

A r p á d S z a b ó, *Anfänge der griechischen Mathematik*, Budapest, Akadémiai Kiadó - München/Wien, Oldenbourg 1969, 494 σελ. + 27 πίνακες.

Οὐδείς δύναται βασίμως ν' ἀμφισβητήσῃ ὅτι, κατὰ τὴν ἀρχαιότητα, ἀναγωγή τῶν μαθηματικῶν γνώσεων ἀπὸ ἀπλῶν πρακτικῶν διαπιστώσεων τῆς ἀμέσου ἐμπειρίας εἰς προτάσεις θεωρητικοῦ διαλογισμοῦ ὑπῆρξε τὸ θαυμαστὸν ἐπίτευγμα τοῦ ἐλληνικοῦ πνεύματος - ἐπίτευγμα διὰ τοῦ οποίου διηνοίχθη ὁ δρόμος πρὸς τὴν καθόλου ἐπιστημονικὴν σκέψιν. Ἐύλογον εἶναι ὅμως νὰ διερωτηθῇ κανεὶς : Ποῖος ἦτο ὁ λόγος τῆς, ὑπὸ τῶν Ἑλλήνων, ἀνάγκης ἀλλαγῆς τοῦ κριτηρίου τεκμηριώσεως τῆς μαθηματικῆς ἀληθείας, ἀπὸ τὴν ἐμπειρικὴν παρατήρησιν εἰς τὴν καθαρὰν Λογικὴν ; Τί ὠδήγησεν εἰς τὴν σκέψιν, ὅτι αἱ μαθηματικαὶ προτάσεις εἶναι δεκτικαὶ αὐστηρῶν ἀποδείξεων, τῶν ὁποίων μάλιστα ἡ τεχνικὴ ἔφθασε τότε εἰς τοιοῦτον βαθμὸν τελειότητος, ὥστε καὶ σήμερον ἡ τεχνικὴ αὕτῃ νὰ παραμένῃ ἀναλλοίωτος ; Πῶς, τέλος, οἱ Ἕλληνες ἤχθησαν εἰς τὴν ιδέαν, ὅτι ὅλαι αἱ γεωμετρικαὶ προτάσεις ἦτο δυνατόν νὰ συναχθοῦν παραγωγικῶς ἀπὸ ὀλιγάριθμον πλήθος ὁρῶν καὶ ἀρχῶν, τῶν ἀξιωμάτων, προδιαγράφαντες οὕτω τὸν ἰδεατὸν τρόπον ἀναπτύξεως μαθηματικῆς τινος θεωρίας ;

Ἴδου ἐρωτήματα τὰ ὁποῖα, κατὰ τὴν τελευταίαν δεκαπενταετίαν, ἀπησχόλησαν τὸν Οὐγγρον πανεπιστημιακὸν καθηγητὴν Arpád Szabó εἰς σειρὰν λίαν ἀξιολόγων ἐργασιῶν του, διὰ τῶν ὁποίων οὗτος κατέστη εὐφήμως γνωστὸς ὄχι μόνον μεταξὺ τῶν ἐπιστημόνων τῆς Ἱστορίας τῶν Μαθηματικῶν, ἀλλὰ καὶ μεταξὺ τῶν ἐρευνητῶν τῆς Κλασσικῆς φιλολογίας, ὡς ἐπίσης καὶ μεταξὺ τῶν φιλοσόφων. Αἱ *Ἀπαρχαὶ τῶν ἐλληνικῶν Μαθηματικῶν* ἀποτελοῦν ἀκριβῶς σύνθεσιν τῶν ὡς ἄνω ἐργασιῶν εἰς ἐνιαῖον καὶ ὁλοκληρωμένον σύνολον.

