

ΟΙ ΥΠΕΡΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΤΟΥ CANTOR: ΤΟ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ ΜΙΑΣ ΑΠΟΡΡΙΨΗΣ ΚΑΙ Η ΘΕΟΛΟΓΙΑ

Στόν ακαδημαϊκό κ. Ε. Μουτσόπουλον

1. Τὸ ἀποτέλεσμα μιᾶς ἀπόρριψης

Καθὼς οἱ ἔρευνες τοῦ Cantor δὲν ἀνήκαν στοὺς ἤδη δοκιμασμένους κλάδους τῶν μαθηματικῶν ἀλλὰ δημιουργοῦσαν καινούργιες ἀνεξερεύνητες περιοχές ἦταν φυσικὸ τὸ ἔργο του νὰ μὴν τύχει καμμιάς σχεδὸν ἀποδοχῆς ἀπὸ τὴν μαθηματικὴ κοινότητα. Ἡ μοῖρα τῶν πρωτοπόρων εἶναι πάντα προκαθορισμένη, ἡ ἐπιβεβαίωση καὶ ἡ ἀναγνώριση ἔρχονται πολὺ ἀργότερα.

Ὁ πρῶτος μάλιστα ποὺ τὸ παραδέχεται εἶναι ὁ ἴδιος, ὅμως πιστεύει πὼς ἡ παρουσίαση αὐτῶν τῶν καινούργιων θεωριῶν γίνεται μὲ τὸν πιὸ ἀπλὸ δυνατὸ τρόπο:

«Ὅσο κι ἂν φαίνεται παρακινδυνευμένο, μπορῶ νὰ ἐκφράσω ὄχι μόνο τὴν ἐλπίδα ἀλλὰ καὶ τὴν ἰσχυρὴ πεποίθησή μου, πὼς μὲ τὸν καιρὸ [αὐτὴ ἡ καινούργια ιδέα] θὰ θεωρηθεῖ ὡς ἡ πιὸ ἀπλή, ἡ πιὸ σωστὴ καὶ ὡς ἡ φυσικὴ ἐπέκταση τῆς ἔννοιας τοῦ ἀριθμοῦ. Κατανοῶ πὼς σ' αὐτὴ μου τὴν προσπάθεια βρίσκομαι σὲ μιὰ κάποια ἀντίθεση σχετικὰ μὲ τὶς ὑπάρχουσες διαδοσόμενες ἀπόψεις γιὰ τὸ μαθηματικὸ ἄπειρο καθὼς καὶ μὲ γνῶμες ὑπερασπιζόμενες συχνὰ τὴν φύση τοῦ ἀριθμοῦ»¹.

Στὸ διάστημα τῆς κρίσιμης γιὰ τὶς ἔρευνές του ἑξαετίας (1885-1891), ὁ πατέρας τῶν σύγχρονων μαθηματικῶν, ἀπογοητευμένος ἀπὸ τὴν ὑποδοχὴ τῶν θεωριῶν του δημοσιεύει τὶς ἐργασίες του σὲ φιλοσοφικὰ περιοδικὰ. Ἡ στάση τοῦ G. Mittag-Leffler, γνωστοῦ μαθηματικοῦ καὶ ἐκδότη τοῦ περιοδικοῦ *Acta Mathematica*² βρῖσκεται στὸ κέντρο αὐτῆς τῆς μεταστροφῆς, καθὼς ἀρνεῖται νὰ δημοσιεύσει δύο σημαντικὲς³ ἐργασίες τοῦ Cantor.

Ἡ ἐπιστολὴ τῆς 9ης Μαρτίου 1885 τοῦ Mittag-Leffler πρὸς τὸν Cantor θὰ τὸν κάνει νὰ ἐγκαταλείψει τὰ μαθηματικά:

1. G. CANTOR, *Grundlagen einer allgemeinen Mannigfaltigkeitslehre. Ein mathematisch-philosophischer Versuch in der Lehre des Unendlichen*, Leipzig, Teubner, 1883, σ. 165.

2. V. DOMAR, On the foundation of *Acta Mathematica*, *Acta Mathematica*, 148, 1982, σσ. 3-8.

3. Ἡ μελέτη αὐτὴ τοῦ Cantor δημοσιεύθηκε στὸ ἴδιο περιοδικὸ ἀπὸ τὸν καθηγητὴ I. Grattan-Guinness, μόλις τὸ 1970! Πβ. G. CANTOR, *Principien einer Theorie der Ordnungstypen (Erste Mittheilung)* ed. I. Grattan-Guinness, *Acta Mathematica*, 124, 1970, σσ. 65-107. Ἡ ἐργασία τοῦ Cantor φέρει τὴν ἡμερομηνία τῆς 6ης Νοεμβρίου 1884.



«Έχω πεισθεί πώς ή δημοσίευση της καινούργιας σας δουλειάς, χωρίς την πρότερη έρμηνεία σας για τὰ αποτελέσματά σας, θά κάνουν πολύ κακό στη φήμη σας στον κύκλο τῶν Μαθηματικῶν. Πιστεύω πώς τὸ ἴδιο σκέπτεσθε καὶ σεῖς. Ἄν μιὰ φορά ἀπαξιωθεί ή θεωρία σας, θά χρειαστεῖτε πολύ μεγάλο χρονικό διάστημα για νὰ κερδίσετε τὸ ἐνδιαφέρον τοῦ μαθηματικοῦ κόσμου. Πιστεύω πώς οὔτε ἐσεῖς οὔτε ή θεωρία σας θά ἀναγνωρισθεῖ ποτέ ὅπως σᾶς ἀξίζει. Ἡ θεωρία σας θά ἀνακαλυφθεῖ σέ ἑκατὸ ἢ σέ περισσότερα χρόνια... Δημοσιεύοντας τὴν μελέτη σας «Ἀπαρχές μιᾶς θεωρίας τῶν διατακτικῶν τύπων» δέν θά μπορέσετε διόλου νὰ ἐπηρεάσετε τοὺς μαθηματικούς, κάτι πὺν φυσικά ἐπιθυμεῖτε, ὅπως ἐπιθυμεῖ ὁποιοσδήποτε πὺν ἐργάζεται ἐρευνητικά»⁴.

Μάλιστα για νὰ ὑποστηρίξει αὐτὴν τὴν ἀπόρριψη, ὁ Mittag-Leffler δέν διστάζει νὰ ἀναφερθεῖ στὸν Gauss, ὁ ὁποῖος δέν δημοσίευσε τίς μελέτες του για τὴν μὴ εὐκλείδεια γεωμετρία, καθὼς θεωροῦσε πώς ἔντονα θά ἐπικριθεῖ⁵. Φυσικά ὁ Mittag-Leffler ἐνδιαφερόταν μόνο για τὴν καλὴ φήμη τοῦ περιοδικοῦ του καὶ για τίποτα ἄλλο.

Ὁ Cantor πικραίνεται βαθειὰ καὶ θεωρεῖ πώς ή κίνηση αὐτὴ τοῦ Σουηδοῦ μαθηματικοῦ ὑπαγορεύεται ἀπὸ τοὺς μαθηματικούς κύκλους τοῦ Βερολίνου πὺν θέλουν νὰ τὸν ἐξοντώσουν. Τίς σκέψεις αὐτὲς μοιράζεται μὲ τὸν H. Poincaré:

«Ξαφνικά ἔγινε φανερό πώς ἐπιθυμεῖ νὰ ἐκπαραθυρώσει τὴν ἐργασία μου ἀπὸ τὸ περιοδικό του *Acta Mathematica*. Ὁ λόγος εἶναι ἀπλός! Οἱ πρότερες ἐργασίες μου πὺν ἄρχισαν νὰ δημοσιεύονται ἀπὸ τὸ 1870 δέν ἔτυχαν τῆς ἀποδοχῆς τῶν ἰσχυρῶν τοῦ Βερολίνου: Weierstrass, Kummer, Borchardt, Kronecker. Δημοσιεύοντας ὁ Mittag-Leffler τὴν θεωρία μου για τὴν ὑπερπεπερασμένη διάταξη τῶν τύπων (ή ὁποία εἶναι ἀκόμα πιὸ τολμηρὴ καὶ προχωρεῖ περισσότερο τὸ ὅλο θέμα) στὰ *Acta Mathematica*, θά ἔβαζε σέ μεγάλο κίνδυνο τὴν ὑπαρξη τοῦ περιοδικοῦ του, τὸ ὁποῖο εἶναι πολύ πρόσφατο καὶ ἐξαρτᾶται κυρίως ἀπὸ τὴν καλὴ θέληση κάποιων ἀκαδημαϊκῶν τοῦ Βερολίνου»⁶.

