ARPAD SZABO, Budapest

DIE PHILOSOPHIE DER ELEATEN UND DER AUFBAU VON EUKLIDS *ELEMENTEN*

Es scheint, daβ wir die Erkenntnis dessen – das gesamte mathematische Wissen kann als ein System aufgebaut und dargestellt werden – den Alten Griechen zu verdanken haben. Wir besitzen auch in der Tat ein Werk aus dem Altertum, das diese Erkenntnis mustergültig illustriert; wir denken an Euklids *Elemente*. Wohl gibt es zwar außer diesem auch noch zahlreiche andere mathematische Werke aus der Antike, die sich derselben euklidischen Methode bedienen, die in den *Elementen* verwirklicht wurde; Apollonios von Perge, Archimedes, Pappos und alle Mathematiker der späteren Zeit hatten sich ja einstimmig zum System des Euklid bekannt. Aber keiner von den späteren hat nach Euklid noch einmal versucht, *Elemente* zu konstruieren. Und was die Vorgänger des Euklid betrifft, die nach dem Bericht des Proklos[1] auch früher schon versucht hatten, ähnliche systematische Werke zusammenzustellen – Hippokrates von Chios, Leon und Theudios von Magnesia –, von ihren *Elementen* besitzen wir nicht einmal Fragmente. Euklid, der «Stoicheiotes» ist für uns der einzige Vertreter dieser wissenschaftlich-literarischen Gattung. Man vergesse dabei auch nicht, daβ dieser von ihm einzig und allein vertretenen Gattung ein außerordentlich zähes Leben in der gesamten Geschichte der Wissenschaft und Kultur beschieden war. Jedes mathematische Werk – wenn es überhaupt Anspruch auf Wissenschaftlichkeit erhebt – befolgt ja bis zum heutigen Tag mehr oder weniger das System des Euklid[2]. Es wurde auch nicht umsonst betont: man könnte mit einiger Übertreibung behaupten:

1. Proclus Diadochus, *In Euclidis Elementorum librum primum commentaria*, ed. G. Friedlein, Lipsiae 1875, 65-68.

2. Wir wollen dabei natürlich auch jene Kritik nicht vergessen, mit der am Anfang dieses Jahrhunderts besonders F. Klein sowohl Euklid selbst, wie auch die ganze antike Mathematik behandelt hatte. Man vgl. besonders seine *Elementary Mathematics from an advanced Standpoint, Geometry* (translated from the third German edition, Dover Publications), 188-208.

die Menschheit hätte den Gedanken des mathematischen Beweises von einem Mann und aus einem Werk, aus Euklids *Elementen* gelernt[3].

Natürlich hat dabei Euklid das «System der Mathematik» keineswegs alleine und aus dem Nichts geschaffen. Selbst wenn man jener Überlieferung über die «Vorgänger des Euklid» – die bei Proklos aufbewahrt und angedeutet wurde, und nach welcher auch andere schon vor Euklid *Elemente* geschrieben hatten – keine besondere Beachtung beimessen wollte, auch dann müßte man noch im Versuch, die Mathematik systematisch aufzubauen, die Erbschaft einer wichtigen philosophischen Tradition erblicken. – Ich habe in den letzten 15 Jahren in mehreren historischen Arbeiten die Ansicht vertreten, daß Euklids deduktives System der Mathematik eigentlich auf eine Anregung der eleatischen Philosophie zurückzuführen sei[4]. In der vorliegenden Zusammenfassung beleuchte ich denselben Gedanken

---

3. G. Polya, *How to solve it ?* New York 1957², 215 : *Why proofs ? . . . We may say, with a little exaggeration, that humanity learned this idea from one man and one book from Euclid and his Elements.*

4. Zuletzt zusammengefaßt habe ich meine diesbezüglichen Gedanken im Buch *Anfänge der griechischen Mathematik,* Budapest (Akadémiai Kiadó) und München/Wien (Oldenbourg) 1969, 494 S. [Anm. d. Red. : Eine Besprechung des Werkes von Prof. Philon Vassiliou ist in diesem Band enthalten].

Außerdem erwähnen möchte ich hier auch jene früheren Aufsätze von mir, die das eben gennante Buch zwar vorbereitet hatten, aber die das Buch selber in mancher Hinsicht immer noch ergänzen können. Diese sind, soweit sie unmittelbar die Mathematikgeschichte betreffen folgende :

Eleatica, AAntHung 3 (1955) 67-103. *Wie ist die Mathematik zu einer deduktiven Wissenschaft geworden ?* ebd. 4 (1956) 109-151. *Deiknymi, als mathematischer Terminus für beweisen,* «Maia» 10 (1958) 106-131. *Die Grundlagen in der frühgriechischen Mathematik,* SI 30 (1958) 1-51. *Der älteste Versuch einer definitorisch-axiomatischen Grundlegung der Mathematik,* «Osiris» (Brugis-Belgium) 14 (1962) 308-369. *The transformation of Mathematics into deductive science and the beginnings of its foundation on definitions and axioms,* «Scripta Mathematica» (New York) 27, 27-49, 113-139. *Anfänge des euklidischen Axiomensystems,* «Archive for History of Exact Sciences» 1 (1960) 37-106. *Ein Beleg für voreudoxische Proportionenlehre? (Aristoteles : Topik Θ 3, 158 b 29-35),* ABG 9 (1964) 151-171. *Der Ursprung des euklidischen Verfahrens,* «Math. Ann.» 150 (1963) 203-217. *Die frühgriechische Proportionenlehre,* «Archive for History of Exact Sciences» 2 (1965) 197-270. *Der mathematische Begriff dynamis,* «Maia» 15 (1963) 219-256. *Theaitetos und das Problem der Irrationalität in der griechischen Mathematikgeschichte.* AAntHung 14 (1966) 303-358. *Greek Dialectic and Euclid's Axiomatics,* in I. Lakatos, Problems in the Philosophy of Mathematics, Amsterdam, North-Holland Publ. Co. 1967, 1-27. *Ein Lob auf die altpythagoreische Geometrie,* «Hermes» 98 (1970) 405-421.

noch einmal von drei verschiedenen Seiten her. Das heißt : im 1. Kapitel hebe ich zunächst die wichtigsten Züge des euklidischen Systems der Mathematik hervor. Im 2. Kapitel verweise ich daraufhin, daß dasselbe Problem, das auf der einen Seite zur Schöpfung des Systems der Mathematik führte, auch sonst im 5. Jahrhundert v.Chr. die Gedankenwelt der Griechen sehr lebhaft beschäftigt hatte. (Das wichtigste Problem der tragischen Dichtkunst des Aischylos und des Sophokles scheint mit dem grundlegenden Problem des mathematischen Systems bei Euklid identisch zu sein !). Und schließlich fasse ich im 3. Kapitel noch einmal zusammen, wie die Philosophie des Parmenides und Zenon zu Euklids System der Mathematik geführt hatte.

1.

Der systematische Aufbau des gesamten mathematischen Wissens wird vor allem durch eine klare und scharfe Zweiteilung ermöglicht. Es werden nämlich einerseits die nicht-bewiesenen mathematischen Prinzipien, und andrerseits die abgeleiteten (=bewiesenen) Sätze (Theoreme und auch Konstruktionen) unterschieden[5]. Wie man es bei Proklos, dem trefflichen Kommentator der *Elemente* liest:

Da wir behaupten, daß diese Wissenschaft (die Geometrie) auf Voraussetzungen beruhe und von bestimmten Prinzipien aus die Folgerungen beweise . . ., so muß unbedingt der Verfasser eines geometrischen Elementarbuches gesondert die Prinzipien der Wissenschaft lehren, und gesondert die Folgerungen aus den Prinzipien ; von den Prinzipien braucht er nicht Rechenschaft zu geben, wohl aber von den Folgerungen hieraus. Denn keine Wissenschaft beweist ihre eigenen Prinzipien und stellt sie zur Diskussion, sondern sie hält sie für an sich gewiß ; sie sind ihr klarer als die Ableitungen ; erstere erkennt sie in deren eigenem Licht, die Ableitungen aber durch die Prinzipien . . . Wenn aber jemand die Prinzipien und die Ableitungen hiervon in denselben Topf wirft, so richtet er nur Verwirrung an im ganzen Wissensbereich und vermengt, was miteinander nichts zu tun hat. Denn das Prinzip und das davon Abgeleitete sind von Haus aus voneinander gesondert.

In der Tat ist auch der Beweis – dieses allerwesentlichste Merkmal der systematischen Mathematik – ohne die Zweiteilung auf unbewiesene Prinzipien einerseits, und auf bewiesene Sätze andrerseits (selbstverständlich auch die mathematischen «Aufgaben» unf «Konstruktionen» zu diesen letzteren gerechnet) gar nicht denkbar. – Nun hat man vor kurzem noch jene Erkenntnis, daß die Mathematik als «beweisende

5. Proclus, o.c. 75, 6 ff. Die Übersetzung der Stelle nach O. Becker, *Grundlagen der Mathematik in geschichtlicher Entwicklung*, Freiburg/München, 1954, 99 f.

Wissenschaft» von «unbewiesenen Prinzipien» ausgehen soll auf Aristoteles zurückzuführen versucht[6]. Wohl hätte zwar auch Aristoteles schon nach früheren, vorhandenen und durch ihn auch gekannten mathematischen Vorbildern sich orientieren können[7], aber man hätte die klare Einsicht in die absolute Notwendigkeit der unbewiesenen mathematischen Prinzipien – eben um wirkliche «Beweise» führen zu können – doch dem Aristoteles zu verdanken. – Ich halte diese Ansicht von historischem Gesichtspunkt aus für verfehlt. Ja, ich glaube überhaupt nicht, daβ die Mathematik als Wissenschaft etwas wesentliches dem Aristoteles zu verdanken hätte. Soviel ich weiβ, ist der angebliche Einfluβ des Aristoteles auf die antike Mathematik konkret noch nie nachgewiesen worden.

Es ist auch sehr leicht, chronologisch zu zeigen, daβ die klare Zweiteilung der Mathematik auf *unbewiesene Prinzipien* und auf *bewiesene Sätze* auch schon in der Zeit vor Aristoteles zweifellos bekannt war. Auch Platons Sokrates erinnert ja im *Staat* (6, 510 c-d) seinen Gesprächspartner daran :

Ich glaube, du weiβt doch wohl, daβ die Geometer, die Arithmetiker und die anderen, die sich mit ähnlichen Wissenschaften beschäftigen, allen ihren Untersuchungen bestimmte Voraussetzungen zu Grunde legen, wie z.B. die Begriffe «Gerades» und «Ungerades», die geometrischen «Figuren», die «drei Arten von Winkeln» und manches ähnliche ; diese Din gemachen sie zu Grundlagen, als ob sie sich über diese schon im klaren wären, und sie halten es nicht für nötig sich und anderen Rechenschaft über etwas zu geben, was einem jeden doch klar sei. Von diesen Grundlagen aus gehen sie dann vorwärts und finden schlieβlich in Übereinstimmung mit diesen das, was Gegenstand ihrer Untersuchung war.

Kein Zweifel, jene *Voraussetzungen*, die die Mathematiker nach diesen Platon-Worten *ihren Untersuchungen zu Grunde legen*, sind dieselben *unbewiesenen Prinzipien*, über die im vorigen Zitat der spätantike Proklos gesprochen hatte. Sokrates betont, daβ die Mathematiker sich um diese *Voraussetzungen* (= *Prinzipien*) ihrer Wissenschaft gar nicht besonders kümmern ; diese wären – mindestens ihrer Ansicht nach – doch einem jeden klar. In einem ähnlichen Sinne hebt auch Proklos hervor, daβ jede Wissenschaft ihre Prinzipien *in ihrem eigenen Licht erkennt*. Vielmehr Wert legen die Geometer und Arithmetiker – sowohl nach Proklos, wie auch nach Platon – auf den *eigentlichen Gegenstand ihrer Untersuchung*, der

6. K. v. Fritz, *Die ἀρχαὶ in der griechischen Mathematik*, ABG 1 (1955) 13-103.

7. Th. L. Heath hat in einem kleinen, nützlichen Nachschlagewerk *(Mathematics in Aristotle*, Oxford, 1949) mindestens das auffallendste zusammenzustellen versucht, was Aristoteles aus der zeitgenössischen Mathematik wohl gekannt hatte.

mit den Voraussetzungen übereinstimmen soll. – Die Worte des Sokrates (Platon) und das vorige Zitat aus dem Werk des Proklos stehen also im besten Einklang miteinander, und darum ist es e i n f a c h u n m ö g l i c h jene grundlegende Erkenntnis, wonach in der systematisch aufgebauten Mathematik die *unbewiesenen Prinzipien*, und die *abgeleiteten Sätze* klar und scharf voneinander getrennt werden müssen, erst dem Platon-Schüler, dem Aristoteles zuzuschreiben.