Τὸ περιεχόμενον τοῦ σημαντικοῦ τούτου ἔργου, τὸ ὁποῖον ἡ διεθνὴς κριτικὴ ὑπεδέχθη ἐγκωμιαστικῶς, ἐκτείνεται εἰς τρεῖς ἐποχὰς τῆς Ἱστορίας τῶν Μαθηματικῶν τῆς ἐλληνικῆς ἀρχαιότητος, δηλαδὴ τῶν πρώτων χρόνων τῆς ἱστορίας τῶν ἀσυμμέτρων, τῆς προευκλείδειου θεωρίας τῶν λόγων καὶ τῆς συστηματικῆς ἀναπτύξεως τῶν Μαθηματικῶν ὡς παραγωγικῆς ἐπιστήμης. Ἄν καί, βέβαια, μὲ τὰς ἐρεῦνας του αὐτὰς ὁ συγγραφεὺς δὲν δίδει πλήρη καὶ συστηματικὴν ἐκθεσιν τῆς πρώτης περιόδου τῶν ἐλληνικῶν Μαθηματικῶν, ἐπιτυγχάνει ὅμως νὰ ἀνεύρῃ καὶ ἐπισημάνῃ τὰ στοιχεῖα ἐκεῖνα τὰ ὁποῖα δύνανται νὰ χρησιμεύσουν ὡς ἀπαρχὴ μιᾶς νέας εἰς τὸν οὐρανὸν τῆς ἱστορικῆς ἐξελίξεως τῆς ἐλληνικῆς ἐπιστήμης. Τὸ σύγγραμμα τοῦτο τοῦ καθηγητοῦ A. Szabó, ἀποδεικνύον βαθεῖαν γνῶσιν τῶν σχετικῶν ἀρχαίων κειμένων, γραμμένον δὲ μὲ σαφήνειαν καὶ ἀκριβολογίαν, ἀποτελεῖ πράγματι ἀπόκτημα διὰ τὴν βιβλιογραφίαν τῆς ἱστορίας τῶν Μαθηματικῶν, δυνάμενον νὰ καταστήτῃ πηγὴ καὶ κίνητρον διὰ περαιτέρω ἐρεῦνας.

Πλὴν τῆς Εἰσαγωγῆς καὶ τοῦ εἰς τὸ τέλος παρατιθεμένου Συμπληρώματος, τὸ βιβλίον περιλαμβάνει τρία μέρη ἀνάλογα μὲ τὰς τρεῖς ἀναφερόμενας ἐποχὰς τῆς ἱστορίας τῶν Μαθηματικῶν τῶν ἀρχαίων Ἑλλήνων.

Εἰς τὸ πρῶτον τῶν μερῶν αὐτῶν, ἀναφερόμενον εἰς τὴν γένεσιν τῆς θεωρίας τῶν ἀσυμμέτρων, ἡ ἐρευνητικὴ κατεύθυνσις τοῦ συγγραφέως ἀποκλίνει σαφῶς ἐκείνης, τὴν ὁποίαν ἀπὸ τοῦ P. Tannery καὶ ἔπειτα, σχεδὸν ἄνευ

ἐξαιρέσεων, εἶχον ἀκολουθήσει εἰς τὰς ἐργασίας των οἱ διάφοροι ἐρευνηταί. Ἐδῶ ὁ συγγραφεὺς καταλήγει εἰς τὴν εἰκασίαν, ὅτι ἡ ἐπινόησις τῶν ἀσυμμέτρων θὰ ἔπρεπε νὰ ἐγένετο κατὰ τὴν ἀναζήτησιν τῆς μέσης ἀναλόγου μεταξύ δύο ἀριθμῶν ἢ μεγεθῶν. Τὸ πρόβλημα τοῦ ἀσυμμέτρου διὰ τοὺς Ἑλληνας, ἂν τοῦτο θεωρηθῇ ἀπὸ ἱστορικὴν ἔποψιν, ἦτο ἀρχικὰ πρόβλημα τῆς θεωρίας τῶν λόγων.

Εἰς τὸ δεύτερον μέρος ὁ καθηγητὴς Α. Szabó ἀποκρούει τὰς εἰκασίας προγενεστέρων του, κατὰ τὰς ὁποίας οἱ Πυθαγόρειοι εἰσήγαγον τὴν Γεωμετρίαν εἰς τὰς ἐπὶ τῆς Μουσικῆς παρατηρήσεις των. Τὸνναντίον καταδεικνύει ὅτι ἡ θεωρία τῶν λόγων, ἡ ὁποία τὸ πρῶτον ἀνεπτύχθη εἰς τὴν πυθαγόρειον θεωρίαν τῆς Μουσικῆς, μετεφέρθη διὰ τῆς Ἀριθμητικῆς εἰς τὸ πρόβλημα τῆς γεωμετρικῆς ὁμοιότητος καὶ δι' αὐτοῦ εἰς τὸ πρόβλημα τοῦ ἀσυμμέτρου.