Μετὰ ἀπ' αὐτό, ὁ Cantor δέν δημοσιεύει τίποτα πιά στὸ περιοδικό τοῦ Mittag-Leffler, ὁ ὁποῖος, ἀνεξάρτητα ἀπὸ αὐτὸ τὸ γεγονός, ὑποστηρίζει τὴν δημοσίευση μεταφρασμένων στὰ γαλλικά⁷ ἐργασιῶν⁸ τοῦ Cantor.

4. I. GRATTAN-GUINNESS, An unpublished paper by Georg Cantor: «Principien einer Theorie der Ordnungstypen. Erste Mittheilung». *Acta Mathematica*, 124, 1970, σ. 102.

5. Πβ. τὴν ἐπιστολὴ τοῦ Gauss τὸ 1799 στὸν J. Bolyai: «... ἔχω κάνει πολλές τέτοιες προτάσεις, ἀλλὰ καμμιά ἀπ' αὐτὲς δέν βρῆκα ἱκανοποιητικὴ». C. F. GAUSS, *Werke*, 8, Göttingen, 1900, σ. 160.

6. Πβ. I. GRATTAN-GUINNESS, ἔνθ' ἂν., σ. 105.

7. Οἱ μεταφράσεις αὐτὲς εἶναι ἀνυπόγραφες. Λέγεται πώς τὰ κείμενα μετέφρασε ὁ ἄββας Dargent, συγγενῆς τοῦ Hermite, ὁ ὁποῖος ὑπῆρξε ὁ κύριος μεσολαβητὴς μεταξὺ Cantor καὶ Mittag-Leffler. Πιὸ πιθανὸ φαίνεται, πώς μιὰ ομάδα μαθηματικῶν, ή ὁποία ἀνῆκε στὸν κύκλο τοῦ Hermite, μετέφρασε τὰ κείμενα τοῦ Cantor, πὺν εἶχε καὶ τὸν τελικὸ ἔλεγχο. Ὅσο για τὸν Poincaré σίγουρα θά μεσολάβησε ὥστε νὰ μεταφρασθοῦν αὐτὲς οἱ ἐργασίες. Δέν διαθέτουμε ὁμως κανένα στοιχείο τὸ ὁποῖο νὰ μᾶς ἐπιβεβαιώνει πώς ἔλαβε μέρος στὴ μετάφραση τὰ ὑπάρχοντα λάθη στὰ γαλλικά ἐνισχύουν αὐτὴ τὴν θέση καθὼς ὁ Poincaré, ἄψογος χειριστὴς τῆς γλώσσας, θά ἀπέτρεπε τὴν ὑπαρξή τους. Πβ. P. DUGAC, *Lettres de Charles Hermite à Gösta Mittag-Leffler (1874-1883)*, *Cahiers du Séminaire d'Histoire des Mathématiques*, 5, 1984, σσ. 49-285. Πβ. ἐπίσης A. STUBHAUG, *Cösta Mittag-Leffler: A Man of Conviction*. London-Berlin-New York, Springer, 2010.

8. G. CANTOR, Extension d'un théorème de la théorie des séries trigonométriques, *Acta Mathe-*

Στην επιστολή του προς τὸν ἰταλὸ γεωμέτρη καὶ ἀλγεβριστὴ Francesco Gerbaldi⁹, μετέπειτα μεταφραστὴ τῆς θεωρίας συνόλων στὰ ἰταλικά¹⁰, διαφαίνεται ἡ μεγάλη πίκρα του γι' αὐτὴν τὴν ἀπόρριψη καὶ ἡ ἀπόφασή του νὰ παρουσιάζει πιά τὶς ἐργασίες του σὲ φιλοσοφικὰ περιοδικά.

«Οἱ πραγματικοὶ λόγοι ποὺ διακόπηκε ἡ δημοσίευση παραμένει ἓνα μυστήριο γιὰ μένα, ἀκόμα καὶ σήμερα δὲν τὸ γνωρίζω. Ξαφνικὰ ἔλαβα μιὰ ἐπιστολή ἀπὸ τὸν M. L. ὅπου γράφει (πρὸς μεγάλη μου ἐκπληξή) πὼς μετὰ ἀπὸ ἐπίπονη σκέψη θεωρεῖ αὐτὴ τὴν δημοσίευση «πρώωρη κατὰ περίπου ἑκατὸ χρόνια». Δηλαδή, σύμφωνα μὲ τὸ σκεπτικὸ τοῦ M. L., πρέπει νὰ περιμένω μέχρι τὸ 1984, κάτι ποὺ μοῦ φαίνεται πολὺ μεγάλη ἀπαίτηση!

Ἄφοῦ λοιπὸν, ὅπως καταλαβαίνετε, ἀηδίασα μὲ τὰ μαθηματικὰ περιοδικά¹¹, ἄρχισα νὰ δημοσιεύω στὴν Ἑπετηρίδα γιὰ τὴν Φιλοσοφία καὶ τὴν Φιλοσοφικὴ Κριτικὴ¹². Ἐδῶ καὶ ἑννέα μῆνες δὲν ἔχω ἀποφασίσει ἀκόμα νὰ παρουσιάσω τὴν μαθηματικὴ πλευρὰ τῆς θεωρίας μου γιὰ ἄλλη μιὰ φορὰ σὲ μαθηματικὰ περιοδικά. Φυσικὰ εἶναι αὐτονόητο πὼς δὲν θέλω ν' ἀκούσω τίποτα πιά γιὰ τὸ *Acta Mathematica*»^{13,14}.

Ἀνήσυχο πνεῦμα, μὲ πολλὰ ἐνδιαφέροντα¹⁵, δηλώνει στὴν ἐπιστολή του τῆς 20ης Ὀκτωβρίου 1884 πρὸς τὸν Mittag-Leffler, καθὼς καὶ στὶς 2 Νοεμβρίου τῆς ἴδιας χρονιάς, πὼς θέλει νὰ ἐγκαταλείψει τὰ μαθηματικὰ γιὰ χάρη τῆς φιλοσο-

matica, 2, 1883, σσ. 336-348. Fondements d'une théorie générale des ensembles, *ἐνθ' ἄν.*, σσ. 381-408. Sur divers théorèmes de la théorie des ensembles des points situés dans un espace continu à N dimensions *ἐνθ' ἄν.*, σσ. 409-414. Sur les ensembles infinis et linéaires de points I-IV, *ἐνθ' ἄν.*, σσ. 349-380. Sur les séries trigonométriques, *ἐνθ' ἄν.*, σσ. 329-335. Sur une propriété du système de tous les nombres algébriques réels, *ἐνθ' ἄν.*, σσ. 305-310. Une contribution à la théorie des ensembles, *ἐνθ' ἄν.*, σσ. 311-328. De la puissance des ensembles parfaits de points, *ἐνθ' ἄν.*, 4, 1884, σσ. 381-382.

9. Ὁ Francesco Gerbaldi (1858-1934), ἀπόφοιτος τοῦ Πανεπιστημίου τοῦ Torino, συνέχισε τὶς σπουδές του στὴ Γερμανία. Δίδαξε ἀναλυτικὴ καὶ προβολικὴ γεωμετρία στὸ Πανεπιστήμιο τοῦ Palermo, ἐνῶ ἐρευνητικὰ ἐργάστηκε στὴν ἀλγεβρα καὶ στὴν γεωμετρία. Γιὰ περισσότερες λεπτομέρειες, πβ. *Bolletino UMI*, 1934, σ. 592, καθὼς καὶ *Rendiconti di Seminario Messina*, 2, 1957, σσ. 109-110.

10. Πβ. G. CANTOR, Contribuzione al fondamento della teoria degli insiemi transfiniti, μτφρ. F. Gerbaldi, *Rivista di Matematica*, 5, 1895, σσ. 129-162.

11. Τὸ 1878 ἀποφασίζει νὰ μὴν δημοσιεύσει ποτὲ πιά στὸ περιοδικὸ τοῦ Crelle, τοῦ ὁποίου ἐκδότης ἦταν ὁ Kronecker.

12. *Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik*.