Nimmt man nun Euklids *Elemente* in die Hand, so sieht man in der Tat, daβ dieses Werk sogleich vor dem 1. Buch mit der Aufzählung von 23 *Definitionen* (ὅροι), 5 *Postulaten* (αἰτήματα) und 9 *Axiomen* (κοιναὶ ἔννοιαι) beginnt. (Aehnlicherweise findet man *Definitionen* auch vor den anderen Büchern der *Elemente* – ausgenommen die vier Bücher: 8-9 und 12-13; in diesen letzteren werden nämlich keine «neuen», bis dahin noch nicht benützten mathematischen Begriffe mehr eingeführt, und darum stehen vor diesen Büchern auch keine *Definitionen* mehr.) Die eben genannten drei Gruppen – *Definitionen*, *Postulate* und *Axiome* – bilden offenbar jene *unbewiesenen Prinzipien*, die der Verfasser in seinem Werk benutzen wird. – Es geht übrigens auch schon aus dem vorigen Platon-Zitat eindeutig hervor, daβ die *Definitionen* auf alle Fälle als *nicht-bewiesene Grundlagen* der Mathematik gelten sollen; denn in diesem Zitat werden ja eben lauter *Definitionen (gerade und ungerade Zahl*, geometrische *Figuren* und die *drei Arten von Winkeln)* als Beispiele dafür genannt, worum sich die Mathematiker wenig kümmern. Derselben Gattung wie die *Definitionen* gehören nun zweifellos auch die *Postulate* und die *Axiome* an. Aber wir wollen diese dreifache Unterscheidung der unbewiesenen Prinzipien bei Euklid einstweilen nicht näher erörtern.

Uns interessiert zunächst mehr jene andere Frage: wieso die scharfe Zweiteilung auf *unbewiesene Prinzipien* und auf *abgeleitete Folgerungen* (= *Sätze*) im systematischen Aufbau der Mathematik benützt wird? Wie b e w e i s t eigentlich Euklid mit Hilfe der *Grundlagen* die mathematischen Sätze? – Ich versuche im folgenden vor allem diese Frage an Hand von zwei Beispielen zu beleucthten. Das eine Beispiel wird der berühmte Satz von der *U n e n d l i c h k e i t d e r P r i m z a h l e n*, der bei Euklid allerdings in der wohlüberlegten Form ausgesprochen wird[8].

Elem. 9, 20 : *Es gibt mehr Primzahlen als jede vorgelegte Anzahl von Primzahlen.*

8. Die meisten Zitate aus Euklids *Elementen* entnehme ich der Übersetzung von C. Thaer, *Die Elemente von Euklid* 1-4, Leipzig 1933-1937 (Ostwald's Klassiker der Exakten Wissenschaften 235, 236, 240, 241, 243).

Das andere Beispiel wird die an sich weniger interessante arithmetische These, die durch Euklid zum Beweis des eben angeführten Satzes als «Hilfssatz» herangezogen (bzw. vorausgeschickt) wird, nämlich :

Elem. 7, 31 : *Jede zusammengesetzte Zahl wird von irgendeiner Primzahl gemessen.*

Die Beweise dieser beiden Sätze (7 , 31 und 9 , 20), die ich weiter unten besprechen will, bilden also eine Einheit.

Wir müssen damit beginnen, daß wir jene *unbewiesenen Grundlagen*, die vier Definitionen aufzählen, die für Euklid den Beweis dieser Sätze ermöglichen. Man liest diese vor dem Buch 7. der *Elemente*[9] :

1. *Einheit ist das, wonach jedes Ding eines gennant wird.*
2. *Zahl ist die aus Einheiten zusammengesetzte Menge.*
11. *Primzahl ist eine Zahl, die sich nur durch die Einheit messen läßt.*

und 13. *Zusammengesetzt ist eine Zahl, die sich durch irgend eine (andere) Zahl messen läßt.*

Am überraschendsten ist von diesen vier Definitionen wohl die allererste, die die Frage beleuchten möchte, was eigentlich die *Eins*, die *Einheit* ist. Wir stellen solche Fragen heutzutage gewöhnlich überhaupt nicht mehr. Nachdem wir uns nämlich daran gewöhnt hatten, daß das Zählen mit der *Eins* beginnt, gilt für uns diese (die *Eins*) als die erste Zahl. Wir erkennen die Sonderstellung der *Eins* unter den *Zahlen* nur in Hinsicht auf die Multiplikation und Division an. Dagegen betonten die Griechen dieselbe Sonderstellung auch dadurch noch, daß sie die *Eins* gar nicht als eine *Zahl* ansehen wollten[10]. – Natürlich könnte man sich dabei immer noch mit Recht fragen : ob die Definition selber wirklich gelungen, und ob sie einleuchtend genug ist ? Oder ist diese Definition nicht eben das Eingestehen dessen,

9. Die Nummern — 1, 2, 11, 13 — verweisen auf die Reihenfolge dieser Definitionen bei Euklid.

10. Ich habe ein anderes Mal darauf hingewiesen, wie es dem Euklid — und wohl auch schon den voreuklidischen Mathematikern — schwer fiel, die *Eins* konsequent nicht als eine *Zahl* zu behandeln. Der Verfasser des Satzes *Elem.* 7, 15 hat sich. z.B. durch seine ungeschickten Ausdrücke verraten. Denn er hat ja diesen Satz (als einen Spezialfall des Satzes 7, 9) nur deswegen aufgestellt, weil die *Eins* seiner Ansicht nach *keine Zahl* ist. Aber er hat sich von der alltäglichen Auffassung doch nicht völlig befreien können, denn er bezog — in der Behandlung seiner These— Ausdrücke auf die *Eins*, als ob auch diese eine *Zahl* wäre. Vgl. dazu meinen Aufsatz in «Osiris» 14 (1962) 308-369, besonders S. 331-332.

daß man einen solchen grundlegenden Begriff, wie die *Eins*, eigentlich überhaupt nicht definieren kann? – Ich habe auf alle Fälle den Eindruck, daß man durch die Worte dieser Definition zweifellos angeregt wird, sich darüber Gedanken zu machen, was wohl die *Eins* sein mag, aber darüber hinaus geht Euklids Definition doch nicht.

Vielleicht etwas mehr – als die rätselhaften Worte über die *Eins* – besagt die nächste Definition, diejenige der *Zahl*. Denn aus dieser versteht man doch mindestens soviel, daß die Arithmetik der Griechen nur die natürlichen (ganzen) Zahlen als *Zahlen* gelten ließ. (Euklids Arithmetik kennt gar keine Bruchzahlen; man rechnete in dieser Wissenschaft anstatt von Brüchen mit Verhältnissen von ganzen Zahlen.) Dabei ist natürlich auch die euklidische Definition der *Zahl* nur eine verlegene Zuflucht zum Begriff des Zählens; denn diese Worte besagen im Grunde doch nichts anderes, als daß *die Zahlen durch Zählen entstehen, indem man Einheiten fortlaufend zueinander addiert*[11].

Vergleicht man nun mit den eben erwähnten Definitionen die beiden nach ihnen folgenden in unserem obigen Zitat – die Definition der *Primzahl* und die andere der *zusammengesetzen Zahl* – so wird man wohl sofort zugeben müssen, daß diese letzteren schon auf den ersten Anblick irgendwie anders aussehen. Man hat nämlich den Eindruck, als wären diese *einleuchtender* oder in einem gewissen Sinne: *leichter zu verstehen*, als die vorigen. Möge zwar dieser Eindruck bloß auf irgendwelche psychologischen Gründe zurückzuführen sein, aber es ist doch so, daß es einem leichter fällt, zu verstehen, was eine *Primzahl* oder eine *zusammengesetzte Zahl* ist, als den Begriff der *Zahl* oder sogar denjenigen der *Eins* voll zu erfassen. Akzeptiert man einmal die Tatsache, daß die Zahlen aus Einheiten bestehen – nur die natürlichen (ganzen) Zahlen als *Zahlen* gelten sollen –, so ist es auch einleuchtend, daß alle Zahlen sich durch die Einheit messen lassen, nachdem sie doch aus Einheiten bestehen. Es wird dabei nun zweifellos solche Zahlen geben, die sich nur durch die Einheit messen lassen; man wird leicht Beispiele für diese Art von Zahlen angeben können: die 3, die 5, die 7 und die ähnilchen

11. Man vgl. dazu die sehr charakteristischen Worte im anregenden Büchlein von C. Lanczos, *Numbers without end*, Edinburgh 1968, 1: *If a child asks «what is a number?», can we give him a clear-cut answer? In all probability, we take refuge in some physical situation, pointing perhaps to his fingers and recitig the costumary «one, two, three, four, five», or pointing to persons present in the room and telling the child something about counting.*

sind solche. Es fällt einem auch gar nicht schwer, auf die *Konvention* einzugehen, diese (die Zahlen also, die sich n u r durch die Einheit messen lassen) als *Primzahlen* zu benennen. – Aber man wird auf der anderen Seite – eben indem man Beispiele für die *Primzahlen* sucht – auch auf solche anderen Zahlen aufmerksam, d i e s i c h n i c h t n u r d u r c h d i e E i n h e i t (sondern auch durch eine andere Zahl) m e s s e n l a s s e n, z.B. die 6 (= 2.3), die 8 (= 2.4), die 9 (= 3.3) u.a.m. Natürlich kann man diese letzteren den *Primzahlen* gegenüberstellen : diese werden die *Nicht-Primzahlen* (= *zusammengesetzte Zahlen*). Man denkt dabei etwa folgendermaßen: alle *Zahlen* bestehen aus Einheiten; die *Primzahlen* sind solche, die n u r aus Einheiten bestehen, sich n u r durch die Einheit messen lassen; die *Nicht-Primzahlen* (=*zusammengesetzte Zahlen*) lassen sich dagegen n i c h t n u r durch die Einheit (sondern auch durch eine andere Zahl) messen. – Sämtliche Zahlen werden also d i c h o t o m i s c h der einen oder der anderen Gemeinschaft zugeordnet : *Primzahlen* oder *Nicht-Primzahlen* (= *zusammengesetzte Zahlen*). Ja, man findet es auch selbstverständlich – nach der Aufstellung der beiden Gemeinschaften –, daß jede Zahl n u r der einen der beiden Gemeinschaften angehören kann. Es ist nicht möglich daß eine Zahl *Primzahl* u n d a u c h *Nicht-Primzahl* (=*zusammengesetzte Zahl*) sei. Dies wäre ein unmöglicher Selbstwiderspruch. Aber ebenso unmöglich wäre – nach der vorigen Definition der *Zahl* – auch der Gedanke, daß eine Zahl w e d e r *Primzahl*, n o c h *Nicht-Primzahl* (=*zusammengesetzte Zahl*), sondern etwas *drittes* sei. Etwas *drittes* zwischen *Primzahl* und *Nicht-Primzahl* (=*zusammengesetzte Zahl*) gibt es ja im Bereiche der (ganzen) Zahlen überhaupt nicht.

Man hat also auf alle Fälle den seltsamen Eindruck, daß je *grundlegender, einfacher, unmittelbar verständlicher* ein Begriff der Arithmetik ist, umso w e n i g e r b e r u h i g e n d seine euklidische Definition wird; allerdings ist in den *Elementen* die Definition der *Primzahl*, und diejenige der *zusammengesetzte Zahl* weniger problematisch, als die Definition der *Zahl* und diejenige der *Eins*[12].

Und jetzt wollen wir jenen Gedankengang überblicken, mit dem bei Euklid der Satz 7, 31 *(Jede zusammengesetzte Zahl wird von irgendeiner Primzahl gemessen)* bewiesen wird[13]. Man vergesse dabei nicht, daß der

12. Selbstverständlich gilt ein ähnliches auch für Euklids g e o m e t r i s c h e Definitionen. Man denke z.B. daran, wie in den *Elementen* die L i n i e, oder der P u n k t *definiert* werden!

13. In der folgenden Übersicht p a r a p h r a s i e r e ich zwar die antiken Gedanken,

mathematische *Beweis* im Grunde eine Art vom *Zeigen* sein muß. Dies ersieht man auch aus dem terminus technicus selber: *beweisen* wird ja in der Sprache der griechischen Mathematik mit einem solchen Zeitwort (δείκνυμι) zum Ausdruck gebracht, das seinem alltäglichen Gebrauch nach gewöhnlich *zeigen, konkret darauf hinweisen* heißt. Ein mathematischer Satz wird also wohl auf dem Wege *bewiesen*, daß man irgendwie *zeigt*: die betreffende Behauptung ist über jeden Zweifel richtig, sie m u ß wahr sein. Der B e w e i s besteht in diesem Z e i g e n.

Will man nun z e i g e n, daß die eben zitierte mathematische Behauptung in der Tat wahr ist, so wählt man zunächst wohl ein Beispiel, an dem die Wahrheit der betreffenden Aussage beleuchtet, illustriert werden kann. Entscheidend wichtig wird jedoch : w i e das betreffende Beispiel gewählt wird ? Würde man nämlich irgendeine k o n k r e t e zusammengesetzte Zahl (die 6, die 69, die 91 oder eine andere) nehmen, und wollte man an ihrem Fall zeigen, daß sie *von irgendeiner Primzahl gemessen wird,* so wäre dieses Zeigen kein allgemeingültiger Beweis. Man könnte dagegen sogleich einwenden : die Tatsache, daß die Wahrheit der betreffenden Behauptung an konkreten Einzelfällen gezeigt wurde, ist keine Garantie dafür, daß dieselbe Aussage für j e d e n anderen Fall (für j e d e beliebige zusammengesetzte Zahl) gültig sein wird.