Τέλος, εἰς τὸ τρίτον μέρος τοῦ βιβλίου, ὁ συγγραφεὺς ἐξετάζει τίνι τρόπῳ κατέστη δυνατόν τὰ Μαθηματικὰ νὰ ἐξελιχθοῦν ὑπὸ τῶν Ἑλλήνων εἰς συστηματικὴν παραγωγικὴν ἐπιστήμην, καθὼς ἐπίσης τίνι τρόπῳ κατέστη δυνατόν νὰ τεθοῦν αἱ βάσεις αὐτῶν. Διὰ τοῦ τρίτου μέρους συμπληρώνει ὁ ἐρευνητὴς τὸ εἰς τὰ προηγούμενα μέρη ἀπομεῖναν κενόν. Διότι, ναὶ μὲν ἐξητάσθη εἰς τὰ μέρη ἐκεῖνα πῶς τὰ Μαθηματικὰ τῶν Ἑλλήνων, κατὰ τὴν πορείαν τῆς ἐξελίξεώς των, ἐπλησίασαν τὴν γνῶσιν τῆς ὑπάρξεως ἀσυμμέτρων μεγεθῶν, δὲν κατεδείχθη ὅμως εἰς τὰ μέρη αὐτὰ πῶς εἰς τὰ Μαθηματικὰ των οἱ Ἑλληνες κατῴρθωσαν νὰ φθάσουν εἰς τὴν βαθμίδα ἐκείνην τῆς ἐξελίξεως, ἡ ὁποία τοὺς ἐπέτρεψε νὰ συμπεράνουν, μὲ λογικὴν ἀναγκαιότητα, αὐτὴν ταύτην τὴν ὑπαρξίν των ἀσυμμέτρων μεγεθῶν. Ἡ ἐν λόγῳ ὑπαρξίς δὲν ἦτο κάτι τὸ ὁποῖον θὰ ἠδύνατο, μὲ ἀδιαφιλονίκητον βεβαιότητα, νὰ γνωσθῇ διὰ τῆς ἐμπειρικῆς ὁδοῦ, καθ' ὅσον ἡ εἰς τὰ ἀσύμμετρα μεγέθη ὑπεισερχομένη ἔννοια τοῦ ἀπείρου δὲν πραγματοποιεῖται πουθενὰ εἰς τὴν Φύσιν. Τὸνναντίον, ἡ ἐν λόγῳ ὑπαρξίς ἦτο ἐξαγόμενον λογικοῦ συμπεράσματος, συναγομένου ἀπὸ ὠρισμένας μαθηματικὰς ἀρχάς. Ἐνεκα ἀκριβῶς τοῦ λόγου τούτου, ὁ συγγραφεὺς ἀφιερώνει τὸ τρίτον μέρος εἰς τὴν ἔρευναν τῆς ὑπὸ τῶν ἀρχαίων Ἑλλήνων ἀναγωγῆς τῶν Μαθηματικῶν, ἀπὸ ἀπλῆς συλλογῆς πρακτικῶν γνώσεων τῆς ἀμέσου ἐμπειρίας εἰς συστηματικὴν θεωρητικὴν παραγωγικὴν ἐπιστήμην.

Ὡς πρὸς τὴν εἰς τὸ παρὸν σύγγραμμα ἀκολουθουμένην μέθοδον, κατὰ τὴν ὁμολογίαν τοῦ ἰδίου τοῦ συγγραφέως, ἔχομεν νὰ παρατηρήσωμεν τὰ ἑξῆς :

Ὡς γνωστόν, μία τῶν ἀξιολογωτέρων ὑπηρεσιῶν τὰς ὁποίας προσέφερον ὁ σύγχρονος Ὁλλανδὸς μαθηματικὸς Β. L. van der Waerden, μὲ τὸ περίφημον ἔργον του *Erwachende Wissenschaft*¹, συνίσταται εἰς τὸ ὅτι οὗτος δὲν ἄρκεῖται ἐκεῖ εἰς τὸ νὰ ἀναφέρῃ ἀπλῶς ὅ,τι εἰς παλαιότερα βιβλία συναντᾶται, ἀλλὰ ὅτι οὗτος ἀνατρέχει πάντοτε εἰς τὰς πηγάς. Ἡ τοι-

1. Β. L. van der Waerden, *Erwachende Wissenschaft. Ägyptische, babylonische und griechische Mathematik* (aus dem Holländischen von H. Habicht), Basel/Stuttgart, Birkhauser 1956.