13. I. GRATTAN-GUINNESS, *ἐνθ' ἄν.*, σ. 104.

14. Ὁ Cantor δὲν συγχώρεσε τὸν Mittag-Leffler. Ἔτσι ὅταν τὸ 1896, ὁ Painlevé τοῦ ζητᾶ νὰ ὑπογράψει γιὰ τὰ εἰκοσάχρονα τοῦ περιοδικοῦ, ὁ Cantor ἀρνεῖται. Πβ. J. BARROW-GREEN, Gösta Mittag-Leffler and the Foundation and Administration of *Acta Mathematica* στὸ *Mathematics Unbound: The Evolution of an International Mathematical Research Community 1800-1945*, K. H. PARSHALL, A. C. RICE (eds.) – New York and London, A.M.S. - L.M.S., 2002, σσ. 158-160.

15. Κύριος στόχος του ἦταν νὰ ἀποδείξει πὼς ὁ Francis Bacon ἦταν ὁ πραγματικὸς δημιουργὸς τῶν ἔργων τοῦ Shakespeare. Παράλληλα ὁμως μελετᾶ τοὺς Πατέρες τῆς Ἐκκλησίας, καθὼς καὶ κείμενα γιὰ τοὺς Ροδόσταυρους, τὴν Μασονία, τὴν Θεοσοφία. Σχετικὰ μὲ τὸν Shakespeare, πβ. K. PONITZ, Shakespeare und die Psychiatrie Therapie der Gegenwart, 12, 1964, σσ. 1463-1478. Παράλληλα ὁμως ἦταν καὶ σπουδαῖος ζωγράφος.



φίας. Καί πράγματι κατά τὸ χειμερινὸ ἑξάμηνο 1884-1885, ἀρχίζει νὰ διδάσκει φιλοσοφία στὸ Πανεπιστήμιο τῆς Halle. Τὰ μαθήματά του ἐπικεντρώνονταν στὴ φιλοσοφία τοῦ Leibniz καὶ ἀρκετοὶ φοιτητὲς (εἴκοσι πέντε) ξεκίνησαν νὰ τὰ παρακολουθοῦν. Ὅμως, ὅπως ἀναφέρει ἡ S. Kowalevska στὴν ἐπιστολὴ τῆς 21ης Μαΐου 1885 στὸν Mittag-Leffler, ὁ ἀριθμὸς αὐτὸς μειώθηκε στοὺς τέσσερις, ἔπειτα σὲ τρεῖς, ἔπειτα σὲ δύο κι ὕστερα σ' ἓναν. Παρ' ὅλα αὐτὰ ὁ Cantor συνέχισε νὰ διδάσκει σ' ἓναν φοιτητὴ, ὅταν ὁμως καὶ αὐτὸς ἐγκατέλειψε τὴν προσπάθεια, τότε πιά ὁ Cantor ὑποσχέθηκε στὴ γυναῖκα του πὼς δὲν θὰ ξαναδιδάξει φιλοσοφία¹⁶.

Στὴν ἐπιστολὴ τῆς 22ης Ἰανουαρίου 1894 πρὸς τὸν Hermite, ὁ Cantor τοῦ ἀποκαλύπτει πὼς τὰ τελευταῖα εἴκοσι χρόνια δὲν εἶχε ὡς ἀποκλειστικὸ ἀντικείμενο τὰ μαθηματικά, καθὼς «ἡ μεταφυσικὴ καὶ ἡ θεολογία ἔχουν κυριεύσει τὸ πνεῦμα μου σὲ τέτοιο βαθμὸ, ὥστε ἔχω σχετικὰ λίγο χρόνο ν' ἀφιερῶσω στὴν *πρώτη μου φλόγα*» [erste Flamme]¹⁷.

Ἡ ἀπογοήτευση γιὰ τὴ μὴ ἀποδοχὴ τῆς θεωρίας του διαφαίνεται στὴν ἐπιστολὴ τοῦ Cantor τῆς 6ης Μαρτίου 1887, πρὸς τὸν βοηθὸ τοῦ Mittag-Leffler, G. Eneström (1852-1923): «Αὐτὸν τὸν καιρὸ ἐλάχιστα μ' ἐνδιαφέρουν οἱ μαθηματικὲς μου ἔρευνες. Τὰ ἐνδιαφέροντά μου δὲν μὲ παρακινοῦν νὰ δημοσιεύσω καὶ εὐχαρίστως παραχωρῶ αὐτὴ τὴν δραστηριότητα σὲ ἄλλους»¹⁸.

Γιὰ νὰ διατηρήσει ἀλώβητη τὴν ἀξιοπρέπειά του δηλώνει πὼς ἀφήνει αὐτὴ τὴν δραστηριότητα σὲ ἄλλους. Στὴν πραγματικότητα ἡ ἀγάπη του γιὰ τὰ μαθηματικά εἶναι πιὸ δυνατὴ ἀπὸ τὴν πίκρα του. Ἔτσι συνεχίζει νὰ ἐργάζεται ἐρευνητικά, μόνο πού, γιὰ νὰ μὴν πληγώνεται ἀπὸ τοὺς ἐπικριτὲς του, δὲν δημοσιεύει.

Χαρακτηριστικὴ εἶναι ἡ ἐπιστολὴ πού στέλνει στὸν Ch. Hermite¹⁹ (1822-1901) στὶς 22 Ἰανουαρίου 1894, ὅπου ἀναφέρει πὼς ὑπακούει στὴν θεϊκὴ ἐπιταγὴ ἡ ὁποία τὸν ὁδηγεῖ νὰ ἀσχοληθεῖ μὲ τὴν θεολογία παρὰ μὲ τὰ μαθηματικά:

«Τώρα εὐχαριστῶ τὸν Θεό, τὸν Πάνσοφο, τὸν Πανάγαθο, πού ἀρνήθηκε νὰ ἱκα-

16. Ἐπιστολὴ τῆς S. Kowalesvka στὸν G. Mittag-Leffler, 21 Μαΐου 1885, Institut Mittag-Leffler, Djursholm, Sweden.

17. H. MESCHKOWSKI, Aus den Briefbüchern Georg Cantors, *Archive for History of Exact Science* 2, 1965, σ. 514.

18. MESCHKOWSKI, *ἐνθ' ἂν.*, σ. 97.

19. Ὁ Cantor αἰσθανόταν ἐπιστημονικὰ ἀπομονωμένος στὴν μικρὴ ἐπαρχιακὴ πόλη τῆς Halle, καὶ διακαῶς ἐπιθυμοῦσε νὰ μετατεθεῖ σὲ μιὰ ἔδρα τοῦ Πανεπιστημίου τοῦ Göttingen ἢ τοῦ Βερολίνου. Ὅμως ὅλες του οἱ προσπάθειες ἀπέτυχαν. Σὲ μιὰ ἐπιστολὴ του στὸν Mittag-Leffler ἀποκαλύπτει τὴν πικρία του:

«Κατανοεῖτε πολὺ καλὰ τὴν σημασία τῆς αἴτησής μου. Οὔτε μιὰ στιγμὴ δὲν πίστεψα πὼς θὰ μποροῦσα νὰ πάω στὸ Βερολίνο. Ἀλλὰ ἀφοῦ ἀποφάσισα νὰ κάνω τὴν αἴτηση καὶ ἀφοῦ γνωρίζω πὼς ἐδῶ καὶ χρόνια ὁ Schwarz καὶ ὁ Kronecker συνωμοτοῦν φοβερὰ ἐναντίον μου, φοβούμενοι πὼς κάποτε θὰ μποροῦσα νὰ πάω στὸ Βερολίνο, θεωρῶ πὼς εἶναι καθῆκον μου νὰ πάρω τὴν πρωτοβουλία καὶ νὰ ἀποταθῶ ἐγὼ ὁ ἴδιος στὸν Ὑπουργό. Γνωρίζω ἐπακριβῶς τὸ ἄμεσο ἀποτέλεσμα πού θὰ ἔχει αὐτὴ ἡ κίνησή μου. Ὁ Kronecker θὰ ἐξαφθεῖ σὰν νὰ τὸν τσίμπησε σκορπιὸς καὶ μὲ τὴν ὁμάδα του θὰ ἐπιτεθεῖ μὲ τέτοιες κραυγές, ὥστε νὰ νομίσαι κανεῖς πὼς τὸ Βερολίνο μεταφέρθηκε στὶς ἐρήμους τῆς Ἀφρικῆς μὲ τὰ λιοντάρια της, τὶς τίγρεις της καὶ τὶς ὕαινές της. Φαίνεται πὼς αὐτὸ τὸ πέτυχα!». Ἐπιστολὴ τῆς 1ης Ἰανουαρίου 1884. A. SCHOENFLIES, Die Krisis in Cantors mathematischen Schaffer, *Acta Mathematica*, 50, 1927, σσ. 3-4.