In der Tat wählt Euklid als Beispiel keine konkrete sondern eine a l l g e m e i n e *zusammengesetzte Zahl.* Wie man es im Text liest: *es sei a eine zusammengesetzte Zahl.* Mit anderen Worten heißt dies soviel: *a* soll eine beliebige Zahl symbolisieren, für die die Definition der *zusammengesetzten Zahl* gilt; dem Verfasser der *Elemente* ist es gleichgültig, an welche k o n k r e t e *zusamengesetzte Zahl* der Leser dabei denken mag. Nachdem jedoch *a* eine *zusammengesetzte Zahl* ist, wird sie durch irgendeine andere Zahl (p e r d e f i n i t i o n e m !) gemessen, denn die Definition der zusammengesetzten Zahl besagt ja eben, daß *zusammengesetzte* eine solche Zahl heißt, die sich durch eine andere Zahl messen läßt. – Natürlich kann man im vorliegenden Fall n i c h t wissen : durch welche Zahl sich die zusammengesetzte Zahl *a* messen läßt. Aber das ist auch gar nicht wichtig. Wir können diese andere Zahl (durch welche *a* gemessen wird) als *b* bezeichnen. Wichtiger ist die Frage : was für eine Zahl diese andere, *b* überhaupt sein kann ? Es gibt dafür offenbar nur zwei Möglichkeiten : entweder ist *b* eine Primzahl, oder eine Nicht-Primzahl (= zusammengesetzte Zahl). Eine

---

aber n i e g e h e i c h d a r ü b e r h i n a u s, w a s s c h o n z u E u k l i d s Z e i t e n n a c h w e i s b a r m ö g l i c h w a r.

dritte Möglichkeit gibt es – wie dies auch vorhin schon nachdrücklich hervorgehoben wurde – gar nicht. Ist jedoch *b* eine Primzall, so ist der fragliche Satz (7, 31) schon bewiesen. Denn in diesem Fall wird das allgemeine Beispiel für die zusammengesetzte Zahl (*a*) von irgendeiner Primzahl (*b*) gemessen. Aber man fasse jetzt auch die weniger günstige Möglichkeit ins Auge : sei auch *b* ihrerseits (durch welche *a* gemessen wird) eine zusammengesetzte Zahl. In diesem Fall wird jedoch auch *b* ebenso wie *a* (per definitionem) durch eine andere Zahl – sagen wir : durch *c* – gemessen. Ist nun *c* eine Primzahl, so ist die fragliche These bewiesen, während wir im anderen Fall – wenn auch *c* eine zusammengesetzte Zahl sein sollte – jene vierte Zahl prüfen müssen, durch welche *c* (und dadurch auch *b*, bzw. auch *a*) gemessen wird, usw. usw.

Der Beweis betont danach, daβ man mit dieser Methode schlieβlich eine Primzahl finden muβ, von der die geprüfte zusammengesetzte Zahl *(a)* gemessen wird ; sollte nämlich dies nicht der Fall sein, und würde man nach endlich vielen solchen Schritten, wie die eben geschilderten, keine Primzahl finden, von der die geprüfte zusammengesetzte Zahl gemessen wird, so hieβe dies auch soviel, daβ *a* eine zusammengesetzte Zahl ist, die von unendlich vielen immer kleiner werdenden Zahlen gemessen wird, die auch ihrerseits alle ebenso zusammengesetzt sind, wie *a* selber ; was jedoch im Bereiche der Zahlen gar nicht möglich ist (ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον ἐν ἀριθμοῖς). In der Tat hebt doch die Definition der *Zahl* hervor, daβ eine Zahl immer eine aus Einheiten zusammengesetzte Menge ist[14]. Keine, noch so groβe zusammengesetzte Zahl kann also von *unendlich vielen immer kleiner werdenden zusammengesetzten Zahlen* gemessen werden, aus solchen bestehen. Eine solche Annahme widerspräche der Definition der Zahl.

Man sieht also, daβ der Beweis des geprüften Satzes (7, 31) in der Tat aus einem *Zeigen* besteht. Es wird gezeigt, daβ die fragliche These mit den zugrundegelegten Definitionen übereinstimmt, bzw. es wird an einem entscheidenden Punkt darauf hingewiesen : das Gegenteil jener Behauptung, die wir beweisen wollen, würde einer grundlegenden Definition (derjenigen der *Zahl*) widersprechen, und eben dieser Widerspruch

14. Eben weil die *Zahl* aus *Einheiten* zusammengesetzt ist, ist sie immer eine gezählte (abzählbare) und darum endliche Menge. Die antike Arithmetik kennt nicht den Begriff der *unendlichen Menge* — weder denjenigen der *abzählbar*, noch den anderen der *nicht abzählbar unendlichen Menge*. (Das Problem des Kontinuums tauchte nur in der antiken Geometrie auf.)

ist das sicherste Zeichen dafür, daß *das Gegenteil unserer Behauptung* n i c h t w a h r s e i n k a n n, oder was damit gleichbedeutend ist : die These, die wir beweisen wollten, w a h r s e i n m u ß. (Ich möchte schon hier auf diese merkwürdige Art des Beweisens, auf den sog. *indirekten Beweis* aufmerksam machen : die zu beweisende These wird dadurch bewiesen, daß man zeigt : das Gegenteil der These kann nicht wahr sein, denn sie führt ja zu einem Widerspruch. – (Wir werden später sehen, warum diese Art des Beweisens für den systematischen Aufbau der euklidischen Mathematik so grundlegend wichtig war.)

Aber jetzt wollen wir auch noch den euklidischen Beweis jenes anderen Satzes (9, 20) überblicken[15], zu dem der eben besprochene als *Hilfssatz* herangezogen wird. Selbstverständlich besteht der B e w e i s auch in diesem Fall aus einem Z e i g e n an einem allgemeingültigen B e i s p i e l. Das *Beispiel* selber wird jedoch in der modernen Variante des euklidischen Beweises gewöhnlich etwas anders gewählt, als bei Euklid selbst. Der *Unterschied* ist zwar keineswegs wesentlich, aber wir wollen diesmal auch ihn nicht unerwähnt lassen.

Dieser Unterschied betrifft nämlich eigentlich nur die F o r m des gewählten *Beispiels*, und er hängt damit zusammen, daß derselbe Satz etwas anders in Euklids Text, und anders in der heute üblichen Variante formuliert wird. Man vergesse nicht, es hieß bei Euklid (9, 20) : *Es gibt mehr Primzahlen als jede vorgelegte Anzahl von Primzahlen.* Diese Formulierung ermöglicht, daß man als *Beispiel* eine b e l i e b i g e Anzahl von Primzahlen vorlege ; wie Euklid sagt: *es seien a, b, und c die vorgelegten Primzahlen.* Dann wird an Hand dieses Beispiels der Beweis selber in einem solchen Sinne geführt, daß man sogleich auch versteht: hier vertreten a , b und c nicht nur d r e i beliebige Primzahlen, sondern sie können in der Tat auch j e d e b e l i e b i g e A n z a h l v o n P r i m z a h l e n s y m b o l i s i e r e n. – Natürlich besagt auch Euklids Formulierung dasselbe, wie die moderne Variante des Satzes : *es gibt u n e n d l i c h v i e l e Primzahlen,* oder : *die Menge der Primzahlen i s t u n e n d l i c h.* Spricht man jedoch von *u n e n d l i c h v i e l e n Primzahlen,* so ist es ratsam, das Beispiel anders zu wählen. Man sagt also etwa : es seien zunächst

$$p_1, p_2, p_3, \dots p_n$$

15. Über diesen Satz und Beweis liest man bei R. Courant-H. Robbins, *Was ist Mathematik ?,* Berlin/Heidelberg/New York, Springer-Verlag 1967², 18 : *Der Beweis für die Unendlichkeit der Menge der Primzahlen, den Euklid gibt, wird immer ein Musterbild mathematischer Schlußweise bleiben...* Man vgl. dazu auch G. Polya, op. cit. 166-167.

alle Primzahlen, die man versuchsweise als *s ä m t l i c h e Primzahlen* vorlegen könnte. Es ist danach zu zeigen, daβ es in Wirklichkeit noch mehr Primzahlen – als die vorgelegte Menge von ihnen – gibt, aber im übrigen kann schon der Beweis ebenso geführt werden, wie bei Euklid.

Man bildet zunächst das kleinste gemeinsame Vielfache aus der vorgelegten Anzahl von Primzahlen ; bei Euklid wird dieses : *a.b.c.*, und in der modernen Variante : $p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \ \ldots p_n$; man addiert zu diesem noch die Einheit, und so bekommt man $Q = a.b.c + 1$ bzw. $Q = p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \ldots p_n + 1$, um schlieβlich mit Euklid fragen zu können : Was für eine Zahl ist wohl Q ? – Es gibt dafür offenbar nur zwei Möglichkeiten : jede beliebige Zahl ist entweder eine *Primzahl*, oder eine *zusammengesetzte Zahl.* Ist jedoch Q eine Primzahl, so ist unsere These (9, 20) – sowohl in der antiken, wie auch in der modernen Variante – schon bewiesen. Denn wir haben ja eine neue Primzahl gefunden, die in der vorgelegten Reihe der Primzahlen (a, b , c oder $p_1 , p_2 \cdot p_3 \ldots p_n$) keineswegs vorhanden war. – Aber fassen wir jetzt auch die andere, weniger günstige Möglichkeit ins Auge : es sei Q eine *zusammengesetzte Zahl.* In diesem Fall wird jedoch *Q von irgendeiner Primzahl gemessen*, wie dies oben, im vorausgeschickten Hilfssatz (7, 31) schon bewiesen wurde ; und was besonders wichtig ist : j e n e P r i m z a h l, von der Q gemessen wird, k a n n k e i n e v o n d e n a u f g e z ä h l t e n P r i m z a h l e n (a, b , c oder $p_1 , p_2 , p_3 , \ldots p_n$) s e i n. Denn *das Gegenteil dieser Behauptung* führt ja zu einem unmöglichen Widerspruch. Man versuche nur dieses *Gegenteil der vorigen Behauptung*, und es sei die nicht bekannte Primzahl, von der Q gemessen wird – etwa x –, irgendeiner der aufgezählten Primzahlen (a , b , c oder $p_1 , p_2 , p_3 , \ldots p_n$) gleich. Aber in diesem Fall müβte ja x nicht nur das kleinste gemeinsame Vielfache *($a.b.c$* oder $p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \ldots p_n$), sondern auch die *Einheit* («1») messen, denn Q ist ja eben um die *1* gröβer als das kleinste gemeinsame Vielfache der vorgelegten Primzahlen. Und das ist offenbar unmöglich : keine *Zahl* (*= eine aus Einheiten zusammengesetzte Menge*) kann die E i n h e i t selber messen. Wir haben also auch in diesem Fall – wenn nämlich Q eine zusammengesetzte Zahl sein sollte – eine Primzahl *(x)* gefunden, die in der vorgelegten Anzahl der Primzahlen nicht vorhanden war, und damit ist der Satz 9, 20 bewiesen.

*

Überlegt man sich nun noch einmal die obige Erörterung der beiden euklidischen Beweise, so lassen sich in diesem Zusammenhang etwa die folgenden Beobachtungen hervorheben :

1. Die Mathematik hat den *Beweis* v o r den Griechen eigentlich gar

nicht gekannt[16]. Zweifellos besaßen zwar auch schon die Völker des Alten Orients – in Ägypten und in Babylon – beachtenswerte mathematische Kenntnisse, aber es kann in ihren überlieferten mathematischen Texten von einem *Beweis* – in dem Sinne wie unsere Beispiele als Euklids *Elementen* waren – doch nicht die Rede sein. Ja, hat man überhaupt auch schon vor den Griechen irgendwo und irgendwann *Primzahlen* und *zusammengesetzte Zahlen* unterschieden? – Mir ist nichts dergleichen bekannt.

2. Wie kamen wohl die Griechen auf den Gedanken des mathematischen Beweises? Man versuchte die Antwort auf diese Frage früher etwa im folgenden Sinne[17]: ... *die Resultate der alten Mathematik, ohne logischen Zusammenhang, (waren) zum Teil richtig und zum Teil falsch ... Zu Thales' Zeit waren die ägyptische und babylonische Mathematik schon längst tote Weisheit. Man konnte die Rechenvorschriften entziffern und Thales mitteilen, aber man kannte den Gedankengang nicht mehr, der ihnen zugrunde lag. Thales konnte von den Babyloniern hören, der Inhalt des Kreises sei $3r^2$, von den Aegyptern dagegen, er sei $(8/9.2r)^2$. Wie sollte Thales die genauen und richtigen Rechenvorschriften von den falschen unterscheiden? Sehr einfach, indem er sie bewies, indem er ein logisch abgeschlossenes System aus ihnen machte !* ... – Nun halte ich diese Vermutung für den Ursprung des systematischen Aufbaus der Mathematik – auch schon im Lichte dessen, was bisher entwickelt wurde – für recht unwahrscheinlich. Denn man soll ja vor allem nicht vergessen, daß praktische Rechenvorschriften meinstens nicht auf dem Wege der logischen Deduktion, sondern gewöhnlich induktiv gefunden werden. Die Mathematik ist ja ihrem Entstehen nach eine ganz gewöhnliche experimentelle und induktive Wissenschaft[18] ! Man kontrolliert auch eine solche praktische Rechenvorschrift – ob sie *richtig*, oder ob sie *falsch* ist – meistens eher mit der Praxis selber und nicht mit logischen Überlegungen. Erst nachdem man gelernt hatte, die Theorie der Praxis vorzuziehen, interessiert man sich

16. Vgl. dazu A. Szabó, *Anfänge der griechischen Mathematik* (besonders die Kapitel : *Der Beweis in der griechischen Mathematik, Der Beweis für die Inkommensurabilität, Der Ursprung des Anti-Empirismus und des indirekten Beweisverfahrens)* 243-293.

