Coniecturis* υἱοθετεῖ τὴν θεώρηση πὺς ὁ κόσμος εἶναι μουσική, ἁρμονία, κτισμένος κατὰ τὴν τετρακτίδα, κυρίαρχη δύναμη θεῶν καὶ ἀνθρώπων. Ἔτσι λοιπὸν ἡ ἐξύμνηση τοῦ Φιλόλαου γιὰ τὴν δεκάδα «Μεγάλα γὰρ καὶ παντελὴς καὶ παντοεργὸς καὶ θείῳ καὶ οὐρανίῳ βίῳ καὶ ἀνθρωπίνῳ ἀρχὰ καὶ ἀγεμῶν κοινωνοῦσα... δύναμις καὶ τὰς δεκάδος»²¹ θὰ ἐπαναδιατυπωθεῖ ἀπὸ τὸν Cusanus: «Στοὺς ἀριθμοὺς 1, 2, 3, 4 καὶ στοὺς συνδυασμοὺς τοὺς βρίσκεται ἡ δύναμη κάθε ἁρμονίας»²². Ἄς μὴν ξεχνᾶμε πὺς τὸ ἄθροισμα τῶν 1, 2, 3, 4 περιέχει τὴ φύση «τῶν διαφόρων εἰδῶν τῶν ἀριθμῶν, τὴ φύση τοῦ ἄρτιου ποὺ ὁ πρῶτος εἶναι τὸ 2, τοῦ περιττοῦ, μέ πρῶτον τὸν 3, τοῦ ἄρτιου περιττοῦ ποὺ ἐδῶ εἶναι ἡ μονάδα, τοῦ τέλειου τετραγώνου ποὺ ὁ πρῶτος εἶναι ὁ 4»²³.

Ὁ γὰρ μὲν ἀριθμὸς ἔχει μὲν ἴδια εἶδη, περισσὸν καὶ ἄρτιον»²⁴, ἀναφέρει ὁ Φιλόλαος καὶ ὁ Νικόμαχος ὁ Γερασσηνὸς συνεχίζει τὴν Πυθαγόρεια παράδοση: «ἔτσι γὰρ τὰ ἐν αὐτῷ πρῶτιστα εἶδη δύο οὐσίαν τε ἔχοντα τὴν τῆς ποσότητος καὶ διαφέροντα ἀλλήλων καὶ οὐχ ἑτερογενῆ, περιττὸν καὶ ἄρτιον, καὶ ἐναλλάξ ὑπὸ θαυμαστῆς καὶ θείας φύσεως διηρμοσμένα ἀλλήλοις ἀχωρίστως καὶ ἐνοειδῶς, ὡς αὐτίκα εἰσόμεθα»²⁵.

Καὶ Cusa ἀκολουθώντας τὴν ἀρχαιοελληνικὴ κληρονομία διακρίνει τοὺς ἀριθμοὺς σὲ ἄρτιους καὶ περιττοὺς καὶ υἱοθετεῖ τὴν θεώρηση τοῦ Νικομάχου τοῦ Γερασσηνοῦ «μονὰς καὶ δυὰς τὰ ἀρχαιώτατα στοιχεῖα, ἐξ ὧν ἐλαχίστων καὶ ἐπ' ἄπειρον αἰεὶ συνίσταται καὶ αὖξεται καὶ ἐπὶ τὸ μείον ἀναλυόμενον ἴσταται»²⁶.