νοποιήσει την επιθυμία μου και με εξανάγκασε έντροφώντας στη Θεολογία να Τὸν ὑπηρετήσω καθὼς καὶ τὴν Ἁγία Ρωμαιοκαθολικὴ Ἐκκλησία Του, πολὺ περισσότερο ἀπ' ὅ,τι μπορούσα με τὴν αποκλειστικὴ ἐνασχόλησή μου με τὰ μαθηματικά»²⁰.

Σὲ μιὰ μεταγενέστερη ἐπιστολή, στὶς 30 Νοεμβρίου 1899, ἐκθέτει τὶς ἀπόψεις του γιὰ τὴν φύση τῶν ἀριθμῶν²¹ καὶ γιὰ τὸν τρόπο ὑπαρξῆς τους. Θεωρεῖ πὼς οἱ φυσικοὶ ἀριθμοὶ ὑπάρχουν στὴν ἀπόλυτη πραγματικότητα ὡς αἰώνιες [enigie] ἰδέες στὸ *Intellectus Divinus*.

«Μοῦ φαίνεται πὼς οἱ ἀριθμοὶ ἀποτελοῦνται, ὅπως ἓνας κόσμος πραγματικότητων ποὺ ὑπάρχει ἔξω ἀπὸ μᾶς, με τὸν ἴδιο χαρακτήρα τῆς ἀπόλυτης ἀναγκαιότητας ὡς πραγματικότητες τῆς φύσης, ποὺ ἡ γνώση τῆς μᾶς δίδεται ἀπὸ τὶς αἰσθήσεις»²².

Στὰ τέλη τοῦ 1883 καὶ στὴν ἀρχὴ τοῦ 1884, σὲ δύο ἐπιστολές του²³ πρὸς τὸν Mittag-Leffler, ἀναφέρει πὼς δὲν εἶναι ὁ δημιουργὸς αὐτῆς τῆς καινούργιας θεωρίας, ἀλλὰ μονάχα ἐκεῖνος ὁ ὁποῖος τὴν παρουσιάζει. Ὁ Θεὸς τοῦ χάρισε τὴν ἐμπνευση, στὸν ἴδιο ἐπέτρεψε μονάχα τὴν ἐπιλογὴ τῆς γραφῆς του.

Στὴν πραγματικότητα ὁ Cantor θέλει νὰ ἀποστασιοποιηθεῖ ἀπὸ τὶς ἐπικρίσεις ποὺ δέχεται ἡ θεωρία του γιὰ τοὺς ὑπερπεπερασμένους ἀριθμοὺς. Καθὼς λοιπὸν τοῦ ἔχει ἀποκαλυφθεῖ Θεία Χάριτι, δὲν ἀμφισβητεῖ τὴν ὀρθότητά της, ἐνῶ γιὰ τὸν ἑαυτὸ του ἐπιφυλάσσει μόνο τὸν ρόλο τοῦ θεϊκοῦ ἀπεσταλμένου.

2. Ἡ Θεολογία

Ὅπως ἡ μοίρα τῶν πρωτοπόρων εἶναι πάντα σχεδὸν προδιαγεγραμμένη, ὁ Cantor δὲν μπορούσε νὰ ἀποκλίνει ἀπὸ τὸν κανόνα. Οἱ μαθηματικοὶ τῆς ἐποχῆς του, ἐκτὸς ἀπὸ λιγοστὲς ἐξαιρέσεις, ὅχι μόνο δὲν τὸν κατανόησαν ἀλλὰ με τὶς ἐπικρίσεις τους ἐμπόδισαν τὴν διάδοσιν τῶν μελετῶν του.

Ὅσο κι ἂν φαίνεται περίεργο μερικοὶ θεολόγοι ἐνδιαφέρθηκαν γιὰ τὶς ἐρευνές του. Ἄς προσπαθήσουμε νὰ ἐρμηνεύσουμε τὸ γιατί.

Ἡ θύελλα τῆς Γαλλικῆς Ἐπανάστασης ἐπληξεν τὴν Παπισμὸν. Παράλληλα οἱ Πάπες εἶχαν καταδικάσει τὰ λάθη τῆς σύγχρονης φιλοσοφίας, ἀλλὰ κανένας πρὶν τὸν Λέοντα ΚΓ' (1810-1903) δὲν διανοεῖται νὰ στραφεῖ στὸ παρελθόν. Γόνος εὐγενῶν ὁ Vincenzo Gioachinno Pecci²⁴, μετὰ ἀπὸ μακρόχρονο σπουδὲς καὶ ἐπιτυχή θητεία σὲ πολλὰ ἐκκλησιαστικὰ ἀξιιώματα, ὅταν σὲ μεγάλη ἡλικία ἐκλέγεται

20. H. MESCHKOWSKI, Aus den Briefbüchern Georg Cantors, *Archive for History of Exact Sciences*, 2, 1965, σσ. 514-515.

21. MESCHKOWSKI, ἔνθ' ἄν., III, σ. 48.

22. H. MESCHKOWSKI, ἔνθ' ἄν.

23. Ἐπιστολὴ τοῦ G. Cantor τῆς 23ης Δεκεμβρίου 1883. Ἐπιστολὴ τοῦ G. Cantor τῆς 31ης Ἰανουαρίου 1884, στὸ A. SCHOENFLIES, *Acta Mathematica*, 50, 1927, σσ. 15-16.

24. B. O'REILLY, *Life of Leo XIII. From an authentic Memoir furnished by His Order*, New York, Webster & Co., 1887, καθὼς καὶ A. FRANZEN, R. BÄUMER, *Papstgeschichte*, Herder Freiburg, 1988. Πβ. L. WALLACE, *Leo XIII and the Rise of Socialism*, North Carolina, Duke University Press, 1966.



Πάπας, θα επιχειρήσει να αναβιώσει την σχολαστική φιλοσοφία, ως αντίβαρο των πολιτικών ρευμάτων²⁵.

Με την Έγκυκλιό του *Aeterni Patris*²⁶ (Γιά τὸν Αἰώνιο Πατέρα), πού εξέδωσε τὸ 1879, γίνονται διακριτοὶ οἱ ρόλοι τῆς πίστεως καὶ τῆς φιλοσοφίας, καὶ ὑποδεικνύει πόσο ἐποικοδομητικὰ μποροῦν νὰ ἀποβοῦν τὰ ὠσμωτικὰ φαινόμενα μεταξὺ τῶν δύο αὐτῶν κλάδων. Ὅμως ὁ Πάπας Λέων ΚΓ' ἐνδιαφέρεται καὶ γιὰ τὶς θετικὲς ἐπιστῆμες καί, ἴσως γιὰ νὰ σβήσει τὶς κακὲς ἐντυπώσεις τῶν προηγούμενων προκαθημένων στὸν θρόνο τοῦ Ἁγίου Πέτρου, προωθεῖ τὶς ἀστρονομικὲς ἐρευνες στὸ Βατικανό, ἐνῶ διόλου δὲν μένει ἀδιάφορος στὶς θεωρίες τοῦ Δαρβίνου²⁷.

Στὴν πραγματικότητα μὲ τὴν Έγκυκλιό του αὐτὴ ἐπιτρέπει τὴν ἀνασύσταση τῆς χριστιανικῆς φιλοσοφίας καὶ κυρίως τοῦ Θωμισμού²⁸. Ἀλλωστε δὲν εἶναι τυχαῖο πὼς τὴν ἴδια χρονιά ἰδρύει τὴν Pontificia Accademia di San Tommaso d'Aquino²⁹.

Σ' αὐτὴν τὴν Έγκυκλιο λοιπὸν ὁ Πάπας Λέων ΚΓ' ὄχι μόνο συνδέει τὴν πίστη μὲ τὴν φιλοσοφία, ἀλλὰ καὶ μὲ τὶς θετικὲς ἐπιστῆμες. Ὁ συνδυασμὸς καὶ ἡ ἀλληλοεπίδρασή τους θὰ συμβάλουν στὴν ἰσχυροποίηση τῆς Ἐκκλησίας. Ἡ προτροπὴ τοῦ Ἰησοῦ «πορευθεῖτε καὶ μαθητεύσατε πάντα τὰ ἔθνη»³⁰ ἀποτελεῖ τὴν ἀρχὴ αὐτῆς τῆς Έγκυκλίου, ἡ ὁποία φέρει ὡς ὑπότιτλο: *Γιὰ τὴν ἐπαναεισαγωγὴ τῆς χριστιανικῆς φιλοσοφίας*.