17. B. L. v. d. Waerden, *Erwachende Wissenschaft,* Basel/Stuttgart 1956, 147.

18. Vgl. G. Polya, op. cit. vii: *Mathematics presented in the Euklidean way appears as a systematic, deductive science ; but Mathematics in the making appears as an experimental, inductive science.*

nachträglich auch um die logische Begründung einer richtigen, bzw. um die Falsifizierung einer irrtümlichen Rechenvorchrift im Sinne der Denkgesetze. – Übrigens bin ich auch davon gar nicht überzeugt, daß die Tätigkeit, die darin besteht, daß man mathematische Sätze formuliert, beweist und in einem logisch aufgebauten System zusammenfaßt, unter dem Gesichtspunkt der bloß praktischen Anwendung derselben Kenntnisse jemals besonders bedeutend gewesen wäre. Werden denn bekannte mathematische Tatsachen, die man im alltäglichen Leben schon unzählige Male angewandt hatte – denn es handelt sich ja in einem bedeutenden Teil der euklidischen *Elemente* doch eben auch um solche Kenntnisse –, werden nun diese dadurch, daß man sie jetzt beweist, auch für die tägliche Praxis wertvoller? – Dies kommt mir recht unwahrscheinlich vor. Oder : was für einen *praktischen Nutzen* hätten denn die Alten Griechen davon, daß sie nicht nur wußten von der interessanten Wahrheit: *die Menge der Primzahlen ist unendlich* sondern daß sie diese rein theoretische Tatsache außerdem auch noch tadellos beweisen konnten? – Es wäre ebenso verkehrt, das Entstehen der systematischen Mathematik mit Nützlichkeitsmotiven erklären zu wollen, wie es auch verkehrt ist, danach zu fragen : welcher praktische Zweck denn die Griechen einst veranlaßt haben mag, den Parthenon zu erbauen?

3. Sehr bemerkenswert ist auch das Folgende. Man ersieht aus dem griechischen Fachausdruck des Beweisens (δείκνυμι), daß die ursprüngliche Form des mathematischen Beweises das konkrete Sichtbarmachen, Zeigen, Veranschaulichen war. Die *anschauliche Evidenz* spielte auf einer früheren Stufe der wissenschaftlichen Entwicklung zweifellos eine sehr wichtige Rolle[19]. Dagegen wird in unseren obigen Beweisen aus den *Elementen* nichts konkret Sichtbares mehr gezeigt. Die *Zahlen* werden hier schon völlig in dem Sinne behandelt, wie Platons Sokrates einmal erklärt : die Arithmetik *duldet überhaupt nicht daß man ihr Zahlen mit sichtbarem und tastbarem Körper zugrundelegt*[20]. Die Zahlen sind ja gedachte Dinge, *denen man anders als auf dem Wege des reinen Denkens auch*

19. Vgl. dazu nicht nur jene Kapitel meines Buches, die oben in Anm. 16 genannt wurden, sondern auch den früheren Aufsatz : *Deiknymi, als mathematischer Terminus für beweisen,* «Maia» 10 (1958) 106-131. —Übrigens hat auch K. v. Fritz —in seiner oben genannten Arbeit — die wichtige Rolle der *anschaulichen Evidenz* in der vorwissenschaftlichen Mathematik der Griechen hervorgehoben.

20. *Resp.* 7. 525 d: οὐδαμῇ ἀποδεχόμενον ἐάν τις αὐτῇ ὁρατὰ ἢ ἁπτὰ σώματα ἔχοντας ἀριθμοὺς προτεινόμενος διαλέγηται.

gar nicht näherkommen kann[21]. Darum wird auch im Beweis aus dem *konkreten Zeigen* – das auf einer früheren Entwicklungsstufe aller Wahrscheinlichkeit nach noch üblich war – sozusagen: *ein abstraktes Zeigen der Ineinanderknüpfung der Gedanken.* Anstatt des *konkret Sichtbaren und Tastbaren* tritt die von den Sinneswahrnehmungen abgewandte Überlegung in den Vordergrund. Der erste Versuch eines systematischen Aufbaus der Mathematik setzt die Abwendung von dem sinnlich Wahrnehmbaren, konkret Einzelnen zum rein Gedachten, abstrakt Allgemeinen voraus.

4. Und zum Schluß nachdrücklich hervorheben muß ich noch die auffallende Rolle des sog. indirekten Beweisverfahrens und des Widerspruches in unseren obigen Beispielen aus Euklids *Elementen.* (D.h. also: die zu beweisende These wird dadurch bewiesen, daß man ihr Gegenteil widerlegt; man zeigt, daß die gegenteilige Behauptung zu einem unmöglichen Widerspruch führen müßte, und daraus schließt man: die Behauptung, die zum Widerspruch führt, kann nicht wahr sein, gerade ihr Gegenteil – die These selber, die man ursprünglich beweisen wollte – muß die Wahrheit treffen.) – In der Tat werden die mathematischen Sätze bei Euklid häufig mit dieser Methode bewiesen. – Meiner Ansicht nach wäre der systematische Aufbau der Mathematik ohne diese Form des Beweises nie möglich geworden. Wir werden später sehen, wie die Anwendung des indirekten Beweisverfahrens für die Mathematik durch die eleatische Philosophie sozusagen vorgeprägt war.

★

Nun könnten wir nach dieser Vorbereitung eigentlich schon unser Zentrales Thema in Angriff nehmen und zeigen, wie die Lehre des Parmenides und Zenon jenen systematischen Aufbau der Mathematik vorbereitet hatte, der uns in Euklids *Elementen* vorliegt. Aber ich schlage hier zunächst einen Umweg vor. Ich versuche nämlich im nächsten Kapitel mindestens kurz derauf hinzuweisen, daß jenes grundlegende Problem, das auf der einen Seite den systematischen Aufbau der Mathematik veranlaßt hatte, wohl in einer anderen aber offenbar verwandten Form auch sonst die Gedankenwelt der Griechen in der klassischen Zeit lebhaft beschäftigt hatte. Darum erinnere ich hier an einige Motive der tragischen Dichtkunst des 5. Jahrhunderts v.Chr., an Hand von zweien beinahe willkürlich herausgegriffenen Beispielen.

---

21. Ebd. 7, 526 a: ὧν διανοηθῆναι μόνον ἐγχωρεῖ, ἄλλως δ' οὐδαμῶς μεταχειρίζεσθαι δυνατόν.

2.

Wie bekannt, ist die *Orestie* die einzig erhalten gebliebene Trilogie des Aischylos, die von dem Siebenundsechzigjährigen gedichtet und in 458 v. Chr., zwei Jahre vor dem Tode des Dichters, in Athen aufgeführt wurde. Das Werk gilt mit Recht als die Vollendung der reifsten Kunst des Aischylos[22]. Ich möchte in diesem Zusammenhang nur aus dem ersten Stück, dem *Agamemnon* kürzere Partien hervorheben. Ja, ich bin in der günstigen Lage, über diese Partien die wunderbare Interpretation von K. Reinhardt Wort für Wort zitieren zu können[23]. (Eigentlich ist dabei einiges mit Unterstreichungen zu betonen!)

Die erste Partie ist der *Botenbericht* (v. 500 ff.), der sich mit artikuliertem Übergang in zwei Teile zerlegt.

Der zweite Teil scheint entbehrlich für die Handlung, aber nichts wäre verkehrter, als in ihm einen Exkurs zu sehen. Denn erst als Gegensatz zur zweiten Hälfte ist von Anfang an auch schon die erste zu verstehen. Was sich als Sieg gebärdet, ist nicht nur ein Sieg, es ist auch die Vorderseite von etwas davon Verdecktem . . .

Aischylos setzt zwar schon in der ersten Hälfte auf die Siegesfreude einen Dämpfer. Wie der Herold nicht nur offizieller Herold ist, sondern zugleich Soldat und Heimkehrer mit zeitgenössischem Erleben, so folgt auf die herzlich menschliche Begrüßung der wiedergewonnenen Heimat und der heimatlichen Götter, mit der Wendung an die Stadt und deren Rat, indem jetzt eigentlich erst seine Sprache heroldsmäßig represantativ wird, feierlich sein offizieller Auftrag, prangend im Schmuck der Metaphern, in die sich der «Sieg» zu kleiden liebt ; da spricht er von dem Joch, das den Besiegten auferlegt ist, von der «Schaufel des Zeus» (v. 523), mit der «die Gerechtigkeit den Boden Trojas umgegraben und die ganze Stadt vertilgt hat». Der Sieger ist der Vollstrecker des göttlichen Willens, der begnadetste, der glücklichste, der größte aller Menschen seiner Zeit. Troja und Paris sind für ihren Raub gerecht bestraft worden.

Aber bald kommt in dem Bericht des Boten, nach einer kurzen Wechselrede, wieder das Persönliche, und diesmal das gänzlich *Unheroische* zu Wort (v. 552 ff.) :

Plagen des Biwaks, Frost und Nässe, der Kampf mit dem Ungeziefer, auf See die Windstille unter der Sonnenglut, das Eingepfercht-Sein auf überbesetzter Kriegsgaleere . . .

---

22. Vgl. U. v. Wilamowitz-Moellendorff, *Aischylos' Orestie* 2, 1896 ; E. Howald, *Die griechische Tragödie,* München 1930 ; M. Pohlenz, *Die griechische Tragödie,* Leipzig 1930 u.a.m.

23. Alle folgenden Zitate oben im Text enthehme ich dem Buch K.Reinhardt, *Aischylos als Regisseur und Theologe,* Bern 1949. Dieselben Zitate ergänze ich in Klammern mit Hinweisen auf Verszahlen des Werkes ; ich habe dabei die Ausgabe Ch.G. Schutz, *Aeschyli Tragoediae semptem* 1-2, Halae 1800 benutzt.

Es scheint, daß dieses völlig *Unheroische* auch mit zum Siege gehört. Doch ist dies noch lange keine Enthüllung. Der Ton, in dem die Botschaft schließt, erinnert an den Stil der Siegesmonumente :

So fliege denn mit dieser Sonne über Land und Meer die Siegesbotschaft : Das Heer der Argeer, das Troja erobert hat, hat diese Trophäen an den Tempeln von ganz Hellas angenagelt ! Preis dem Volk, den Führern und dem höchsten Zeus ! Dies ist mein Bericht. (Vgl. vv. 572-579.)

Der wahre Sinn des Sieges beginnt sich erst einige Verse später zu enthüllen.

Kaum ist das übertriebene Lob herausfordernd verklungen, als auch schon das andere anfängt offenbar zu werden. Eingeleitet wird es durch die Frage nach dem Schicksal der Vermißten. Der «Vermißte» ist hier Menelaos (s.v. 614). Doch der Name ist in diesem Fall mehr ein Mittel als ein Zweck. Er lenkt vom einen hinüber zu den vielen, die nicht wiederkehren . . .

Und da hört man plötzlich etwas Unerwartetes aus dem Munde des Boten, wie eigentlich die Heimkehr der *Siegreichen* begann :

Nächtlicher Sturm, unübersehbare Karambolage der gedrängt fahrenden Schiffe in der Nacht, bei Tagesanbruch das Meer weit und breit bedeckt mit Leichen und Trümmern ! Was eben noch als größter Sieg gefeiert wurde, entlarvt sich als größte Katastrophe. Nur mit einem Schiff kehrt Agamemnon, der so hoch gepriesene, heim. . . Die Erscheinung des Gefeierten wird dadurch von Anfang an hohl. Und mag der Herold sich dagegen sträuben : Trauer zieme sich nicht bei Siegesfeiern, so wird der Sieg dadurch nur umso zweifelhafter.

Es geht hier in der Tat – wie Reinhardt mit Recht betont hatte – nicht um eine traditionelle Darstellung der Sage, sondern um den Sieg in seinem Wesen.

Man ersieht also aus dieser – hier nur kurz angedeuteten – Analyse des *Botenberichtes*, daß der Dichter Aischylos im *Sieg* wohl etwas sehr zweifelhaftes und widerspruchsvolles gesehen hatte. Denn man könnte ja das Bisherige etwa folgendermaßen zusammenfassen : die Vorderseite des Sieges ist etwas prunkvolles, strahlendes und glänzendes. Aber diese *Vorderseite* verdeckt nur ihr eigenes Gegenteil : das *Unheroische* und das *Erniedrigende*, das ebenso Bestandteil des *Sieges* ist, wie die Vorderseite selber. Ja, sieht man noch genauer zu, so kann es sich sehr leicht herausstellen, daß hinter dem *größten Sieg* die *größte Katastrophe* steckt. – Aber darin erschöpft sich noch keineswegs die äschyleische Enthüllung des Sieges. Denn mindestens das eine große Thema des *Agamemnon* ist ja doch eben der Sieg. Darum mußte auch K. Reinhardt in seiner *Orestie*-Interpretation – weit über den *Botenbericht* hinaus – ein ganzes Kapitel dem *Wesen des Sieges* widmen[24]. Gerade auf die Ergebnisse dieses Kapitels möchte ich hier noch zusammenfassend erinnern.