Ὁ Cusa δημιουργεῖ μιὰ ἀριθμητικὴ σειρὰ μέ τὸ ἄρτιο, τὴν Δυάδα καὶ τὸ περιττό, τὸ Ἔνα. Τὸ Τρία ἐμπεριέχει τὴν ἀρχή, τὸ μέσο καὶ τὸ τέλος. Τὸ Τέσσερα εἶναι ὁ πρῶτος ἄρτιος ἀριθμὸς καὶ ἀποτελεῖ τὴν «συνέχεια» τῶν τριῶν πρώτων. Ἔτσι λαμβάνει τὴν δεκάδα, ἀφοῦ $10 = 1 + 2 + 3 + 4$. Τὸ Δέκα γιὰ τὸν Cusa ἀποτελεῖ καὶ τὴν ἐπιστροφή στὴ μονάδα, ἀφοῦ αὐτὸς ὁ ἀριθμὸς δίδει τὴν μονάδα τῶν δεκάδων. Μὲ αὐτὸ τὸ σκεπτικὸ τὸ 100 ἀποτελεῖται ἀπὸ τὸ 10, τὸ 20, τὸ 30, τὸ 40,

21. H. DIELS, *ἔνθ' ἀν.*, σ. 243.

22. N. CUSANUS, *De Coniecturis*, II, 2, σ. 80.

23. L. BRUNSCHVIG, *Les Étapes de la Philosophie Mathématique*, Paris 2^e éd., 1972, σ. 37.

24. H. DIELS, *δ. ἀν.*, σ. 240.

25. ΝΙΚΟΜΑΧΟΥ ΓΕΡΑΣΗΝΟΥ, *ἔνθ' ἀν.*, στ'.

26. *Αὐτόθι*, τῶν εἰς δύο τὸ δεύτερον α'.

$100 = 10 + 20 + 30 + 40$, και παριστᾶ τὴν μονάδα τῶν ἑκατοντάδων, ἐνῶ τὸ $1000 = 100 + 200 + 300 + 400$, τὴν μονάδα τῶν χιλιάδων.

Ὁ καρδινάλιος ὁμως δὲν περιορίζεται σ' αὐτὴν τὴν «ἐπαυξημένη» τετρακτίδα, ἀλλὰ προχωρεῖ περισσότερο. Σὲ κάθε τάξη μεγέθους ἀντιστοιχεῖ τέσσερα ἐπίπεδα τῆς πραγματικότητας. Τὴν ἀπλούστερη ἀλλὰ καὶ θεμελειακὴ μαθηματικὴ ὄντοτητα, στὴν μονάδα ἀντιστοιχεῖ τὸν Θεό²⁷, στὴ «δεύτερη» μονάδα, τῆς δεκαδικῆς τάξης, ἀντιστοιχεῖ τὴν Διάνοια, στὴν μονάδα τῆς ἐπιφάνειας 100 ἀντιστοιχεῖ τὴν Ψυχὴ, ἐνῶ στὴν μονάδα τοῦ χώρου, στὸ 1000, τὸ Σῶμα.

Ἄς προσπαθήσουμε νὰ ἐρμηνεύσουμε αὐτὴν τὴν ἱεραρχικὴ ἀριθμητικὴ κλίμακα, ἡ ὁποία κατὰ τὸν Cusa συμβολίζει καὶ τὴ κλίμακα τοῦ ἀνθρώπινου νοῦ, ἀφοῦ ὁ ἀριθμὸς «ἀπεικονίζεται» στὸν ἀνθρώπινον νοῦ, ἐνῶ παράλληλα ἡ ἀριθμητικὴ σειρὰ δὲν εἶναι ξένη πρὸς τὴν πραγματικότητα. Ἔτσι ἡ ἀντιστοιχία τῆς μονάδας μὲ τὸν Θεό, ἡ τοῦ 1000 μὲ τὸ Σῶμα δὲν συμβολίζουν αὐτὸν καθ' αὐτὸν τὸν Θεὸ ἢ αὐτὸ καθ' αὐτὸ τὸ Σῶμα, ἀλλὰ τὴ σχέση τοῦ ἀνθρώπινου πνεύματος μὲ αὐτά, ἀφοῦ ἀποτελοῦν ἀντικείμενα τῆς διανόησης. Ἔτσι κατὰ τὸν καρδινάλιο αὐτὴ ἡ ἱεραρχικὴ ἀριθμητικὴ διάταξη ἀποτελεῖ μιὰ «βαθμωτὴ» κλίμακα γιὰ τὴν προσέγγιση τῆς ἀλήθειας:

«... τὸ πνεῦμα ἀγκαλιάζει τὸ κάθε τι θεϊκόν, ἢ πνευματικόν, ἢ ψυχικόν, ἢ σωματικόν. Θεϊκόν δηλαδὴ ὡς τὸ πρᾶγμα νὰ εἶναι ἀλήθεια, πνευματικόν στὸ μέτρο, ὅπου τὸ πρᾶγμα δὲν εἶναι ἡ ἴδια ἡ ἀλήθεια, ἀλλὰ ὅπου εἶναι ἀληθινόν. Ψυχικόν στὸ μέτρο, ὅπου ὑπάρχει μὲ τὸν τρόπο τοῦ ὁμοιάζοντος. Σωματικόν, ὅταν ἐγκαταλείπει τὴν ὁμοιότητα καὶ εἰσέρχεται στὴν περιοχὴ τῆς σύγχισης»²⁸.

Ἀκόμα θὰ πρέπει νὰ σημειώσουμε πὼς ὁ Cusanus θεωρεῖ τὴν δευτέρη τάξη μεγέθους, τὴν νοημοσύνη, ὡς ρίζα ὅλων ὧν ἀκολουθοῦν, ἐνῶ ἡ ἴδια δὲν περιέχει καμμιὰ. Γι' αὐτὸ «nullam priorem sui habens radicem, intelligentiam appellat»²⁹, ἀφοῦ ἡ νοημοσύνη ὑπάρχει στὴν ψυχὴ καὶ στὸ σῶμα. Τὸν καιρὸ πού ὁ Cusa γράφει τὴν πραγματεία του *De Coniecturis* (ca. 1440-1444), οἱ maestri d'abbaco³⁰ πού προσπαθοῦν νὰ

27. N. CUSANUS, *De Coniecturis*, I, σ. 18.

28. N. CUSANUS, *De Coniecturis*, II, 4, σ. 20.

29. *Αὐτόθι*.

30. Ἐνας ἀπὸ τοὺς πιὸ γνωστοὺς καθηγητὲς πού δίδασκε στὴν Bottega d'abbaco στὸ μοναστήρι τῆς Ἁγίας Τριάδας στὴν Φλωρεντία ἦταν ὁ Antonio de Mazzinghi (1353-1383). Γιὰ περισσότερες λεπτομέρειες πβ. P. L. ROSE, *The Italian Renaissance of Mathematics*:

προσαρμοσθούν στις νέες κοινωνικές συνθήκες της εποχής³¹ και στις αρχές του 15^{ου} αιώνα αρχίζουν δειλά να χρησιμοποιούν συντομογραφίες για τους άγνωστους³².

Καθώς ο καρδινάλιος δέν διευκρινίζει αν χρησιμοποιεί τον όρο ρίζα με την έννοια της επίλυσης, δέν είναι βέβαιο πώς γνώριζε την αναδυόμενη αλγεβρική γλώσσα.

Έπηρεασμένος από την αρχαιοελληνική κληρονομιά, ο Cusanus επιχειρεί να συνδέσει με σχέση αναλογίας τα αύλα με τα ανθρώπινα, την θεϊκή μονάδα και τα όντα με την αριθμητική μονάδα και τους αριθμούς. Έτσι αντιστοιχεί στη θεϊκή μονάδα, που είναι το ίδιο το όν κάθε πράγματος, την αριθμητική, πηγή όλων των αριθμών³³.

Η «παράγωγος» αριθμητική μονάδα, το 10, όπως ήδη αναφέραμε, αντιστοιχεί στη νοημοσύνη και καθώς περιέχει την πρώτη, το 1, θεωρεί πώς το 10 βρίσκεται μέσα στο 1, απεικόνιση της θεϊκής ουσίας. Θέση, ή όποια θυμίζει την θεώρηση του Νικόμαχου, ο οποίος στα *Αριθμητικά Θεολογούμενα* σε κάθε έναν από τους αριθμούς από το ένα μέχρι το δέκα, αναφέρεται σε θεούς και θεές³⁴, αλλά και του *Ανατόλιου*³⁵, όπου το 1 ταυτίζεται με τον αγέννητο θεό, προσωποποίηση του αγαθού.