Χαρακτηριστικὸ εἶναι τὸ ἀπόσπασμα ἀπὸ τὴν 29η παράγραφο αὐτῆς τῆς Έγκυκλίου:

«Σ' αὐτὴ τὴν ἐπαναεισαγωγὴ τῆς φιλοσοφίας τὴν ὁποῖαν προτείνουμε ὅλες οἱ σπουδὲς ὀφείλουν νὰ βροῦν ἐλπίδα γιὰ πρόοδο καὶ ὑπόσχεση γιὰ βοήθεια. Οἱ τέχνες εἶναι σύνηθες νὰ ἐλκύνονται ἀπὸ τὴν φιλοσοφία, ὅπως ἀπὸ μιὰ σοφὴ δασκάλα... Οἱ φυσικὲς ἐπιστῆμες, οἱ ὁποῖες τώρα ἔχουν ἀποκτήσει μεγάλη φήμη, καὶ ἀπὸ τὴν φήμη τῶν τόσων ἀνακαλύψεων ἔχουν κερδίσει τὸν παγκόσμιον θαυμασμό ... ὑποστηρίζονται πολὺ μὲ τὴν ἐπαναεισαγωγὴ τῆς ἀρχαίας φιλοσοφίας. Ἡ ἀνακάλυψη τῶν πραγμάτων καὶ ἡ θεωρία τῆς φύσης δὲν εἶναι μονάχα ἀρκετὰ γιὰ τὴν ἐπωφελεῖ ἀσκηση καὶ πρόοδο. Ὅμως, ὅταν τὰ πράγματα ἔχουν ἀποδειχθεῖ, εἶναι ἀπαραίτητο νὰ μελετήσουμε τὴν φύση τῶν σωματιδίων, νὰ ἐρευνήσουμε τοὺς νόμους πού τὰ κυβερνοῦν καὶ τὶς ἀρχὲς ὅπου διαφαίνονται ἡ τάξη τους, ἡ ἐνότητα καὶ ἡ ἀμοιβαία σχέση. Σ' αὐτὲς τὶς ἐρευνες εἶναι ἀξιοθαύμαστο τί δύναμη καὶ φῶς καὶ βοήθεια θὰ ἐπιφέρει ἡ σχολαστικὴ φιλοσοφία»³¹.

Τὸ πρόβλημα τῆς ἐννοίας τοῦ ἀπειρου, ἀνοιχτὸ γιὰ ἐρευνα τόσο ἀπὸ φιλόσοφους, θεολόγους ὅσο καὶ ἀπὸ μαθηματικοὺς θ' ἀποτελέσει τὴν γέφυρα πού θὰ ἐνώσει τὴν καντοριανὴ θεωρία μὲ τὴν θεολογία. Ὁ K. Gutberlet (1837-1928) ἰδρύει

25. Ἐκείνη τὴν ἐποχὴ κυριαρχεῖ ἡ Kulturkampf στὴν Γερμανία καὶ μιὰ ἀντικληρικὴ πολιτικὴ στὴν Γαλλία, στὸ Βέλγιο καὶ στὶς Κάτω Χῶρες.

26. F. EHRLE, *Zur Enzyklika «Aeterni Patris»: Texte und Kommentar*, Roma, Pelster, 1954. Πβ. ἐπίσης J. J. WYNNE (ed.), *The Great Encyclical Letters of Pope Leo XIII*, New York, Benziger, 1903.

27. Πβ. Κ. ΚΡΙΜΠΑ, *Δαρβινισμὸς καὶ ἡ Ἱστορία του ἕως τὶς μέρες μας*, Ἀθήνα, 2009.

28. J. P. GÉLINAS, *La restauration du thomisme sous Léon XIII et les philosophies nouvelles*. Washington, Catholic University of America Press, 1959, καθὼς καὶ É. GILSON, *Le Philosophe et la Théologie*, Paris, Fayard, 1960.

29. Στὰ πλαίσια αὐτῆς τῆς πολιτικῆς πρέπει νὰ ἐντάξουμε καὶ τὴν ἰδρυση τοῦ Institut Supérieur de Philosophie στὴν Louvain.

30. Κατὰ Ματθαίου Εὐαγγέλιον, 28,19.

31. Leo XIII, *Aeterni Patris*, § 29, ἐνθ' ἀν., σ. 81.

μέ τον Joseph Pohle τὸ περιοδικὸ *Philosophisches Jahrbuch der Görres-Gesellschaft*, ἐπετηρίδα τῆς Ἑταιρείας Görres³² με νεοθωμιστικὴ ἀπόχρωση. Ὁ C. Gutberlet τὸ 1878 ἔγραψε ἓνα βιβλίο με τίτλο *Τὸ ἄπειρο θεωρούμενο ἀπὸ μεταφυσικῆς καὶ μαθηματικῆς πλευρᾶς*³³ ἀναζητώντας στὶς θεωρήσεις τοῦ Cantor γιὰ τοὺς ὑπερπεπερασμένους ἀριθμούς, τὴν ἀπόδειξη γιὰ τὴν ἄπειρη ὑπαρξὴ τοῦ Θεοῦ. Ἐνῶ τὸ 1897, στὴν πραγματεία του *Γενικὴ Μεταφυσικὴ*³⁴, δὲν διστάζει νὰ ἀναφερθεῖ στὶς σπουδαῖες μελέτες τοῦ Cantor γιὰ τοὺς ὑπερπεπερασμένους ἀριθμούς: «Με μεγάλη διορατικότητα ὁ λαμπρὸς μαθηματικὸς G. Cantor ὑπερασπίζεται τὰ ἀπειροσύνολα καὶ μάλιστα δημιουργεῖ τὰ μαθηματικὰ τῶν ὑπερπεπερασμένων ἀριθμῶν τοὺς ὁποίους σὲ πολλὰ κείμενά του ἐρμήνευσε καὶ θεμελίωσε»³⁵.

Ὁ ἱκανὸς θεολόγος καὶ φιλόσοφος C. Gutberlet, μαθητὴς τοῦ Franzelin (1850-1920), τὸ 1886 στὸ ἄρθρο³⁶ του γιὰ τὸ πρόβλημα τῶν ἀπειροστῶν σκιαγραφεῖ τὴν θεωρία τοῦ Cantor γιὰ νὰ ἐκθέσει τὶς ἀπόψεις του γιὰ τὴν θεολογικὴ καὶ φιλοσοφικὴ χροιά τοῦ ἀπείρου, ἀφοῦ οἱ πρόσφατες ἐρευνες τοῦ ἀναμορφωτῆ τῶν μαθηματικῶν εἶχαν προσδώσει καινούργια λάμψη στὴν ἔννοια τοῦ ἀπείρου καὶ εἶχαν διεγείρει τὶς θεολογικὲς ἀναζητήσεις του.

Στὴν ἐπιστολὴ του πρὸς τὸν Gutberlet, ὁ Cantor θεωρεῖ πὼς οἱ ὑπερπεπερασμένοι ἀριθμοὶ λαμπρύνουν τὴν θεϊκὴ φύση καὶ τὴν κυριαρχία³⁷.

Τόσο μάλιστα πίστευε ὁ Gutberlet στὴν θεωρία τοῦ Cantor, ὥστε δὲν διστάζει σ' αὐτὴ τὴν πολυσέλιδη μελέτη του νὰ δηλώσει: «Πάνω ἀπὸ ὅλα τώρα θέλουμε νὰ ἐρμηνεύσουμε τὴν καντοριανὴ θεωρία καὶ ὕστερα νὰ ὑπερασπίσουμε τὶς θεωρήσεις μας ἐναντία στὶς ἐπικρίσεις ποὺ παρουσιάστηκαν»³⁸ σ' αὐτὸ τὸ περιοδικό, με τὴν ἐρμηνεία τοῦ Cantor γιὰ τὸ ἄπειρο μέγεθος³⁹.