Ein Göttergericht hat Troja wegen der Sünden des Paris und der Helena schuldig gesprochen, und die göttliche Sendung des Agamemnon bestand darin : den Willen des Zeus zu vollstrecken. Aber im Drama selbst :

Je mehr der Sieg, der Ruhm, die ungeheuere Beute und die Heimkehr als ein gottgewirktes, ungemeines, über Menschenmaß fast schon hinausreichendes Glück, vorausverkündet und bestätigt als Gewißheit, näher und näher rückt bis es in der Person des Siegers auf der Bühne steht, umso mehr tritt hervor und wächst, gleichzeitig und in gleichem Rhythmus, das Bewußtwerden einer S c h u l d ...

Denn auch Agamemnon ist ja v e r s c h u l d e t, nicht zuletzt dadurch w i e e r d e n S i e g e r r u n g e n h a t t e. War er am Anfang der von Zeus Beauftragte, so heißt er später in demselben Chorlied der V ö l k e r m ö r d e r.

Das vollzogene Strafgericht, indem es zum Triumph von Menschen über Menschen wird, zeigt seine Siegergeste, seine Herrlichkeit nach der einen Seite hin, doch kaum daß diese Seite anfängt sich zu drehen, als auch schon, erst noch verdeckt, erst nur ein Flüstern, aber immer mächtiger emporschwellend, die S c h u l d zu Worte kommt, die durch den Sieg und durch die Mittel, durch die er erreicht wird, sich zu häufen anfängt.

Drohend läuft es durch die Stadt,
ein erbittertes Geraun,
für die allgemeine Not
heischen sie die Sühne.
Vor dem Flüstern in der Nacht
will die Angst nicht weichen.
Denn die V ö l k e r m ö r d e r bleiben
Göttern unvergessen !
Und die schwarzen Rächerinnen
führen ungerechtes Glück
umgekehrten Lebenspfad
endlich ins Verderben . . .

Schlimm ist allzu hoher Ruhm,
aus des Gottes Auge fährt,
was ihn trifft — der Blitz[25].

Die Rechtsverletzung (des Paris) findet ihre Sühne, doch derjenige, der die Sühne vollstreckt (Agamemnon), wird selber durch die Vollstreckung s c h u l d i g.

---

24. K. Reinhardt, op. cit. 83 ff.
25. Übersetzung von K. Reinhardt, op. cit. 87.

Zeus, aus dessen Auge den Sieger der Blitz trifft, ist derselbe Zeus, der ihn zum Sieger gemacht hatte . . .

Das Siegeslied schließt mit dem Wunsch, niemals zu sein, wie Agamemnon : «Möchte ich kein Sieger, kein Städtezerstörer sein, so wahr ich selbst von andern nicht besiegt sein möchte»[26].

Es handelt sich also keineswegs darum, als ob jene Katastrophe, die hinter dem Sieg des Agamemnon steckt (und die vorhin in der Behandlung des *Botenberichtes* erwähnt wurde), auch etwa als ein zufälliges Unglück aufgefaßt werden könnte. Und es kommt dem Aischylos auch gar nicht auf die Darstellung des individuellen Schicksals einer Sagengestalt, des Agamemnon an. Nein, es wird hier in der Tat das innerste Wesen jenes Sieges geschildert, mit dem ein *gerechter Krieg* endet. Der glänzende Sieg des Agamemnon ist für Paris die gerechte Sühne für seine Rechtsverletzung, fürchterliche Verschuldung für den Sieger selbst, Elend und jämmerliche Katastrophe hinter der prunkhaften Vorderseite. – Und dabei haben wir die eigentliche Handlung der äschyleischen Tragödie noch mit keinem Wort erwähnt . . .

Man könnte also den Sinn dieses hier nur angedeuteten ersten Beispiels etwa folgendermaßen zusammenfassen : Aischylos schildert die Widersprüche des *Sieges,* ja er drückt unmißverständlich den Gedanken aus, daß der *Sieg* – obwohl er gewöhnlich von allen Teilnehmern an irgendeinem Kampf so heiß ersehnt wird – für den verständigen Menschen ebenso wenig wünschenswert sein kann, wie das *Besiegt-Werden.*

✶

Das zweite Beispiel, das hier noch kurz behandelt werden soll, ist der *Oidipus Tyrannos,* das Werk des Sophokles, des anderen Tragikers, gedichtet – wie es gewöhnlich datiert wird[27] – um die Mitte der zwanziger Jahre desselben 5. Jahrhunderts. Bevor wir nun die von unserem Gesichtspunkt aus wesentlichsten Züge dieser Tragödie hervorheben, es sei hier an jene Form der Sage erinnert, die Sophokles seinem Werk zugrundegelegt hatte.

Der Gott Apollon in Delphi erteilte noch vor der Geburt des Oidipus den Eltern, dem Thebanerkönig Laios und seiner Frau Iokaste das Orakel :

---

26. Μήτ' εἴην πτολιπόρθος,
μήτ' οὖν αὐτὸς ἁλοὺς ὑπ' ἄλ-
λων βίοτον κατίδοιμι (469-471).

27. Vgl. M. Pohlenz, *Die griechische Tragödie* 2, 63.

das Kind, das auf die Welt kommt, werde einst seinen Vater ermorden und die Mutter schänden ... Die Eltern, die diesem fürchterlichen Schicksal entgehen wollten, beschloβen den Neugeborenen auszusetzen, und sie lebten danach in der Tat im Glauben : ihr Unglückskind wäre umgekommen. – Doch wurde der kleine Oidipus, wie es nach solchen Sagen üblich ist, gerettet, und ein anderer König, derjenige von Korinth erzog ihn, als wäre er sein eigener Sohn gewesen. Der erwachsene Jüngling erhielt dann einmal in Delphi dasselbe Orakel, das früher, vor mehreren Jahren auch schon seinem leiblichen Vater, dem Laios erteilt worden war : er werde den Vater ermorden und die Mutter schänden ... Erschrocken vor der entsetzlichen Weissagung wagte er gar nicht mehr nach Korinth zurückzukehren, denn er wuβte ja nichts davon, daβ die dortigen Erzieher n i c h t seine leiblichen Eltern sind. Lieber begab er sich zunächst auf eine ziellose Wanderung. So trug es sich dann zu, daβ er einmal auf dem Wege nach Theben in eine Schlägerei geriet, wobei er – ohne zu wissen – seinen Vater, Laios erschlug. Bald danach rettete er – beinahe durch Zufall – auch noch seine geplagte Vaterstadt Theben vor der Sphinx, worauf er durch die Thebaner aus Dankbarkeit – auf die Stelle des «unter unbekannten Umständen ermordeten» Laios – zum König gewählt wurde, und auch die Hand der verwitweten Königin, Iokaste erhielt. – Auf diese Weise hat sich also das Orakel des Gottes dennoch erfüllt. – Nun war nach diesen Ereignissen Oidipus – nach jener Variante der Sage, die die Grundlage der sophokleischen Tragödie bildet – noch lange Jahre hindurch ungestört und in vollem Frieden ein guter, ja ein mustergültiger König von Theben. Er hatte auch schon zwei Söhne und zwei Töchter aus seiner Ehe mit Iokaste, als einmal die Götter der Schandtaten – des Vatermordes und der widernatürlichen Ehe – plötzlich überdrüssig wurden und zur Strafe dafür die Stadt mit Seuche, Pest und Miβwachs überschütteten ...

Nun darf man auf keinen Fall vergessen, daβ die eben zusammengefaβten Ereignisse in der Tat nur den H i n t e r g r u n d der Tragödie des Sophokles bilden. Wohl sind auch diese Ereignisse schon an sich tragisch genug. Es handelt sich hier um eine sog. *Schicksalstragödie,* der man nicht entrinnen kann. Umsonst versuchen alle Beteiligten – die auch O p f e r derselben Ereignisse werden – das Entsetzliche zu verhindern und zu vermeiden, das angekündigte Schicksal erfüllt sich mit unerbittlicher Konsequenz und Notwendigkeit. – Zweifellos bildet auch dies alles einen organischen Bestandteil des sophokleischen Werkes ; o h n e den eben zusammengefaβten H i n t e r g r u n d wäre ja der *Oidipus Tyrannos* überhaupt nicht denkbar. Aber die Tragödie selber besteht dennoch nicht b l o β aus den eben angedeuteten Ereignissen; denn diese Ereignisse gehen ja auch zeitlich weit jener Handlung voraus, die auf der Bühne gezeigt wird. Der Sinn dessen, was Sophokles im *Oidipus Tyrannos* darstellen wollte, ist ein anderer, nicht bloß jene Geschichte, die zu einem großen Teil auch schon in der Sage selbst gegeben war[28].

Die Tragödie des Oidipus wie sie durch Sophokles dargestellt wird, ist die Tragödie des menschlichen Scheins. Denn Oidipus bleibt und lebt ja völlig in einem Schein, und die Handlung auf der Bühne besteht eben daraus: wie der Held aus diesem Schein herausgeschleudert wird. Der Schein ist sowohl für Oidipus, wie auch für seine Umgebung zunächst unausweichlich; er ist ihm gleichsam angeboren. Von dem Augenblick an, als er, unbekannter Fremdling die gedrängte und geplagte Stadt Theben vor der Sphinx befreit und gerettet hatte, ist er mit einem Schlag zum begnadeten Führer, Helfer und Retter, zum Hort und Schutz aller geworden. Ja, auch später, als die Stadt von der Seuche heimgesucht wurde, galt Oidipus wieder als der königliche Mensch, der von der Gunst der Götter getragen wird, und von dem man die Rettung erhoffen darf. – Und doch ist dies alles nur sein trügerischer Schein. Die Zuschauer wissen, daß er gerade das Gegenteil von all dem ist, was er zu sein scheint: er ist Vatermörder und Mutterschänder; er rettet nicht, er richtet diejenigen zugrunde, die von ihm Hilfe erwarten; für seine Untaten ist ja die Seuche die Strafe der Götter an der Stadt. Aber *Schein* und *Sein* sind zunächst zwischen Bühne und Zuschauerraum verteilt: alles, was auf der Bühne geschieht, gedacht und gesagt wird, ist bloßer *Schein*. Nur die Zuschauer, denen die Sage von vornherein bekannt ist, kennen die Wahrheit, das wirkliche Sein.

Dabei tragisch ist der Schein, in dem sich Oipidus befindet, weil er den ganzen Menschen – einbegriffen alles, was er ist und was er will –, den König, den Gatten, Führer und Retter von Angang an sozusagen umfängt und bedingt; der Schein ist seine Kraft und Sicherheit, ja er ist alles, was ihn birgt[29]. Und doch beginnt das Drama eben damit, daß dieser Schein bedroht wird. Das Orakel erteilt den von der Seuche geplagten Thebanern den Befehl: das Land von der Befleckung mit dem Blute des Laios zu entsühnen; man soll den vergessenen Mörder des einstigen Königs suchen.

28. In der Interpretation des *Oidipus Tyrannos* folge ich einem anderen, früheren Werk desselben K. Reinhardt, dem ich auch in der Erklärung des *Agamemnon* gefolgt war: K. Reinhardt, *Sophokles*, Frankfurt a.M. 1933, 106-156.

29. Dies sind die Worte von K. Reinhardt selbst; vgl. das zuletzt genannte Werk, S. 116.

Damit wird Oipidus, dem Suchenden die Aufgabe gestellt, sich selbst zu finden. So heißt der Befehl des delphischen Gottes *Erkenne dich selbst!* auf seinen Fall abgemünzt. Die Erkenntnis, das Durchdringen zur Wahrheit, zu dem wirklichen Sein kann natürlich nur über das völlige Zerstören des trügerischen Scheins hindurch führen, damit wird jedoch auch die auf dem Schein gegründete Existenz des Oidipus vernichtet.

Die Tragik des sophokleischen Oidipus besteht eben darin, daß er einerseits als leidenschaftlicher Suchender den Befehl des Gottes mit allem Eifer erfüllen will. Die entsetzliche Wahrheit, deren volle Erkenntnis für ihn so vernichtend wird, zieht ihn unwiderstehlich an. (Dagegen wäre Iokaste bereit, das Suchen nach einigen drohenden Schritten aufzugeben; sie wollte gern auch den Schein, wenn er auch bloß als Schein bestehen bliebe, um des Lebens willen, hinnehmen!) Doch widerstrebt auf der anderen Seite der Instinkt des Oipidus (sein Selbsterhaltungstrieb) der allzu schnellen Erkenntnis der fürchterlichen Wahrheit; darum taumelt er über das ganze Drama hindurch von dem einen trügerischen Schein zum anderen, ja auch zu leeren Wahnvorstellungen, bis er am Ende die verhüllte Wahrheit dennoch erkennt, aber sie mit sehenden Augen nicht mehr ertragen kann.

Aber Sophokles begnügt sich nicht damit, um den tragischen Zusammenbruch des menschlichen *Scheins* an dem Fall des Oipidus darzustellen. Er schildert auch, wie *Schein* und *Sein* sich nicht nur gegenseitig ausschliessen, sondern manchmal einander auch beinahe unlösbar durchdringen: der *Schein* tritt – ohne das eigene Wesen zu verleugnen – im Gewande der Wahrheit (des *Seins*) auf, und das *Sein* gebärdet sich, als wäre er bloßer *Schein*. Besonders wirkungsvoll ist dieses gegenseitige Durchdringen in der sog. Verfluchungsrede[30]. (Oidipus verflucht den noch nicht bekannten Mörder des Laios.) Der Fluch wird umso gewaltiger, je deutlicher er sich gegen den Fluchenden selbst, ohne dessen Wissen, richtet[31].