ύτη εἰς τὰς πηγὰς ἀναδρομὴ δὲν εἶναι, ὥς ἴσως φαίνεται, κάτι τὸ δύσκολον, λέγει ὁ Van der Waerden, ἀκόμη καὶ ὅταν κανεῖς, ὅπως ἄλλωστε συμβαίνει ἐ ἐκεῖνον, δὲν γνωρίζῃ τὴν ἱερογλυφικὴν ἢ τὴν σφηνοειδῆ γραφὴν, εἴτε ἀκόμη δὲν εἶναι κλασσικὸς φιλόλογος. Διότι ὑπάρχουν ἀξιόπιστοι μεταφράσεις ὅλων σχεδὸν τῶν ἀρχαίων κειμένων. Εἰς μερικὰς μόνον περιπτώσεις, προσθέτει οὗτος, παρέστη ἀνάγκη νὰ συμβουλευθῇ τὸ ἀρχαῖον ἀλληνικὸν κείμενον εἰς τὸ πρωτότυπον.

Κατ' ἀντιδιαστολὴν πρὸς τὴν ἀνωτέρω ἐρευνητικὴν μέθοδον, ὁ καθηγητὴς Α. Szabó, ἀφοῦ πρῶτον ἀμφισβητήσῃ τὴν χρησιμότητα σχεδὸν ὅλων τῶν συγχρόνων μεταφράσεων ἀναφορικὰ μὲ τὴν ἐρευναν τῆς ἱστορίας τῶν Μαθηματικῶν εἰς τοὺς ἀρχαίους Ἑλληνας, δεικνύει ἔπειτα εἰς συγκεκριμένον παράδειγμα ὅτι δὲν εἶναι ἀρκετὸν εἰς ἀμφισβητουμένας μόνον περιπτώσεις νὰ καταφεύγῃ κανεῖς εἰς τὰ ἀρχαῖα πρωτότυπα. Ἐνδεικτικῶς δὲ ἀναφέρει ὅτι αἱ ἐν χρήσει μεταφράσεις ὠρισμένου πλατωνικοῦ χωρίου τοῦ διαλόγου *Θεαίτητος* (147 c - 148 b), παραβλεπομένων ἐλαχίστων περιπτώσεων, εἶναι μὲν εἰς γενικὰς γραμμὰς ὀρθαί, περιέχουν ὅμως τοιαῦτα ἀναμφισβήτητα σφάλματα ὥς πρὸς τὴν σύγχρονον ἀπόδοσιν ὧρων τινῶν, ὥστε νὰ μὴ δύναται κανεῖς νὰ βασίζεται ἐπὶ τῶν μεταφράσεων αὐτῶν. Τοῦτο π.χ. συμβαίνει μὲ τὸν, εἰς τὸ μνημονευθὲν πλατωνικὸν χωρίον, πλειστάκις ἐπαναλαμβανόμενον ὅρον *δύναμις*.

Ἀναφερόμενοι τώρα εἰς τὸ περιεχόμενον τοῦ βιβλίου, θεωροῦμεν ἰδιαιτέρως ἀξιοσημεῖωτον τὴν εἰς αὐτὸ ἐρευναν ὥς πρὸς τὴν μαθηματικὴν ἀξιωματικὴν μέθοδον τῶν Ἑλλήνων, ὥς ἐπίσης τὴν ἐρευναν διὰ τὴν προέλευσιν τῆς ἀποδεικτικῆς μεθόδου τῆς εἰς *ἄτοπον ἀπαγωγῆς*, τῆς καλουμένης καὶ *ἐμμέσου ἀποδείξεως*. Κατὰ τὸν συγγραφέα, τόσον ἡ ἀξιωματικὴ παραγωγικὴ μέθοδος ὅσον καὶ ἡ ἔμμεσος ἀπόδειξις ὀφείλονται εἰς τὴν φιλοσοφίαν τῶν ἀρχαίων Ἑλλήνων, συγκεκριμένως δὲ εἰς τὴν Διαλεκτικὴν τῶν Ἑλεατῶν. Πρὸς τοῦτο ἀναχωρεῖ οὗτος ἀπὸ τὴν ἔννοιαν τοῦ ὅρου *ὑπόθεσις*, ὅπως αὕτη ἐχρησιμοποιεῖτο εἰς τὰ ἀρχαῖα Μαθηματικά. Ὁ ὅρος *ὑπόθεσις* προέρχεται ἀπὸ τὸ κατὰ τὸν διάλογον δύο συζητητῶν *τιθέμενον*, ὥς ἀφετηρία τῆς συζητήσεώς των, ἐπὶ τοῦ ὁποίου οἱ ἐν λόγῳ συζητηταὶ συμφωνοῦν, δι' αὐτὸ δὲ δὲν χρῆζει τοῦτο ἀποδείξεως. Οἱ Ἕλληνες ὑπὸ τὸ πνεῦμα αὐτὸ ἐχρησιμοποιοῦν, ὥς ἐπὶ τὸ πλεῖστον, τὰς μαθηματικὰς τῶν *ἀρχάς*. Παρατηρήσεις τώρα ἐπὶ τοῦ ὅρου *ὑπόθεσις* παρέχουν εἰς τὸν συγγραφέα τὸ συμπέρασμα, ὅτι οἱ ἀρχαῖοι Ἕλληνες μαθηματικοὶ ἐπενόησαν τὴν μαθηματικὴν *ἀξιωματικὴν μέθοδον*.