Ένα μεγάλο άνοιχτο θέμα για έρευνα αποτελεί αν ο Cusanus στην διάρκεια της επίσκεψής του στην Βασιλεύουσα³⁶ μελέτησε το έργο του Μιχαήλ Ψελλού (1018-1078), *Περί του φυσικού αριθμού*, καθώς και

Studies on Humanists and Mathematicians from Petrarch to Galileo, Genève, 1975. Πβ. επίσης και την διδακτορική διατριβή του W. van EGMOND, *The Commercial Revolution and the Beginnings of Western Mathematics in Renaissance Florence 1300-1500*, Dissertation University of Indiana, 1976.

31. Πβ. R. S. LOPEZ, *The Commercial Revolution of the Middle Ages 950-1350*, New Jersey, Prentice Hall, 1971 και L. WHITE, *Medieval Technology and Social Change*, Oxford University Press, 1962 καθώς και J. MURDOCH and E. SYLL (eds), *The Cultural Context of Medieval Learning*, Dordrecht 1995.

32. Στην θέση των λέξεων cosa (πράγμα), censo (τετράγωνο), cubo (κύβος) και radice (ρίζα) γράφουν αντίστοιχα c, ce, c και R.

33. N. CUSANUS, *De Coniecturis*, I, σ. 20.

34. Anonymus [IAMBlichus] *Theologoumena arithmetica*, έκδ. V. de Falco, Leipzig, 1922, και πβ. P. TANNERY, *Sur l'Arithmétique Pythagoricienne*, *Mémoires Scientifiques* II, Paris, 1885, σσ. 179-209.

35. ANATOLIUS, *De decade*, έκδ. J. L. Heiberg, Congrès International d'histoire comparée V^e section, Paris, 1900 σσ. 27-57.

36. Πβ. L. BRÉHIER, *Le Monde Byzantin* 3, Paris 1947-1950, G. CAVALLO, (έκδ.) *La cultura bizantina*, Roma, 2004, έκδ. καθώς και K. VOGEL, *Η βυζαντινή Έπιστήμη, Ίστορία της Βυζαντινής Αυτοκρατορίας του Πανεπιστημίου του Cambridge*, Αθήνα, Μέλισσα, 1979, σσ. 806-833.