Die Mäßigung, mit der der Redende begann, mit der er dem Geständigen Straflosigkeit verhieß, geht unter, nachdem erst die feierliche Acht verhängt wurde; die Gewalt des Fluchens und Verrufens selbst bemächtigt sich des Redenden, je das Rätsel, das er lösen will, ihn selbst in sich hineinzieht ...

Aus einer anfänglichen Fremdheit, mit der erst noch der neue König dem beinahe schon verjährten, unbekannten Vorgang gegenüberstand, entwickelt sich ein seltsames Hineinwachsen in die ihm fremden Dinge, wie als ob diese seine eigenen wären(!). Ohne den Zusammenhang zu ahnen, macht er sich

30. Die Verfluchungsrede in den Versen 214 ff.
31. Alle folgenden Zitate sind von K. Reinhardt, *Sophokles* 113 ff.

bereits zum Sohne seines Vaters ; im dämonischen Bereich des S c h e i n s ergreift ihn mit Magie bereits sein eigenes, wahres S e i n im voraus . . .

Zwar tragisch-ironisch ist beides, die s c h e i n b a r e F r e m d h e i t, wie die s c h e i n b a r e A n e i g n u n g (denn die wahre Aneignung geschieht erst durch den Untergang), aber erst in der Aneignung, auch schon in der scheinbaren, und in ihrem stürmischen, alles nur Sachbedingte hinter sich zurücklassenden Ungestüm wird S e i n und S c h e i n unheilbar eins ins andere verschlungen und verwoben, erst aus dieser nicht mehr äußeren, nicht mehr pragmatischen, sondern dämonischen, das ganze Sein, die Seele selbst, die Sprache selbst umfassenden Verklammerung entsteht die Tragik des aus seinem S c h e i n Geschleuderten . . . S c h e i n und S e i n sind nicht n u r zwischen Bühne und Zuschauerraum verteilt oder vertauscht . . . , sondern sie begegnen sich in jedem Wort, in jeder Gebärde des Verirrten.

✶

Ich glaube, es wird wohl ein jeder die wesentliche Verwandtschaft in den beiden angeführten Beispielen – in der nur kurz analysierten Partie aus dem *Agamemnon* des Aischylos, und in dem *Oidipus Tyrannos* des Sophokles – leicht erkennen. Der *Sieg* ist nach Aischylos etwas sehr zweifelhaftes und widerspruchsvolles ; seine prunkhafte Vorderseite ist bloß ein t r ü g e r i s c h e r S c h e i n; der g r ö ß t e S i e g entlarvt sich schon im Chorlied – bevor noch die eigentliche Handlung auf der Bühne überhaupt begonnen wäre – als die g r ö ß t e K a t a s t r o p h e. – *S c h e i n* und *S e i n* verhielten sich also auch hier schon ähnlich, wie in dem eben angedeuteten Fall des *Oidipus Tyrannos* bei Sophokles.

Woher kommt nun dieser eindrucksvolle Kontrast des S c h e i n s und des *S e i n s* ? Wurde denn diese Philosophie von der tragischen Dichtkunst des 5. Jahrhunderts etwa selbständig und sozusagen auf eigene Faust entwickelt ? Oder ist umgekehrt diese Kunst selber vielleicht nichts anderes als bloß eine I l l u s t r a t i o n zu einer schon früheren philosophischen Erkenntnis ? – K. Reinhardt hat allerdings – indem er den *Oidipus* des Sophokles als die *Tragödie des menschlichen Scheins* bezeichnete, diese seine Beobachtung mit einer sehr beachtenswerten Bemerkung ergänzt : zum S c h e i n wäre immer das S e i n hinzuzudenken, *w i e b e i P a r m e n i d e s z u r D o x a d i e A l e t h e i a*[32]. Ich glaube, es wird sich lohnen, diese Worte – die zunächst nur als ein *beiläufiger Hinweis* anmuten – genauer ins Auge zu fassen ; sie werden die Verwandtschaft zwischen solchen, auf den ersten Anblick grundverschiedenen Erscheinungen, wie die griechische Tragödie des 5. Jahrhunderts einerseits, und der systematische Aufbau

32. *Sophokles* 110.

der Mathematik bei Euklid andrerseits, in ein wohl nicht erwartetes Licht stellen.

3.

Man fragt sich zunächst : wie verhalten sich eigentlich bei Parmenides die *Doxa* (= Schein) und die *Aletheia* (= Wahrheit) zueinander ? – Er läßt in der Tat schon in der Einführung seines Lehrgedichtes die Göttin selbst zu ihm (dem Parmenides) sagen :

Du sollst alles erfahren : sowohl der wohlgerundeten Wahrheit unerschütterliches Herz (ἠμὲν Ἀληθείης εὐκυκλέος ἀτρεμὲς ἦτορ), wie auch der Sterblichen Wahngedanken (ἠδὲ βροτῶν δόξας), denen verläßliche Wahrheit nicht innewohnt (ταῖς οὐκ ἔνι πίστις ἀληθής).

Der Kontrast der beiden (der *Wahrheit* und der *Wahngedanken der Sterblichen*) erinnert in der Tat an den Fall des sophokleischen *Oidipus*. Doch war derselbe Kontrast wohl auch für die ganze archaische Denkweise bezeichnend. Man erinnere sich etwa auch daran, wie Aischylos in der anderen Tragödie, in den *Sieben gegen Theben* über Amphiaraos sagen ließ: οὐ γὰρ δοκεῖν ἄριστος, ἀλλ' εἶναι θέλει. Denn nicht der Beste scheinen, nein, er will es sein[33]. Das δοκεῖν (scheinen) und das εἶναι (sein) stehen auch hier einander antithetisch gegenüber. Ja, es ließen sich Beispiele aus der archaischen Dichtkunst auch dafür noch reichlich zitieren, daß man sich dessen bewußt war : der *Schein* oft auch noch überzeugender als die *Wahrheit* (= das *Sein*) aussieht. Eben diesen Gedanken drückt bündig das bekannte Fragment des Simonides aus : τὸ δοκεῖν καὶ τὴν ἀλάθειαν βιᾶται, der Schein überwältigt auch die Wahrheit selbst[34].

Aber handelte es sich bloß um den Gegensatz des *Scheins* und des *Seins*, so müßten unsere obigen Beispiele – aus Aischylos und aus Sophokles – eigentlich doch nicht unbedingt an Parmenides erinnern. Man soll sich nämlich auch darüber noch völlig im klaren sein, warum der *Schein* dem schlichten *Sein* gegenüber immer trügerisch sein muß, erst dann wird man die tiefere Verwandtschaft mit der eleatischen Philosophie wirklich verstehen.

33. Aischylos, *Sept.* 592. Der Vers, der sozusagen *gnomisch* geworden ist, wird in der antiken Literatur häufig zitiert, z.B. Platon, *Resp.* 2, 361 b und 362 a, oder Plutarch, *Arist.* 3, *De aud. poet.* 32 e und *Apophth.* 186 b. Man begegnet ihm auch lateinisch umgebildet, z.B. bei Sallustius, *Cat.* 54 : *esse quam videri bonus malebat.*

34. Simonides, fr. 55 (Diehl = 76 Bergk). Man vgl. dazu A. Szabó in AAntHung 2 (1956) 265 ff. Es sei hier auch auf meine früheren Arbeiten über die eleatische Philosophie hingewiesen, in AAntHung 1, 377-410 ; 2, 17-62 ; 243-289 (aus den Jahren 1953 und 1954).

Trügerischer Schein war der *Sieg* im *Agamemnon* des Aischylos deswegen, weil er seiner Vorderseite nach zwar als etwas prunkvolles, strahlendes und glänzendes aussah, aber in Wirklichkeit dahinter doch eine entsetzliche Katastrophe steckte. Der *Schein* ist also etwas widerspruchsvolles. In diesem Sinne soll man auch das vorige Zitat aus des anderen Tragödie (*Sieben gegen Theben*) verstehen: *Denn nicht der Beste scheinen, nein, er will es sein.* Nach diesen Worten ist nämlich derjenige, der zwar nicht der Beste ist, sondern nur es zu sein scheint, ein solcher, den man auf den ersten, oberflächlichen Anblick für den Besten halten könnte; man würde also auf Grund des rein äußerlichen Eindruckes sagen: *er ist der Beste.* Aber es liegt im Wesen des Scheines, daß er es doch nicht ist. Man müßte also auf Grund eines reiferen Überlegens doch behaupten: *er ist nicht der Beste.* In diesem gleichzeitigen *Sein* und *Nicht-Sein* (*ist* und *ist nicht*) drückt sich der innere Widerspruch des *Scheins*, der δόξα (oder τὸ δοκεῖν) aus.

Es würde wohl allzu weit führen, wenn wir in diesem Zusammenhang auf eine nähere Erörterung der eleatischen Philosophie eingehen wollten[35]. Anstatt dessen möchte ich hier nur die wesentlichsten Züge dieser Philosophie in einigen Punkten hervorheben.

1. Der wichtigste Ausgangspunkt für den Eleatismus war wohl das Sich-Abwenden von der praktisch-empirischen Erkenntnis, ja von den sinnlichen Wahrnehmungen überhaupt. Die Eleaten haben geleugnet, daß die wahre Erkenntnis mit Hilfe der Sinneswahrnehmungen möglich sei. Besonders deutlich zeigt dies das 8. Fragment des Melissos, aus dem ich hier einige Worte zitiere: ... *wir glauben, zwar richtig zu sehen, zu hören und wahrzunehmen. Und doch scheint uns das Warme kalt, und das Kalte warm, das Harte weich, und das Weiche hart zu werden, das Lebende zu sterben, und aus dem Nichtlebenden Lebendes zu entstehen, und alle diese Veränderungen vor sich zu gehen, und nichts was war und was jetzt ist, sich zu gleichen, vielmehr das Eisen trotz seiner Härte in Berührung mit dem Finger sich abzureiben, wie etwas Fließendes, und ebenso Gold und Stein, und alles was sonst für uns als fest gilt, und aus Wasser Erde und Stein zu entstehen. Daraus ergibt sich, daß wir weder*

35. Was die eleatische Philosophie betrifft, nachdrücklich hinweisen möchte ich — außer den in Anm. 34 schon genannten eigenen Aufsätzen — auf die folgenden grundlegenden Werke: K. Reinhardt, *Parmenides und die Geschichte der griechischen Philosophie*, Frankfurt a. M. 1959² (1916); G. Calogero, *Studi sull' Eleatismo*, Roma 1932 (die deutsche Übersetzung des letzteren: *Studien über den Eleatismus*, Darmstadt 1970).

zu sehen, noch die Dinge in ihrer Wirklichkeit durch die Sinnesorgane wahrzumehmen vermögen. Die Sinnesorgane sind also unbeständig, und die Wahrnehmungen, die sie vermitteln, sind widerspruchsvoll. Dasselbe Ding erscheint uns bald warm, bald kalt, einmal hart, und ein anderes Mal weich. Darum werden die Sinneswahrnehmungen, und damit auch die ganze materielle Erscheinungswelt verworfen.

2. Parmenides betonte (Frg. 7), daβ man die Wahrheit nicht durch die Vermittlung der irreführenden sinnlichen Wahrnehmungen, sondern nur mit Denken (λόγῳ) erfassen könnte : miβtraue den Sinnen ; mit dem Verstande allein entscheide die vielumstrittene Prüfung, die ich dir sagte (κρῖναι δὲ λόγῳ πολύδηριν ἔλεγχον ἐξ ἐμέθεν ῥηθέντα).

3. Die Eleaten wollten als Kriterium der Wahrheit nur die Widerspruchsfreiheit gelten lassen. Sehr deutlich geht dies daraus hervor, was man bei Parmenides über die sog. *drei Wege der Forschung* liest[36]. Es seien hier diese *drei Wege* kurz geschildert.

Der erste Weg : *das Seiende ist,* oder : *das Nichtseiende ist nicht.* Dies ist der Weg der Überzeugung, der Wahrheit, den Parmenides einzig und allein übriglassen will, da in diesem Fall Subjekt und Prädikat dasselbe besagen, also kein Widerspruch auftreten kan. (Problematisch ist jedoch dieser Weg von unserem Gesichtspunkt aus eben deswegen, weil — infolge der Identität des Subjekts und des Prädikates — die Aussage tautologisch ist. Lieβe sich die Widerspruchsfreiheit nur um den Preis der Tautologie verwirklichen ?).

Der zweite Weg : *das Seiende ist nicht* oder : *das Nichtseiende ist ;* Subjekt und Prädikat besagen das Gegenteil von einander. Als offenbarer Widerspruch wird dieser Weg verworfen.