Ὁ ὅρος ὅμως *ὑπόθεσις* εἶχεν εἰς τὴν ἀρχαιότητα τὴν καὶ σήμερον χρησιμοποιουμένην ἔννοιαν, ἐκείνην τοῦ *δοκιμαστικῶς τιθεμένου*, πρὸς τὸν σκοπὸν τῆς ἐρεῦνης τῆς ἀληθείας τοῦ τεθέντος. Ἐχοντες ὑπ' ὄψει τὸν ὅρον *ὑπόθεσις* ὑπὸ τὴν δευτέραν αὐτὴν ἔννοιαν, ἡμποροῦμεν, τώρα, νὰ ἐννοήσωμεν τὴν ἰδέαν τῆς ἐμμέσου ἀποδείξεως : Ὡς γνωστόν, κατὰ τὴν ἔμμεσον ἀπόδειξιν δὲν προσπαθοῦμεν νὰ ἀποδείξωμεν εὐθέως τὴν θέσιν προτάσεως, τὴν ὁποίαν εἰκάζομεν ὥς ἀληθῆ, ἀλλὰ ζητοῦμεν νὰ καταρρίψωμεν τὴν ἄρνησιν τῆς προτάσεως αὐτῆς. Ἡ κατάρριψις τῆς ἀρνήσεως προτάσεως τινος εἶναι, πράγματι, ἀπόδειξις τῆς θέσεως τῆς προτάσεως, καθ' ὅσον κατὰ τὴν λογικὴν ἀρχὴν τῆς *τοῦ τρίτου ἢ μέσου*

ἀποκλείσεως ἢ ἡ ἐν λόγῳ πρότασις εἶναι ἀληθῆς ἢ ἡ ἄρνησίς της εἶναι ἀληθῆς, ἀποκλειομένου τρίτου τινός. Ἀπορριπτομένης λοιπὸν τῆς ἄρνήσεως, μένει ἡ θέσις ὡς ἀληθῆς. Εἰς τὴν ἔμμεσον ἀπόδειξιν ἡ κατάρριψις τῆς ἄρνήσεως προτάσεως γίνεται βάσει τῆς καταδείξεως ὅτι ἡ ἐν λόγῳ ἄρνησις ὁδηγεῖ εἰς ἀντίφασιν. Οὕτω βάσις τῆς ἐμμέσου ἀποδείξεως εἶναι ἡ λογικὴ ἀρχὴ τῆς τοῦ τρίτου ἢ μέσου ἀποκλείσεως.

Ὑπάρχει, βέβαια, καὶ ἕτερον εἶδος ἐμμέσου ἀποδείξεως, μὴ βασιζόμενον εἰς τὴν λογικὴν ἀρχὴν τῆς τοῦ τρίτου ἢ μέσου ἀποκλείσεως. Εἶναι ἐκεῖνο κατὰ τὸ ὅποιον ἡ κατάρριψις προτάσεως, δηλ. ἡ ἀπόδειξις τῆς ἄρνήσεως τῆς προτάσεως, γίνεται διὰ τῆς παραδοχῆς τῆς (ἀληθείας τῆς) προτάσεως καί, ἐκ τῆς παραδοχῆς αὐτῆς, διὰ τῆς λογικῆς παραγωγῆς ἄλλης τινός προτάσεως τῆς ὁποίας ἡ ἄρνησις ἔχει ἤδη ἀποδειχθῇ. Πράγματι, ὁ λογικὸς συμπερασμὸς τῆς τελευταίας προτάσεως ἀπὸ τὴν πρώτην, τὴν ὁποίαν ἐδέχθημεν ὡς ἀληθῆ, ἀποδεικνύει ὅτι ἡ πρώτη δὲν ἀληθεύει, πρᾶγμα τὸ ὅποιον σημαίνει ἀκριβῶς τὴν κατάρριψιν ταύτης. Δέον ὅμως νὰ σημειωθῇ ὅτι οἱ ἀρχαῖοι Ἕλληνες δὲν ἐχρησιμοποιοῦν εἰμὴ μόνον τὸ πρῶτον εἶδος τῆς ἐμμέσου ἀποδείξεως. Ὁ συγγραφεὺς ὁμολογεῖ, ἐπ' ἄλλῃ τινὶ εὐκαιρίᾳ², ὅτι δὲν εἶναι εἰς θέσιν νὰ εἴπῃ, ἂν ἐγένετο, εἰς τὴν ἀρχαιότητα, διάκρισις μεταξὺ τῶν δύο ἀναφερθέντων εἰδῶν τῆς ἐμμέσου ἀποδείξεως.