Ἐνῶ λίγο παρακάτω δὲν θὰ διστάσει νὰ ἀναφέρει πὼς ὁ ἴδιος ὁ Θεὸς ἐξασφαλίζει τὴν ὑπαρξὴ τῶν ὑπερπεπερασμένων ἀριθμῶν, ὅπως τὴν ὑπαρξὴ τῶν ἀρρήτων, τοῦ ὑπερβατικοῦ π. Ἴσως ἔτσι ὁ Gutberlet νὰ μεταφέρει τὴν ἀρχαιοελληνικὴ θεώρηση γιὰ τὴ θεϊκὴ καταγωγὴ τῶν ἀριθμῶν, ὅπως τὴν ἐξιστορεῖ ὁ Αἰσχύλος στὸν *Προμηθεὺς Δεσμώτης*⁴⁰.

32. Ὁ Joseph von Görres (1776-1848) μαθητὴς τοῦ Fraenzelin, ἦταν ἓνας σημαντικὸς συγγραφέας καὶ καθηγητὴς φιλοσοφίας στὸ Πανεπιστήμιο τοῦ Μονάχου. Τὸ 1876 ἰδρύεται ἡ Ἑταιρεία Görres, ὡς ἀπάντηση στὸ κίνημα Kulturkampf, γιὰ τὴν πρόοδο τῶν ἐπιστημῶν.

33. K. GUTBERLET, *Das Unendliche, mathematisch, und metaphysisch betrachtet*, Mainz, Faber, 1878.

34. K. GUTBERLET, *Allgemeine Metaphysik*, Münster, Theissing Verlag, 1897.

35. *Αὐτόθι*, σ. 15.

36. K. GUTBERLET, *Das Problem des Unendlichen*, *Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik*, 88, 1886, σσ. 179-223.

37. G. CANTOR, *Mittheilungen zur Lehre von Transfiniten*, *Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik*, 91, 1887, σ. 95.

38. Ἀναφέρεται στὸ ἐπικριτικὸ ἄρθρο τοῦ Caspar Isenkrahe, ποὺ δημοσιεύτηκε ἓνα χρόνο πρὶν στὸ ἴδιο περιοδικό. Πβ. C. ISENKRAHE, *Das Unendliche in der Ausdehnung. Sein Begriff und seine Stützen*, *Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik*, 86, 1885, σσ. 73-111, 145-198.

39. C. GUTBERLET, *ἐνθ' ἄν.*, σ. 180.

40. Γιὰ περισσότερες λεπτομέρειες, πβ. Ch. PHILI, *Mythe et Mathématiques*, στὸ *Mythe et justice dans la pensée grecque*, B. MELKEVIK, M. PROTOPAPAS-MARNELI, S. TZITZIS (ἐκδ.), Laval, Presses de l'Université de Laval, 2009, σσ. 45-57.



Ὁ Gutberlet ὁμῶς δὲν εἶναι ὁ μόνος θεολόγος μὲ τὸν ὁποῖον ὁ Cantor ἀνταλλάσσει ἀπόψεις. Ὁ καρδινάλιος Johannes Franzelin (1816-1886) δὲν πείθεται γιὰ τὴν ὑπαρξὴ τῶν ὑπερπεπερασμένων ἀριθμῶν. Ὁ σημαντικὸς ἰησουΐτης φιλόσοφος, μέλος τοῦ Κονκλάβιου, θεωρεῖ γενικὰ πὼς κανεὶς δὲν μπορεῖ νὰ ἀποδεχθεῖ τὸ ὑπερπεπερασμένο⁴¹. Αὐτὸ τὸ ὁποῖο ὁ συγγραφεὺς ὀνομάζει «*Transfinitum in matina naturata*»⁴².

Στὶς 22 Ἰανουαρίου 1886 ὁ Cantor γράφει στὸν καρδινάλιο Franzelin⁴³ διευκρινίζοντάς του πὼς τὸ αἰῶνιο ἄπειρο ἀνήκει ἀποκλειστικά στὸν Θεὸ καὶ στὰ κατηγορήματά του ἐνῶ τὸ ἄπειρο, τὸ ὁποῖο ἔχει δημιουργηθεῖ χωρὶς τὸ Ὑπερπεπερασμένο, βρίσκει ἐφαρμογὴ στὸν ἄπειρο ἀριθμὸ τῶν ἀντικειμένων τοῦ σύμπαντος⁴⁴.

Ὁ Cantor ἀποστέλλει στὸν καρδινάλιο J. B. Franzelin στὴ Ρώμη, ἓνα δοκίμιο⁴⁵ ποὺ ἔγραψε τὸ 1885 μὲ τίτλο *Σχετικὰ μὲ τὶς διαφορὲς ἀπόψεις γιὰ τὸ ἄπειρο*⁴⁶, τὸ ὁποῖο συνοδεύει μὲ μιὰ σύντομη ἐπιστολή⁴⁷, ὅπου τοῦ ζητᾷ νὰ ἐξετασθεῖ αὐτὴ ἡ μελέτη τοῦ ἀπὸ χριστιανοὺς καθολικοὺς φιλοσόφους. Πιστὸς λουθηρανὸς ὁ Cantor νοιάζεται ἂν ἡ ἐργασία του περικλείει λάθη, τὰ ὁποῖα, ἐνδεχομένως, θὰ μπορούσαν νὰ θεωρηθοῦν ἐπικίνδυνα γιὰ τὴν θρησκεία. Ὁ μεγάλος ἀναμορφωτὴς τῶν Μαθηματικῶν δὲν διστάζει νὰ στείλει τὸ κείμενό του αὐτὸ στὸν καρδινάλιο, ὠθούμενος ἀπὸ τὴν πραγματεία τοῦ Franzelin, *Γιὰ τὴ δεύτερη φύση τοῦ Θεοῦ*, ὅπου ἀποδέχεται⁴⁸ κάποιες ἀπὸ τὶς θεωρήσεις του γιὰ τὸ ἄπειρο.

Σ' αὐτὴ τὴν ἐργασία του ὁ Cantor ἰσχυρίζεται πὼς εἶναι ὁ πρῶτος ποὺ βεβαιώνει τὴν πραγματικότητά τοῦ ἀπείρου⁴⁹, τόσο στὸ ἀφηρημένο ἐπίπεδο ὅσο καὶ στὸ συγκεκριμένο. Στὸ συγκεκριμένο τὸ ἄπειρο [ἢ τὸ ὑπερπεπερασμένο] τὸ ταυτίζει μὲ τὴν θεώρηση τοῦ Spinoza *natura naturata*, τὸ δημιουργημένο σύμπαν. Τὸ ἄπειρο στὸ ἀφηρημένο ἐπίπεδο τὸ ταυτίζει μὲ τὴν ὑπερπεπερασμένη διάταξη τύπων καὶ πληθαισμάτων, ἐνῶ τὸ θεϊκὸ ἄπειρο τὸ ταυτίζει μὲ τὴν θεώρηση τοῦ Spinoza *natura naturans*, τὸν δημιουργὸ τοῦ σύμπαντος⁵⁰.

Σ' αὐτὴν τὴν ἐπιστολή του ὁ Cantor ἰσχυρίζεται πὼς ὁ πανθεϊσμός πηγάζει ἀπὸ

41. Ἐπιστολὴ τῆς 25ης Δεκεμβρίου 1885 τοῦ καρδινάλιου Franzelin πρὸς τὸν G. Cantor. H. MESCHKOWSKI und W. NILSON (ἐκδ.) *Georg Cantor Briefe*, Berlin, Springer, 1991, σ. 253.

42. Γενικότερα γιὰ τὸν Franzelin πβ. G. BONAVENTIA, *Raccolta di memorie intorno alla vita dell'emo Cardinale Giovanni Battista Franzelin*, Roma, 1887.

43. H. MESCHKOWSKI und W. NILSON, ἐνθ' ἄν., σσ. 254-256.

44. G. CANTOR, Über die verschiedenen Unendliche in bezug auf das aktuelle unendliche, *Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik*, 88, 1886. Πβ. *Ges. Abh.*, σσ. 370-371.

45. Αὐτὴ τὴν ἐργασία ἔχει ἤδη ἀποστείλει καὶ στὸν Σουηδὸ μαθηματικὸ G. Eneström.

46. Ἐνα μέρος τῆς ἀπάντησης τοῦ Franzelin καθὼς καὶ δύο ἐπιστολὲς τοῦ Cantor συμπεριλαμβάνονται στὴν ἐργασία του Ἀνακοινώσεις γιὰ τοὺς Ὑπερπεπερασμένους, *Mitteilungen zur Lehre vom Transfiniten Zeitschrift für Philosophie und Philosophische Kritik*, 91, 1887, σσ. 81-125· 92, 1888, σσ. 240-265. Πβ. ἐπίσης *Ges. Abh.*, σσ. 378-349.