Der dritte Weg, derjenige der sinnlichen Wahrnehmungen, wird von Parmenides folgendermaβen geschildert : *das Seiende ist und ist auch nicht,* oder : *es existiert sowohl das Seiende, wie auch das Nichtseiende.* Dieser Weg führt nach Parmenides zum *Schein* zu den *Wahngedanken der Sterblichen* (βροτῶν δόξαι), darum sagt er (Frg. 6) : *ich warne dich auch vor diesem Wege der Forschung, auf dem die nichtswissenden Sterblichen, die Doppelköpfe umherirren. Denn Ratlosigkeit lenkt ihren schwankenden Sinn. So treiben sie dahin, stumpf an den Sinnen zugleich und blind, ein Volk von Gaffern, denen es an jeder Unterscheidung fehlt ; denen Sein und*

36. Über die *drei Wege der Forschung* siehe meine Arbeit in AAntHung 2 (1954) 54 ff.

Nichtsein für dasselbe gilt, und auch nicht für dasselbe. Mit diesem *dritten Wege* wird eigentlich auch jedes empirische, durch die Sinneswahrnehmungen erworbene Wissen, als etwas *widerspruchsvolles* verworfen.

Die Tatsache nun, daß die Eleaten nur die Widerspruchsfreiheit als Kriterium der Wahrheit gelten ließen – wobei die praktisch-empirischen, mit Hilfe von Sinneswahrnehmungen gewonnenen Kenntnisse von vornherein als widerspruchsvoll angesehen werden mußten – hat zu einer merkwürdigen Konsequenz geführt. Ganz offenbar ist die Widerspruchsfreiheit einer Behauptung nur dann, wenn Subjekt und Prädikat dasselbe besagen, also die Behauptung tautologisch ist. (Schade, daß eben die tautologischen Behauptungen uninteressant und nichtssagend sind!)

Ist jedoch die Widerspruchsfreiheit das Kriterium der Wahrheit, so muß umgekehrt der Widerspruch selber das sicherste Zeichen dafür sein, daß die Behauptung nicht wahr, falsch ist. Anstatt des Beweisens kann man sich also das Widerlegen zum Ziele setzen. Das Entstehen des Seienden haben z.B. die Eleaten mit der folgenden Überlegung widerlegt[37].

Das *Seiende* hätte entweder aus einem *Seienden* oder aus einem *Nichtseienden* entstehen können. Eine dritte Möglichkeit gibt es für das Entstehen des *Seienden* überhaupt nicht. – Wäre jedoch das *Seiende* aus einem *Seienden* entstanden, so wäre es auch vor seinem Entstehen ein *Seiendes* gewesen. Auf diese Weise hat jedoch die Bezeichnung *Entstehen des Seienden* gar keinen Sinn mehr. Wenn das *Seiende* auch vor seinem Entstehen ein *Seiendes* war, dann gibt es eben kein Entstehen.– Wollte man dagegen behaupten, daß das *Seiende* vor seinem Entstehen ein *Nichtseiendes* war – denn soviel hieße die Aussage: *das Seiende entstand aus dem Nichtseienden* –, so käme man damit zu einem unmöglichen Widerspruch. Das *Seiende* kann immer nur ein *Seiendes* und nie das Gegenteil von sich selbst (ein *Nichtseiendes*) gewesen sein. Darum gibt es auch im Falle der zweiten Möglichkeit – *das Seiende wäre aus dem Nichtseienden entstanden* – gar kein Entstehen.

Man wird schon erkannt haben, daß diese Schlußweise im Grunde dasselbe indirekte Beweisverfahren ist, worauf ich schon im 1. Kapitel aufmerksam gemacht habe. Kein Zweifel, ohne *indirekten Beweis* wäre die eleatische Philosophie nie möglich geworden. Denn man konnte ja die bekanntesten Lehrsätze der Eleaten – *es gibt keine Bewegung, keine Veränderung, kein Entstehen, kein Vergehen, keinen Raum,*

37. Zum folgenden vgl. mein Buch *Anfänge der griechischen Mathematik* 290 f.

keine Zeit u.ä. – eben nur mir der Anwendung je eines indirekten Schlusses *beweisen*. Empirismus und sinnliche Wahrnehmung sprechen natürlich gegen die Schlüsse der Eleaten ; und man könnte auch solche Schlüsse im Zeichen des alltäglichen, sog. *nüchternen Verstandes* nie vertreten. Aber die Eleaten wollten eben – anstatt des *nüchternen Verstandes* – an dem *Bloβ-Gedanklichen* festhalten, nachdem sie den Widerspruch in den Gegenständen der sinnlichen Warnehmung – bzw. genauer : in allen solchen Aussagen, die auf sinnliche Wahrnehmungen gebaut werden – überall erkennen muβten. Nur das, was allein im Gedanken existiert, das völlig Abstrakte – wie das *Seiende* der Eleaten (oder die *Zahlen* im Sinne eines oben schon erwähnten Platon-Zitates !) – kann völlig widerspruchsfrei sein. – Die gesamte eleatische Dialektik ist auch gar nichts anderes, als das kunstvolle Anwenden des indirekten Beweisverfahrens (d.h. das Widerlegen je einer als unanfechtbar erscheinenden empirischen Aussage). Darum galt der Eleate Zenon schon für Aristoteles als der Erfinder der Dialektik[38]. (Es sei hier jedoch nachdrücklich betont, daβ es zwischen Zenons Dialektik und der Denkweise des Parmenides gar keinen wesentlichen Unterschied gibt. Bezeichnend ist für beiden eben der indirekte Beweis.)

Ich glaube nun : jene Beispiele aus der tragischen Dichtkunst des 5. Jahrhunderts, die im vorigen Kapitel erwähnt wurden, zeigen, wie sehr die ganze Weltanschauung dieses Zeitalters von jener Erkenntnis der Eleaten bestimmt wurde, die man etwa folgendermaβen zusammenfassen könnte : der Schein ist widerspruchsvoll und trügerisch ; die Wahngedanken der Sterblichen – man denke etwa an den Sieg des Agamemnon bei Aischylos, oder an jene Welt des Scheins, in der der Oidipus des Sophokles bis zur Vollendung seiner Selbsterkenntnis notwendig lebt – verhüllen nur jene Wahrheit, die hinter ihnen steckt, und die gerade ihr Gegenteil ist.

Nun stellt jedoch dieselbe wesentliche Erkenntnis der Eleaten auch ein weiteres, sehr wichtiges philosophisches und wissenschaftliches Problem. Wie könnte überhaupt eine nicht-tautologische Aussage wahr sein, wenn alle sinnlichen Wahrnehmungen – bzw. auch jene Begriffe, die diese Wahrnehmungen zum Ausdruck bringen – widerspruchsvoll sind? Man vergesse nicht : Zenon konnte z.B. die *Bewegung* nur deswegen *leugnen*, weil dieser Begriff (*Bewegung*) widerspruchsvoll ist ; er hat auf jene Widersprüche hingewiesen, die in ihm stecken, und die gewöhnlich nicht wahrgenommen werden. Er fragte sich z.B. : Wo bewegt sich eigentlich

38. Aristoteles, *Fragm.* ed. V. Rose, Lipsiae 1886, fr. 65 (= Diog. L. 9, 25).

der bewegte Körper ? Und er teilte – bevor er auf die Frage geantwortet hätte – den ganzen nur erdenkbaren R a u m dichotomisch in zwei Teile : 1. jener Teil des Raumes, wo der Körper i s t (sich befindet) ; 2. jener (grössere) Teil des Raumes, wo der Körper n i c h t i s t (sich nicht befindet). [Ein *dritter Teil* des Raumes ist natürlich gar nicht denkbar.] Aber der bewegte Körper bewegt sich offenbar weder dort, wo er i s t, noch dort, wo er n i c h t i s t ; also er bewegt sich überhaupt nicht – schloβ daraus Zenon (Frg. 4). Rein formell betrachtet, ist diese Gedankenführung tadellos. Und man könnte mit einer ähnlichen Methode auch die Widersprüchlichkeit der anderen alltäglich benützten Begriffe nachweisen. – Es sieht also demnach zunächst so aus, als ob eine nicht-tautologische wahre Aussage g a r n i c h t m ö g l i c h w ä r e. Man könnte in allen Aussagen irgendeinen inneren Widerspruch nachweisen, und damit die betreffende Aussage widerlegen. Demnach müβte also die Lehre der Eleaten n o t w e n d i g z u r S o p h i s t i k f ü h r e n.

Den Ausweg aus dieser Situation hat jene D i a l e k t i k gefunden, die im Grunde ebenfalls den Eleaten zu verdanken ist[39]. Die Dialektik ist die Kunst des Dialogführens, in welchem Dialog mindestens zwei Gesprächspartner teilnehmen, von denen der eine den anderen überzeugen will. Selbstverständlich muβ man dabei, bevor man überhaupt zu argumentieren beginnt, vor allem festlegen, daβ der Gegenstand, über den man redet, etwas i s t, und daβ er sich auf alle Fälle von dem unterscheidet, was n i c h t dieser Gegenstand ist ; er kann also nicht zu gleicher Zeit er selber und auch das Gegenteil von sich selbst sein. Wie es in Platons Dialog *Euthyphron* (5 d ; vgl. *Phaidon* 102 e) heiβt : *dasselbe ist das Heilige* (τὸ ὅσιον), *in jedem Fall n u r s i c h s e l b s t g l e i c h, und ebenso auch das Unheilige* (τὸ ἀνόσιον) *immer das Gegenteil des Heiligen.* Das griechische Wort für *d e f i n i e r e n* (ὁρίζεσθαι) heiβt eigentlich a b g r e n z e n. Es wird nämlich in der Definition der Begriff des Gegenstandes, über den man den Dialog führt, sein *Eidos*, von dem abgegrenzt, was n i c h t dieser Gegenstand ist, denn man kann ja eben nur durch diese Abgrenzung die Widerspruchsfreiheit des Begriffes sichern. Eine solche Abgrenzung des Gegenstandes von seinem Gegenteil, von dem was n i c h t dieser Gegenstand ist – d.h. also die älteste philosophisch-wissenschaftliche D e f i n i t i o n in dem ursprünglichen Sinne des Wortes – wurde zum allerersten Male wohl eben durch Parmenides versucht, als er sein *Seiendes* (τὸ ὄν) von dem *Nichtseienden* (τὸ μὴ ὄν)

39. Über den Zusammenhang der Dialektik mit der Lehre der Eleaten vgl. meine Arbeit in «Archive for History of Exact Sciences» 1 (1960) 43-64.

scharf trennte. Die Vorbedingung der Dialektik der Eleaten ist eben dieses *Abgrenzen*, das D e f i n i e r e n. Und ebenso heißt es auch bei Platon (*Parm.* 135 b-c) : es ist ohne das Festlegen der Definitionen die dialektische Auseinandersetzung auch gar nicht möglich: *Wenn jemand nicht zugibt, daß die Dinge ihre E i d e haben . . ., und wenn man das E i d o s jedes einzelnen Dinges nicht abgrenzt (definiert), so kann man seine Vernunft auch nicht auf irgendeine Sache hinlenken, denn man läßt in diesem Fall auch nicht zu, d a ß d e r B e g r i f f e i n e s j e d e n D i n g e s i m m e r u n v e r ä n d e r t b l e i b e; damit hebt man ja auch die Möglichkeit einer dialektischen Auseinandersetzung völlig auf.* Mit anderen Worten heißt dies so viel : legt man im voraus durch die Definition nicht fest, daß der Gegenstand, über den man redet, der Begriff, immer derselbe ist, also nie in sein Gegenteil hinübergehen kann (wie dies mit den Gegenständen der sinnlichen Wahrnehmung der Fall ist), so wird der Gegenstand w i d e r s p r u c h s v o l l (*er selber* und auch *nicht er selber*), und damit wird in der Tat auch die Möglichkeit jener dialektischen Auseinandersetzung aufgehoben, die nur auf die W i d e r s p r u c h s f r e i h e i t gebaut werden kann.

✶

Ich glaube nun, daß die Lehre der Eleaten – die oben nur in einigen Punkten angedeutet werden konnte – auch jenen systematischen Aufbau der Mathematik, der in Euklids *Elementen* vorliegt, in ein besseres Licht zu stellen vermag. Es sei hier noch einmal im Einzelnen auf jene wichtigsten Züge hingewiesen, die meiner Ansicht nach die Anregung, bzw. den Einfluß der Eleaten auf die griechische Mathematik verraten.

1. An erster Stelle möchte ich die so gut wie völlige Abwendung vom sinnlich Konkreten und die Hinwendung zum abstrakt Allgemeinen hervorheben. Man hat gesehen, daß die Eleaten die empirische Welt der sinnlichen Wahrnehmungen deswegen für *trügerischen Schein* erklärten, weil die Sinnesorgane nur widersprechende (und darum falsche) Erfahrungen zu vermitteln imstande sind. Sie wollten nur dasjenige gelten lassen, was einzig und allein mit Denken (λόγῳ) erfaßbar ist. – Ebenso betonten auch die Mathematiker (siehe oben Anm. 20 und 21), daß die Zahlen nicht sichtbar und tastbar, sondern bloß *gedachte Dinge* sind. Auch in der Geometrie hat man häufig darauf hingewiesen, daß die sichtbaren und tastbaren geometrischen Figuren keineswegs mit jenen Dingen identisch sind, über die in den Definitionen und in den geometrischen Thesen die Rede ist[40].