Γεγονὸς εἶναι, ὅτι εἰς τὴν φιλοσοφίαν τῶν Ἑλεατῶν ἡ ἔμμεσος ἀπόδειξις, ὑπὸ τὴν πρώτην μορφήν, κατέχει σημαίνουσαν θέσιν. Ἡ ἀποδεικτικὴ δὲ αὕτη μέθοδος δὲν ἐμφανίζεται μόνον εἰς τὸν Ζήνωνα, τὸν κατὰ τὸν Ἀριστοτέλη πρῶτον διαλεκτικόν, ἀλλὰ καὶ εἰς τὴν φιλοσοφίαν τοῦ Παρμενίδου, τῆς ὁποίας ἀποτελεῖ τὸν κεντρικὸν πυρῆνα. Ἄς σημειωθῇ ἀκόμη, ὅτι αἱ φιλοσοφικαὶ θεωρίαι τῶν Ἑλεατῶν εἶναι προῖον θεωρητικῆς σκέψεως, μὴ βασιζόμεναι εἰς τὴν ἐμπειρίαν. Κεντρικὴν αὐτῶν ιδέαν ἀποτελεῖ ἡ ἀρχή : «Ὅ,τι ἀντιφάσκει πρὸς ἑαυτό, δὲν ἡμπορεῖ νὰ εἶναι ἀληθές». Διὰ τοὺς Ἑλεάτας, ὁ φυσικὸς κόσμος εἶναι φαινομένη καὶ ὄχι πραγματικὴ κατάσταση. Χῶρος, χρόνος, κίνησις, εἶναι ἀπλῶς δόξαι μὴ ἀνταποκρινόμεναι εἰς τι τὸ ὑπαρκτόν.

Ὅχι μικρότερας σημασίας εἶναι, ἀναμφισβήτητα, καὶ ἡ συμβολὴ τοῦ συγγραφέως τῶν *Ἀπαρχῶν τῶν ἐλληνικῶν Μαθηματικῶν* ἡ ἀναφερομένη εἰς τὴν ἀνασκευὴν τῆς εἰς τοὺς νεωτέρους χρόνους, ἐκ μέρους τοῦ O. Neugebauer³, διατυπωθείσης γνώμης ὅτι οἱ ἀρχαῖοι Ἕλληνες δὲν ἐμφανίζονται ὡς πρῶτιστοι εἰς τὸ ξεκίνημα τῆς Ἐπιστήμης, ἀλλὰ κάπου εἰς τὸ μέσον (τοῦ δρόμου). Εἶναι γεγονὸς ὅτι, πρό τινων δεκαετιῶν, σημαίνοντες ἐπιστήμονες ἠσχολήθησαν μὲ τὰς μαθηματικὰς γνώσεις τῶν πρὸ τῶν ἀρχαίων Ἑλλήνων λαῶν τῆς Ἀσίας καὶ τῆς Αἰγύπτου. Τὰ σπουδαιότερα, ἀκριβῶς, ἐξαγόμενα τῶν σχετικῶν ἐρευνῶν εὐρίσκει κανεῖς, ἐν περιλήψει, εἰς τὰ τρία πρῶτα κεφάλαια τοῦ προαναφερθέντος ἔργου τοῦ Van der Waerden. Ὡς συμπέρασμα τῶν ἐν λόγῳ ἐρευνῶν ἔχομεν, ὅχι μόνον τὸ γεγονὸς τῆς δι' αὐτῶν ἀποκτηθείσης πληρεστερας γνώσεως τῶν ἐξωελλαδικῶν

2. A. Szabó, *Greek Dialectic and Euclid's Axiomatics*, εἰς Imre Lakatos, *Problems in the Philosophy of Mathematics*, Amsterdam, North Holland Publ. Co. 1967.