47. J. B. FRANZELIN, ἐνθ' ἄν., Thesis XLI.

48. Γενικότερα γιὰ τὴ διαμάχη γιὰ τὸ ἄπειρο πβ. D. Laugwitz, Debates about Infinity in mathematics around 1890: The Cantor-Veronese controversy, its origins and its outcome, *Zeitschrift für Geschichte der Wissenschaften, Technik und Medizin*, 10, σσ. 102-126.

49. G. CANTOR, ἐνθ' ἄν., 1886, σ. 375, σημ. 21.

50. Γιὰ τὴν σχέση Cantor-Spinoza πβ. P. BUSSOTTI, Ch. TAPP, The Influence of Spinoza's Concept of Infinity on Cantor Set Theory, *Studies in History and Philosophy of Science*, A, 40, 2009, σσ. 25-35.

τὴν ἀποτυχία τῆς διάκρισης μεταξὺ τοῦ ἐνεστωτικοῦ ἀπείρου, τοῦ ὑπερπεπερασμένου καὶ τοῦ ἀπόλυτου. Μονάχα ἐκεῖνος ποὺ ἰσχυρίζεται ὅτι τὸ ἀπόλυτο ἄπειρο τοῦ Θεοῦ πραγματοποιεῖτο στὴ φύση, θὰ μπορούσε νὰ εἶναι ἓνας γνήσιος πανθεϊστής.

«Ἄλλη μιὰ συνήθης σύγχυση διαφαίνεται μὲ τὶς δύο μορφές τοῦ ἐνεστωτικοῦ ἀπείρου, ὅπου τὸ ὑπερπεπερασμένο ἀναμειγνύεται μὲ τὸ ἀπόλυτο ἄπειρο, ὅλες αὐτὲς οἱ ἔννοιες εἶναι ἰσχυρὰ διακεκριμένες... Αὐτὴν τὴν ἀποτυχία τὴν ἀντιμετωπίζουμε π.χ. στὸν πανθεϊσμό, ποὺ ἀποτελεῖ τὴν ἀχίλλειο πτέρνα τῆς Ἠθικῆς τοῦ *Spinoza*»⁵¹.

Στὴν ἀπάντησή του στὸν Cantor, ὁ καρδινάλιος Franzelin τὸν προειδοποιεῖ γιὰ τὴν πανθεϊστικὴ φύση τοῦ συλλογισμοῦ του καὶ γιὰ τὶς συνέπειες ποὺ περιέχει:

«Πάντως ὁμολογῶ, ὅτι κατὰ τὴν γνώμη μου αὐτὸ ποὺ ὁ συγγραφέας ὀνομάζει "*transfinitum in natura naturatum*" δὲν μπορεῖ νὰ ὀρισθεῖ καί, κατὰ κάποια ἔννοια, αὐτὸ ποὺ ὁ συγγραφέας δὲν φαίνεται νὰ ἔχει δώσει, θὰ περιέχει τὸ λάθος τοῦ πανθεϊσμοῦ»⁵².

Ἡ ἀπάντηση τοῦ ἱδρυτῆ τῆς θεωρίας συνόλων πρὸς τὸν καρδινάλιο Franzelin φανερῶνει τὴν ἐπιθυμία του νὰ ἀποφύγει τὸν χαρακτηρισμὸ τοῦ πανθεϊστή. Στὴν ἐπιστολή του τῆς 22ης Ἰανουαρίου 1886 ἐπιχειρεῖ λοιπὸν νὰ διαχωρίσει τὴν θέση του ἀπὸ τὸν πανθεϊσμό, καὶ ἐπικεντρώνεται στὴ διάκριση μεταξὺ τοῦ πεπερασμένου καὶ τοῦ ἀπόλυτου ἀπείρου.

«Χρησιμοποιῶ τὶς ἐκφράσεις "*natura naturans*" καὶ "*natura naturata*" στὸ ὀλιγοσέλιδο δοκίμιό μου "Σχετικὰ μὲ τὶς διαφορὲς ἀπόψεις γιὰ τὸ ἄπειρο" μὲ τὴν ἴδια ἔννοια ποὺ τοὺς ἔδωσαν οἱ Θωμιστές. Ἔτσι ἡ πρότερη ἐκφράζει τὸν Θεὸ ὡς τὸν δημιουργὸ καὶ τὸν φύλακα τῶν οὐσιῶν παραγόμενων ἀπὸ Αὐτὸν ἀπὸ τὸ τίποτα, ἐνῶ ἡ ἄλλη ὀρίζει τὸν κόσμον ποὺ ἔχει δημιουργηθεῖ ἀπὸ Αὐτόν. Συνεπῶς διακρίνω τὸ "*Infinitum aeternum sive Absolutum*", ποὺ ἀναφέρεται στὸν Θεὸ καὶ στὰ κατηγορήματά του ἀπὸ τὸ "*Infinitum creatum sive Transfinitum*" τὸ ὁποῖο πάνω ἀπὸ ὅλα μαρτυρεῖ ὅτι στὴν δημιουργούμενη φύση ἀναγνωρίζεται ἓνα ἐνεστωτικὸ ἄπειρο, ὅπως π.χ. συμβαίνει, σύμφωνα μὲ τὴν σταθερὴ πεποίθησή μου, στὸν ἐνεστωτικὸ ἄπειρο ἀριθμὸ τῶν δημιουργημένων ἀτόμων, σὲ ὅλο τὸ σύμπαν καὶ ἐπίσης στὴν γῆ μας, καὶ κατὰ πᾶσα πιθανότητα, σὲ κάθε μικρότατο μέρος τοῦ ἴδιου τοῦ ἐπεκτεταμένου χώρου, ὡς πρὸς τὸν ὁποῖον συμφωνεῖ ἀπόλυτα μὲ τὸν *Leibniz*»⁵³.

Στὴν ἀπόπειρα τοῦ Cantor νὰ ἀποστασιοποιηθεῖ ἀπὸ τὸν πανθεϊσμό, ἡ ἀπάντηση τοῦ Καρδινάλιου, εἶναι πολὺ πιὸ ἰσχυρή:

Στὴν ἐπόμενη ἐπιστολή τοῦ Cantor τῆς 29ης Ἰανουαρίου 1886, παρατηροῦμε μιὰ ὀπισθοχώρηση, ἀφοῦ δηλώνει πὼς ἡ δημιουργία τοῦ πεπερασμένου καθὼς καὶ τοῦ ὑπερπεπερασμένου «βασιλείου» γεννιέται κυρίως ἀπὸ «τὴν ὑποκειμενικὴ μας ἀνάγκη» προερχόμενη ἀπὸ τὴν θεϊκὴ φύση:

«... δὲν εἶχα τὴν πρόθεση νὰ μιλήσω γιὰ μιὰ ἀντικειμενικὴ, μεταφυσικὴ ἀνάγκη μιᾶς δημιουργικῆς πράξης, ποὺ ἔχουμε ὑποδουλώσει στὴν ἀπόλυτη ἐλευθερία τοῦ Θεοῦ, ἀλλὰ μᾶλλον ἤθελα νὰ δείξω τὴν ὑποκειμενικὴ ἀνάγκη γιὰ μᾶς, ὅτι ἀπὸ

51. G. CANTOR, Über die verschiedenen Standpunkte in bezug auf das aktuelle Unendliche, *Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik*, 88, 1886. Πβ. *Ges. Abh.*, σσ. 370-371.

52. H. MESCHKOWSKI und W. NILSON (ἐκδ.), *Georg Cantor Briefe*, Berlin, Springer, 1991, σ. 253.

53. H. MESCHKOWSKI-NILSON, ἔνθ' ἀν., σ. 254, σημ. 52.

τὴν ἀπόλυτη καλωσύνη καὶ τὸ μεγαλεῖο τοῦ Θεοῦ πρέπει νὰ προκύψει μιὰ πραγματική δημιουργία, ὅχι ἀπλὰ μιᾶς πεπερασμένης διάταξης (ὅχι ἀπὸ τὴν πλευρὰ τοῦ Θεοῦ) ἀλλὰ ἐπίσης ἀπὸ μιᾶς ὑπερπεπερασμένης διάταξης»⁵⁴.

Στὴν μεταγενέστερη ἀλληλογραφία⁵⁵ τοῦ μὲ ἄλλους ἱερωμένους ὑπογραμμίζει τὴν ἐλευθερία τοῦ Θεοῦ καὶ δὲν διστάζει νὰ παραθέσει τὴν τελικὴ ἔγκριση τοῦ Franzelin.