40. Man vgl. zu diesem Problem der Geometrie in meinem Buch *Anfänge der griechischen Mathematik* 420-435.

2. Auch die Zweiteilung des ganzen Systems der Mathematik – auf unbewiesene Prinzipien einerseits, und auf bewiesene Sätze andrerseits – läβt sich wohl befriedigend mit der Dialektik der Eleaten erklären. Hat man nämlich einmal die *Widerspruchsfreiheit* zum einzigen Kriterium der wahren Aussage gemacht, so gab es nur eine einzige Möglichkeit für die erfolgreiche dialektische Auseinandersetzung : man muβte sich im voraus einigen, welche Begriffe (od. Aussagen) von vornherein akzeptiert werden – als widerspruchsfrei gelten dürfen – und erst danach konnte man prüfen, ob die weiteren, noch strittigen Aussagen diesen einmal schon angenommenen Grundlagen nicht widersprechen. (Natürlich konnte dabei die *Widerspruchsfreiheit,* sowohl in der Dialektik wie auch in der Mathematik, nur eine relative sein. Man konnte sich nur fragen, ob die betreffende Aussage, die man *beweisen* wollte, in bezug auf die ohne Beweis angenommenen Grundlagen widerspruchsfrei ist oder nicht.) Wie nach einem vorigen Platon-Zitat in der Dialektik, so waren auch in der Mathematik (Arithmetik und Geometrie) die Definitionen der Begriffe (der Dinge über die man redete) die allerersten solchen Grundlagen, die man von vornherein (ohne Beweis !) annehmen muβte. Erst nach der Annahme der Definitionen konnte die Widerspruchsfreiheit der auf sie gebauten Aussagen (der auf sie gebauten *Theoreme* in der Mathematik) geprüft werden.

3. Nachdem in der eleatischen Philosophie die Widerspruchsfreiheit das einzige Kriterium der Wahrheit – bzw. der nachgewiesene Widerspruch das sicherste Zeichen für die Nicht-Wahrheit der betreffenden Aussage – war, kommen bei Parmenides und Zenon eigentlich nur *indirekte Beweise* vor. Das heiβt : es wird bei ihnen eigentlich nie irgendeine Aussage bewiesen, sondern es wird anstatt dessen die gegenteilige Aussage – mit einem Hinweis auf den in ihr steckenden Widerspruch – widerlegt. – Auch bei Euklid, dessen Beweistechnik oft das Schema der Eleaten-Dialektik befolgt, sind die *indirekten Beweise* sehr häufig. Doch kennt Euklid auch jene Form des Beweisens, nach welcher die *Widerspruchsfreiheit der Aussage* einfach dadurch gezeigt wird, daβ man daran erinnert : die betreffende Aussage ist eigentlich eine Konsequenz der zu Grunde gelegten Definition, die Definition impliziert die fragliche Aussage. (Beide Arten dieser Beweisform der Mathematik von Euklid wurden im 1. Kapitel der vorliegenden Arbeit schon illustriert.) Man hat also auf alle Fälle den Eindruck, daβ der mathematische Beweis bei Euklid eine schon weiterentwikkelte Form des Beweises der Eleaten-Dialektik darstellt.

Und zum Schluß möchte ich hier noch darauf hinweisen, daß auch die übrigen nicht-bewiesenen Grundlagen in Euklids *Elementen* – die *Postulate* (αἰτήματα) und die *Axiome* (κοιναὶ ἔννοιαι) – zweifellos die Anregung der Philosophie der Eleaten verraten. – Was die Postulate betrifft, sind diese *einseitige Forderungen* des einen Dialogpartners, wobei die Zustimmung des anderen Partners in Schwebe gelassen bleibt. Es ist besonders im Falle der ersten drei Postulate bei Euklid klar, daß diese die einfachsten Formen der *Bewegung* – diejenige der geradlinigen, und die andere der Kreisbewegung – fordern[41], diese Bewegungen sind nämlich zu den Konstruktionen mit Zirkel und Lineal unbedingt nötig und *einseitig gefordert* mußten sie, nachdem die Eleaten die *Unmöglichkeit* (d.h. die *widerspruchsvolle Natur* jeder Bewegung) nachgewiesen hatten. Die drei ersten Postulate sichern also in gewissem Sinne die Konstruierbarkeit gewisser mathematischer Grundgebilde. – Die Tatsache nun, daß die Postulate ursprünglich zweifellos als *einseitige Forderungen* des einen Dialogpartners aufgefaßt wurden, legt natürlich auch solche Gedanken nahe : ob man sich nicht schon im Altertum (mindestens v o r Aristoteles !) auch darüber im klaren war, daß man z.B. das berühmte Parallelenpostulat auch i n e n t g e g e n g e s e t z t e m S i n n e aufstellen könnte ? – Sollte man diese Frage eindeutig bejahend beantworten, so hieße dies auch soviel, daß mindestens die prinzipielle Möglichkeit der nicht-euklidischen Geometrien schon in voraristotelischen Zeiten bekannt war[42].

Was Euklids *Axiome* betrifft, glaube ich über diese die folgenden wichtigen Tatsachen nachgewiesen zu haben[43]:

a. Die Bezeichnung für die *Axiome* bei Euklid κοιναὶ ἔννοιαι ist nacharistotelisch, und Proklos las noch einen solchen Euklid-Text, in dem diese ἀξιώματα hießen. Der ursprüngliche Name ἀξιώματα hieß der Wortbedeutung nach dasselbe, wie αἰτήματα = *einseitige Forderungen* des einen Dialogpartners. Euklids *Axiome* stellen ebensolche grundlegende Aussagen über die *Gleichheit* dar, wie die Postulate (mindestens die ersten d r e i !) e i n s e i t i g e Forderungen sind, nachdem die Eleaten doch schon früher

---

41. Ebd. 361-378.

42. Es sei hier jedoch nachdrücklich betont: es ist nicht wahrscheinlich, daß Aristoteles selber diese Möglichkeit hätte jemals zugeben können ! Spricht man darüber, daß Spuren einer nicht-euklidischen Mathematik aus dem Altertum nachweisbar wären, so halte ich diese Vermutung n u r für die voraristotelische Zeit möglich. Aristoteles selber mußte im Sinne der eigenen Philosophie einem solchen Gedanken *a limine* abweisen.

43. Vgl. *Anfänge der griechischen Mathematik* 378-394.

die *widerspruchsvolle Natur* (= die *Unmöglichkeit*) der Bewegung nachgewiesen hatten. Die *Axiome* sind nämlich solche Aussagen über die *Gleichheit*, die von den Eleaten früher, ebenso wie die Möglichkeit (= Denkbarkeit) der Bewegung, bestritten wurden. Und dennoch muß man – um das System der Mathematik aufbauen zu können – die Postulate und die Axiome ebenso von vornherein ohne Beweis akzeptieren, wie die mathematischen Definitionen.

b. Es scheint, daß man das berühmte Axiom bei Euklid: *das Ganze ist größer als der Teil* – gegen ein Paradoxon des Eleaten Zenon *(die halbe Zeit ist ihrem Doppelten gleich)* aufstellen mußte[44]. – Pflichtet man dieser Vermutung bei, so wird man sogleich auch zugeben müssen, daß außerdem auch noch ein ganzer Komplex von Axiomen bei Euklid wohl ebenso gegen die Eleaten – eigentlich ebenso gegen Zenons eben erwähntes Paradoxon – aufgestellt wurde[45].

★

Damit hoffe ich den systematischen Aufbau von Euklids Mathematik von der Seite der eleatischen Philosophie her in ein neues Licht gestellt und für die künftige historisch-philosophische Forschung auf diesem Gebiete neue Perspektiven eröffnet zu haben.

Η ΕΛΕΑΤΙΚΗ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑ ΚΑΙ Η ΔΟΜΗΣΙΣ ΤΩΝ *ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ* ΤΟΥ ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ

Περίληψις ὑπὸ Φίλωνος Βασιλείου.

Εἰς τὴν παροῦσαν ἐργασίαν ὁ συγγραφεύς, συνεχίζων τὴν ἀπὸ μακροῦ ἔρευνάν του σχετικῶς μὲ τὴν ὑπ' αὐτοῦ ἐγκαινιασθεῖσαν ἔποψιν τῆς ἀναγωγῆς τῶν παραγωγικῶν Μαθηματικῶν τῶν Ἑλλήνων εἰς τὴν Διαλεκτικὴν τῶν Ἐλεατῶν, ἐπιζητεῖ ὅπως παράσχῃ, εἰδικώτερον διὰ τὴν περίπτωσιν τῶν Μαθηματικῶν τοῦ Εὐκλείδου, στοιχεῖα τεκμηριοῦντα τὴν ἔποψίν του ταύτην.

Πρὸς τοῦτο ἀναχωρεῖ οὗτος, πρῶτον, ἀπὸ δύο παραδείγματα ἀποδείξεων ἀπαντωμένων εἰς τὰ *Στοιχεῖα*, γινομένων δὲ κατὰ τὴν μέθοδον τῆς εἰς ἄτοπον ἀπαγωγῆς (ἐμμέσου ἀποδείξεως). Εἶναι ἡ μέθοδος μὲ τὴν ὁποίαν

44. Ebd. 394-408.
45. Ebd. 408-412.

ἀποδεικνύονται, ὡς ἐπὶ τὸ πλεῖστον, ὑπὸ τοῦ Εὐκλείδου τὰ θεωρήματα τῶν *Στοιχείων*, καὶ ἄ ν ε υ τῆς ὁποίας, κατὰ τὸν συγγραφέα, δὲν θὰ καθίστατο δυνατὴ ἡ συστηματικὴ ἵδρυσις τῶν Μαθηματικῶν. Ἀκριβῶς, ἡ εἰς τὰ Μαθηματικὰ ἐφαρμογὴ τῆς ἀποδεικτικῆς αὐτῆς μεθόδου, ὡς ἰσχυρίζεται ὁ συγγραφεύς, χαρακτηρίζει τὴν εἰς αὐτὰ ἐπίδρασιν τῆς ἐλεατικῆς Φιλοσοφίας.

Καὶ ἐνῷ μὲν οὗτος θὰ ἠδύνατο, εἰς τὸ σημεῖον αὐτὸ τῆς ἐργασίας, νὰ προβῇ ἀμέσως εἰς τὴν κατάδειξιν τοῦ ὡς ἄνω χαρακτηρισμοῦ, προτιμᾷ ὅμως, δ ε ύ τ ε ρ ο ν, ὅπως παρεμβάλῃ τὴν ὑπὸ συγγενῆ μορφὴν ἐπίδρασιν τῆς φιλοσοφίας τῶν Ἐλεατῶν ἀκόμη καὶ εἰς τὴν ἑλληνικὴν τραγῳδίαν. Ἡ παρεμβολὴ αὕτη ὄχι μόνον ἐπαυξάνει τὸ ἐνδιαφέρον τοῦ ἀναγνώστου κατὰ τὴν παρακολούθησιν τῆς προσκομιζομένης ἐπιχειρηματολογίας, ἀλλὰ καὶ καθιστᾷ ἐμφανὲς τὸ μέγεθος τῆς ἐπιρροῆς, τὴν ὁποίαν εἶχεν ἡ διδασκαλία τῶν Ἐλεατῶν ἐπὶ τῆς καθόλου πνευματικῆς ζωῆς τῶν ἀρχαίων Ἑλλήνων. Ὁλόκληρος ἡ κοσμοθεωρία τῆς ἐποχῆς ἐκείνης, ἠμπορεῖ κανεὶς νὰ εἴπῃ, διαπνέεται ἀπὸ τὴν Διαλεκτικὴν τῶν Ἐλεατῶν. Τὰ σχεδὸν τυχαίως προσαγόμενα παραδείγματα ἀπὸ τὴν τραγικὴν ποίησιν ἀφοροῦν εἰς τὴν τραγῳδίαν τοῦ Αἰσχύλου *Ἀγαμέμνων* καὶ τὴν τραγῳδίαν τοῦ Σοφοκλέους *Οἰδίπους Τύραννος*.

Ἀκολουθεῖ, τ ρ ί τ ο ν, κατόπιν συντόμου ἀναφορᾶς τῶν οὐσιωδῶν χαρακτηριστικῶν τῆς ἐλεατικῆς φιλοσοφίας, τὸ κύριον θέμα τῆς ἐργασίας, κατὰ τὸ ὁποῖον ὁ εἰς τὰ χαρακτηριστικὰ αὐτὰ χρησιμοποιούμενος τρόπος διαλογισμοῦ δὲν διαφέρει κ α τ ὰ β ά σ ι ν ἀπὸ αὐτὴν ταύτην τὴν ἔμμεσον ἀπόδειξιν. Ὁ συγγραφεὺς παραθέτει λεπτομερῶς τὰ ἀξιολογώτερα σημεῖα, τὰ ὁποῖα, κατὰ τὴν γνώμην του, συνετέλεσαν εἰς τὴν ἀναφερθεῖσαν ἐπίδρασιν τῶν Ἐλεατῶν ἐπὶ τῶν ἑλληνικῶν Μαθηματικῶν.

Διὰ τῆς ἐργασίας αὐτῆς ἡ συστηματικὴ ἵδρυσις τῶν Εὐκλειδείων Μαθηματικῶν βάσει τῆς ἐλεατικῆς φιλοσοφίας τίθεται ὑπὸ νέον φῶς, διανοίγονται δὲ νέαι προοπτικαὶ διὰ τὴν μελλοντικὴν ἱστορικοφιλοσοφικὴν ἔρευναν ἐπὶ τοῦ πεδίου τούτου.