τὸ *Περὶ τῆς ἠθικῆς ἀριθμητικῆς καὶ τῆς θεολογικῆς*. Ὁ Ὑπατος τῶν Φιλοσόφων³⁷, κατὰ τὴν πρώτη βυζαντινὴ Ἀναγέννηση, ἐπηρεασμένος ἀπὸ τὸν νεοπλατωνισμό ἐκθέτει τὶς θεωρήσεις του. Θεολόγος, ὅπως καὶ ὁ Cusanus, δείχνει νὰ ἔχει ἀφομοιώσει τὰ πρότερα ἀρχαιοελληνικὰ κείμενα. Διακρίνει λοιπὸν τὸν φυσικὸ ἀπὸ τὸν μαθηματικὸ ἀριθμὸ «ἔστι φυσικὸς ἀριθμὸς ἄλλος ὢν παρὰ τὸν μαθηματικόν»³⁸, ἀποδέχεται τὴν δύναμιν τῆς τετρακτίδας «ἡ δύναμις, ἥτις κατὰ τὴν τετρακτὶν μάλιστα ὁρᾶται»³⁹, καθὼς καὶ τὴν πρωτοκαθεδρίαν τῆς μονάδος «τὸ ἀρχηγικόν, ὃ ἐπὶ τοῦ ἐνὸς θεωρεῖται»⁴⁰. Παράλληλα στὴν ἐνότητα *Περὶ τῆς ἠθικῆς ἀριθμητικῆς καὶ τῆς θεολογίας*, ὁ πολυπρισματικὸς βυζαντινὸς λόγιος⁴¹ παραθέτει καὶ αὐτὸς τὶς ἀντιστοιχίες τῶν ἀριθμῶν μὲ ὄντολογικὰς ἔννοιες: «οὕτω δὴ καὶ τοῦ θείου ἀριθμοῦ μονοειδὴς ἔστιν ἀρχὴ καὶ θεία ἢ κατ' αἰτίαν προηγουμένη τῶν ἐν τοῖς ἀριθμοῖς πᾶσιν ἀρχῶν καὶ αὐτοῦ τοῦ θείου καὶ ἡνωμένου παντός ἀριθμοῦ προϋπάρχουσα μονοειδὴς ἔνωσις ἔστιν οὖν τὸ πρῶτον καὶ κυρίως ἐν ὃ δὴ φαίμεν ἂν ἡμεῖς ὁ θεός,... καὶ τὸ νοητὸν καὶ φαινόμενον τῆς μονάδος εἰς ἄκραν αἰτίαν ὑπερβαίνει, καὶ τὸ ὑπερουράνιον αὐτῆς ἀρχηγὸν διακοσμήσεως»⁴². Οὐσιαστικὰ λοιπὸν καὶ ὁ Ψελλὸς ἀποδίδει στὴν μονάδα θεϊκὴ ὑπόσταση, ἐνῶ ἡ δυάδα «θεία, δυνάς δύναμη ἄπειρος,... καὶ νοητὴ καὶ νοερὰ καὶ μαθηματικὴ καὶ ἔνυλος»⁴³.

Θεωροῦμε πὼς μιὰ συγκριτικὴ συστηματικὴ μελέτη γιὰ τὴν θεώρηση τοῦ ἀριθμοῦ στὸ ἔργο τοῦ Ψελλοῦ⁴⁴ καὶ τοῦ Cusanus θὰ ἀποκάλυπτε μιὰ ἐκλεκτικὴ συγγένεια γιὰ θέματα, τὰ ὁποῖα «δυσχερῶς ἂν τις ταῦτα παραδέξαιτο»⁴⁵.

Χριστίνα ΦΙΛΗ
(Ἀθῆναι)

37. J. N. LJUBARSKIJ, *Ἡ προσωπικότητα καὶ τὸ ἔργο τοῦ Μιχαὴλ Ψελλοῦ*, Ἀθήνα, 2004.

38. Μ. ΨΕΛΛΟΥ, *Περὶ τοῦ φυσικοῦ ἀριθμοῦ*, στὸ D. J. O'MEARA, *Pythagoras Revived*, Clarendon Press, Oxford, ἐπανέκδ. 2006, σ. 218.

39. *Αὐτόθι*.

40. *Αὐτόθι*.

41. Πβ. π.χ. L. BENAKIS, *Doxographische Angaben über die Vorsokratiker im unedierten Kommentar zur «Physik» des Aristoteles von Michael Psellos*. ΧΑΡΙΣ (Κ. Ι. БОУРБЕРН), Ἀθήνα, 1964, σσ. 345-354.

42. Μ. ΨΕΛΛΟΥ, *Περὶ τοῦ φυσικοῦ ἀριθμοῦ*, στὸ D. J. O'MEARA, *Pythagoras Revived*, Clarendon Press, Oxford, ἐπανέκδ., 2006, σ. 224.

43. *Αὐτόθι*.

44. Πβ. E. KRIARAS, «Psellos» στὸ *Pauly Wissowa, Kroll, Realencyclopädie der Classischer Altertumwissenschaft*. Suppl. 11, 1968, σσ. 1124-1182.

45. Πβ. D. J. O'MEARA, *ἐνθ' ἂν*, σ. 228.