Ὁ Cantor στὸ γνωστὸ ἔργο, Ἀνακοινώσεις γιὰ τὸ μάθημα τοῦ ὑπερπερασμένου, ἀπαντᾷ στὶς ἐπικρίσεις, παρουσιάζει θεολογικὰ ζητήματα καὶ τὰ διακρίνει ἀπὸ τὰ μαθηματικά: «ἡ θεολογία μπορεῖ νὰ ἐξετάσει τὸ ἀπόλυτο ἄπειρο καὶ νὰ καθορίσει τί μπορεῖ νὰ πεῖ κανεὶς γι' αὐτό. Ἐξ ἄλλου τὰ θέματα ποὺ ἀφοροῦν τὸ ὑπερπερασμένο ἀποκαλύπτουν τὴν οὐσία τῆς μεταφυσικῆς καὶ τῶν μαθηματικῶν.

Ἐδῶ καὶ χρόνια προτιμῶ αὐτὰ τὰ θέματα».

Στὴν ἐπιστολὴ τοῦ πρὸς τὸν Eberhard τῆς 21ης Μαΐου 1886, ὁ Cantor θεωρεῖ πὺς τὸ κάθε τι μπορεῖ νὰ ὑπάρξει καὶ νὰ εἶναι ἀληθές ἀπὸ τὴν παντοδυναμία τοῦ Θεοῦ:

«Ἐφ' ὅσον ἀναγνώρισα τὴν ἐσώτερη συνέπεια μιᾶς ἔννοιας ποὺ ὁδηγεῖ στὸ ὄν, τότε ἡ ἰδέα τῆς παντοδυναμίας τοῦ Θεοῦ μὲ ἀναγκάζει νὰ σκεφτῶ τὸ ὄν ὡς ἐκφραζόμενο ἀπὸ τὴν πραγματοποιήσιμη ἔννοια».

Βαθεῖα θρησκευόμενο ἄτομο ὁ Cantor, τὸ 1894 ἀναφέρει πὺς ἡ στροφή τοῦ πρὸς τὴν θεολογία καὶ τὴν μεταφυσικὴ δὲν προέκυψε ἀπὸ κάποιες ἰδιαίτερες συνθήκες ἀλλὰ ὀφείλεται σὲ θεϊκὴ προτροπὴ. Γι' αὐτὸ καὶ δηλώνει: «Ὡς πρὸς τὴν ἀλήθεια τῶν ὑπερπεπερασμένων δὲν ἔχω καμμιὰ ἀμφιβολία· μὲ τὴν βοήθεια τοῦ Θεοῦ τοὺς ἀναγνώρισα καὶ τοὺς μελέτησα σὲ βάθος πάνω ἀπὸ εἴκοσι χρόνια. Κάθε χρόνος καὶ σχεδὸν κάθε μέρα, μὲ ὁδηγεῖ ὁλο καὶ πιὸ βαθειὰ σ' αὐτὴ τὴν ἐπιστήμη»⁵⁶.

3. Ἐπίλογος

Σὲ μιὰ ἀπὸ τίς σημαντικὲς του μελέτες ὁ Cantor ἀναφέρει τὸ ἱστορικὸ πιά ἀποφθεγμὰ τοῦ πὺς «ἡ οὐσία τῶν μαθηματικῶν βρίσκεται στὴν ἐλευθερία τους»⁵⁷. Σὲ μιὰ ἐλευθερία ὅχι μόνο τῆς ἐκφρασης ἀλλὰ καὶ τοῦ δικαιώματος τοῦ διαφέρειν⁵⁸.

54. MESCHKOWSKI-NILSON (ἐκδ.), ἐνθ' ἄν., σ. 258, σημ. 52.

55. Γιὰ περισσότερες λεπτομέρειες πβ. τὴν διδακτορικὴ διατριβὴ τοῦ B. JAEGER, *Das actuale and das absolute Unendliche. Zum Dialog zwischen Georg Cantor und Theologen seiner Zeit*, Tübingen, 1992. Πβ. ἐπίσης H. MESCHKOWSKI, *Auf den Briefbüchern Georg Cantors*, *Archive for the History of the Exact Sciences*, 2, 1965, σσ. 503-519.

56. Ἐπιστολὴ τοῦ Cantor στὸν I. Jeiler. Πβ. J. BENDIECK, *Ein Brief Georg Cantors an P. Ignatius Jeiler O. F. M.*, *Franziskanischen Studien*, 47, 1965, σ. 66.

57. «Das Wesen der Mathematik liegt gerade in ihrer Freiheit»: G. CANTOR, *Ueber unendliche lineare Punktmannigfaltigkeiten*, *Mathematische Annalen*, 1883, σ. 182. Ἐπιστολὴ τοῦ Cantor στὸν I. Jeiler.

58. Ὁ ἀνελέητος ἐχθρὸς του, ὁ L. Kronecker, πίστευε πὺς ἔπρεπε νὰ προφυλαχθεῖ ἡ γενιὰ τῶν νέων Μαθηματικῶν καὶ νὰ μὴν διαβάσει οὔτε μιὰ λέξη ἀπὸ τὴν ἀγυρτία ποὺ ὀνομάζεται «θεωρία συνόλων» τοῦ Cantor.

Ὁ Cantor πλήρωσε βαρύτατο τίμημα γι' αὐτὴ τὴν στάση ζωῆς. Περιθωριοποιημένος ὡς ἀνορθόδοξος, ριζοσπάστης ὡς ἐπαναστάτης, ἀνεξάρτητος ὡς μαχητής, δημιουργοῦσε, μέσα ἀπὸ τὶς πιὸ ἀντίξοες καταστάσεις, ἔχοντας πίστη καὶ βεβαιότητα γιὰ τὴν ὀρθότητα τῆς θεωρίας του:

«Ἡ θεωρία μου εἶναι στέρεη, ὅπως ἓνας βράχος. Κάθε βέλος που θὰ πέσει ἐπάνω της γρήγορα θὰ γυρίσει σ' ἐκεῖνον πὺν τὸ ἐκτόξευσε. Καὶ πῶς τὸ ξέρω αὐτό; Γιατί δούλεψα αὐτὴ τὴν θεωρία ἀπ' ὅλες τὶς πλευρές, γιατί ἐξέτασα ὅλες τὶς ἀντιρρήσεις πὺν θὰ μπορούσαν ποτὲ νὰ διατυπωθοῦν γιὰ τοὺς ἀπειρους ἀριθμοὺς καὶ πάνω ἀπ' ὅλα γιατί ἀκολούθησα τὶς ρίζες της, ἃς τὸ ποῦμε ἔτσι, μέχρι τὴν πρώτη ἀλάθητη αἰτία ὅλων τῶν δημιουργημένων πραγμάτων»⁵⁹.

Ἡ θεωρία τῶν ὑπερπεπερασμένων ἀριθμῶν τοῦ Cantor μοιάζει νὰ ἐπαληθεύει τὸ ἔμβλημα τῆς πόλης τοῦ Παρισιοῦ «*fluctuat nec mergitur*». Τὴν χτυποῦσαν τὰ κύματα ἀλλὰ δὲν βυθίστηκε, ἐπέζησε μέσα ἀπὸ ἐπικρίσεις καὶ παράδοξα. Σήμερα ἴσως οἱ ἀναφορὲς του στὸν Θεὸ καὶ στὴν ἀποκάλυψη Θεῖα Χάριτι νὰ ἔχουν ξεχασθεῖ, ἡ θεωρία του⁶⁰ ὁμως ἐπέζησε, ἀναπτύχθηκε καὶ λάμπρυνε τὰ μαθηματικὰ τοῦ 20οῦ αἰῶνα. Ὁ ἀγωνιστὴς Cantor εἶχε καὶ ἔχει τὸν τελευταῖο λόγο.

Χ. ΦΙΛΗ
(Ἀθῆναι)

59. Ἐπιστολὴ τοῦ G. Cantor τῆς 21^{ης} Ἰουνίου 1888 στὸν K. F. Heman. Πβ. MESCHKOWSKI, *Briefbüchern*, σ. 179.

60. Γιὰ περισσότερες λεπτομέρειες, πβ. H. BANDMANN, *Die Unendlichkeit des Seins: Cantors Unendlichkeitsidee und ihre metaphysischen Wurzeln*, Frankfurt am Main, Lang, 1992.