3. O. Neugebauer, *Studien zur Geschichte der antiken Algebra* 3, «Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik» 3 (1936) 245-259.

πολιτισμῶν, ἀλλὰ κυρίως τὴν συνεπεία τῶν ἐρευνῶν αὐτῶν διατυπωθεῖσαν, ὡς καὶ ἀνωτέρω, ἐσφαλμένην δοξασίαν, ὅτι τὰ Μαθηματικά τῶν Βαβυλωνίων ἀπετέλεσαν τὰ πρῶτα βήματα τῆς καθόλου Ἐπιστήμης καὶ ὅτι ἐπὶ αὐτῇ ἵχνη τῶν βημάτων αὐτῶν ἐβάδισαν, χιλιετίαν ὁλόκληρον κατόπιν, οἱ Ἕλληνες.

Γνωρίζομεν σήμερον πόσον πεπλανημένη ὑπῆρξεν ἡ ἄποψις αὕτη τὴν ποίαν ἐξ ὁλοκλήρου ἀνήρεσαν ἐρευνηταὶ τῶν δύο τελευταίων δεκαετιῶν (K. von Fritz, O. Becker κ.ἄ.). Οὗτοι, χωρὶς νὰ παραγνωρίζουν ὅτι οἱ Βαβυλώνιοι ἦσαν πράγματι εἰς θέσιν, μὲ ἀρκετὴν μάλιστα προσέγγισιν, νὰ ἐπιλύουν σχετικῶς πολὺπλοκα μαθηματικά προβλήματα, ὅτι δὲ τὰς γνώσεις τῶν αὐτῶν παρέλαβον ἀργότερον οἱ ἀρχαῖοι Ἕλληνες, ὅμως κατέδειξαν τό, πέραν τῶν μεμονωμένων αὐτῶν γνώσεων, τελείως νέον καὶ οὐσιῶδες τῶν ἐλληνικῶν Μαθηματικῶν. Οὐδαμοῦ, ὡς λέγουν οἱ ἐρευνηταὶ οὗτοι, ὑπάρχει καὶ ἡ παραμικρὰ ἐνδειξις ὅτι οἱ Βαβυλώνιοι ἢ καὶ αὐτοὶ ἀκόμη οἱ Αἰγύπτιοι ἐπεχείρησαν νὰ συναγάγουν διὰ τοῦ λογικοῦ συμπερασμοῦ τὰς μαθηματικὰς τῶν γνώσεις, πολὺ περισσότερον νὰ συναγάγουν τὰς ἐν λόγῳ προτάσεις ἀπὸ πρώτας ἀρχάς. Αὐτὸς οὗτος ὁ Van der Waerden λέγει ἐπὶ λέξει εἰς τὸ σύγγραμμά του *Erwachende Wissenschaft*, σελ. 16-17, ὅτι ὡς κύριον σκοπὸν τοῦ βιβλίου αὐτοῦ ἔθεσε τὸ νὰ ἐκθέσῃ :

Πῶς ὁ Θαλῆς καὶ ὁ Πυθαγόρας, ναὶ μὲν ἀνεχώρησαν ἀπὸ τὰ Μαθηματικά τῶν Βαβυλωνίων, προσεπάθησαν ὅμως νὰ προσδώσουν εἰς αὐτὰ τελείως νέον, καθαρὰ ἐλληνικὸν χαρακτῆρα.

Πῶς τὰ Μαθηματικά ἀνεπτύχθησαν (πολὺ) περισσότερον, τόσον εἰς τὴν Σχολὴν τῶν Πυθαγορείων ὅσον καὶ ἀλλαχοῦ, ἀνταπεκρίθησαν δὲ πάντοτε εἰς ὑψηλοτέρας ἀπαιτήσεις τῆς Λογικῆς.

Πῶς ὁ Θεαίτητος καὶ ὁ Εὐδοξος ἔφεραν τὰ Μαθηματικά εἰς τὴν βαθμίδα ἐκείνην τῆς τελειότητος, τοῦ κάλλους καὶ ἀκριβείας, τὰς ὁποίας ἡμεῖς θαυμάζομεν εἰς τὰ *Στοιχεῖα* τοῦ Εὐκλείδου.

Συνεχίζων, ὑπὸ τὸ πνεῦμα τῶν τελευταίων ὡς ἄνω ἐρευνητῶν, ὁ καθηγητῆς A. Szabó ἀφ' ἑνὸς μὲν καταδεικνύει, εἰς τὸ παρὸν σύγγραμμά του, ὅτι ἤδη ἡ Γεωμετρία τῶν Πυθαγορείων εἶναι καθαρὰ ἐλληνικὸν ἐπίτευγμα, ἀφ' ἑτέρου δὲ τονίζει, μὲ κάθε ἔμφασιν, τὴν οὐσιαστικὴν διαφορὰν μεταξὺ τῶν ἐλληνικῶν Μαθηματικῶν καὶ ἐκείνων τῶν ἄλλων λαῶν τῆς ἀρχαιότητος. Ἡ διάκρισις μεταξὺ τῆς ἐλληνικῆς ἐπιστήμης καὶ τῆς, ἄνευ οἰουδήποτε λογικοῦ δεσμοῦ, συλλεγῆς γνώσεων τῶν πρὸ αὐτῆς λαῶν, συνίσταται, κατὰ τὸν A. Szabó, εἰς τοῦτο : Ὅτι τὰ μὲν ἐλληνικὰ Μαθηματικά παριστάνουν σύστημα γνώσεων ἀριστοτεχνικῶς μεταξὺ τῶν συνδεομένων διὰ τῆς παραγωγικῆς μεθόδου, ἐνῶ τὰ Μαθηματικά τῶν ἄλλων λαῶν ἐμφανίζουν μὲν ἐνδιαφερούσας ἀλλὰ ἀσυνδέτους μεταξὺ τῶν, τρόπον τινά, συνταγὰς, καθὼς καὶ μερικὰ ἐπὶ τῶν συνταγῶν αὐτῶν παραδείγματα. Βασικαὶ ἐπιστημονικαὶ ἔννοιαι, ὅπως π.χ. αἱ ἔννοιαι θεωρήματα, ἀποδείξεις, ὀρισμός, ἀξίωμα, αἵτημα, παραγωγή κ.ἄ., ἐλλείπουν τελείως ἀπὸ τὰ Μαθηματικά τῶν ἄλλων λαῶν τῆς ἀρχαιότητος.

Ἐνα νέον σημαντικὸν δείγμα τῆς ἐρευνητικῆς ἐπιδόσεως τοῦ καθηγητοῦ A. Szabó, πρὸς τὴν κατεύθυνσιν τῶν σχέσεων Φιλοσοφίας καὶ Μαθη-



ματικῶν, φιλοξενεῖ ὁ παρὼν τόμος τῆς «Ἐπετηρίδος τοῦ Κέντρου Ἑρεύνης τῆς Ἑλληνικῆς Φιλοσοφίας τῆς Ἀκαδημίας Ἀθηνῶν» (σελ. 195-228), ἐπ' εὐκαιρία τῆς προσεχοῦς ἐκδόσεως εἰς τὴν ἑλληνικὴν γλῶσσαν τοῦ συγγράμματός του *Ἀπαρχαὶ τῶν ἑλληνικῶν Μαθηματικῶν*. Πρόκειται περὶ τοῦ ἀνωτέρω ἐπισημανθέντος θέματος τῆς ἐπιδράσεως τῆς Διαλεκτικῆς τῶν Ἐλεατῶν εἰς τὴν διαμόρφωσιν τῆς παραγωγικῆς μεθόδου, εἰδικώτερον εἰς τὸ εὐκλείδιον σύστημα τῶν Μαθηματικῶν. Τὸ νέον τοῦτο ἄρθρον τοῦ Α. Szabó προστίθεται εἰς τὴν μακρὰν σειρὰν τῶν μονογραφιῶν τοῦ συγγραφέως, αἱ ὁποῖαι προπαρεσκεύασαν τὸ βιβλίον του, εἶναι ὅμως πάντοτε καὶ αὐτοτελῶς χρήσιμοι πρὸς συμπλήρωσιν τούτου. Ἀπαρίθμησιν καὶ πλήρεις τίτλους παρέχει ὁ ἴδιος εἰς σελ. 196, σημ. 4, τῆς ὥς ἄνω ἐνταῦθα δημοσιευομένης ἐργασίας του ὑπὸ τὸν τίτλον *Die Philosophie der Eleaten und der Aufbau von Euklids «Elementen»*. Ἐπὶ τῇ εὐκαιρίᾳ σημειοῦμεν ὅτι καὶ τὸ εἰς τὸ ἄνω σύγγραμμά του, ἐν τέλει, προστιθέμενον Συμπλήρωμα ἀποτελεῖ Ἀνακοίνωσιν τοῦ ἰδίου γενομένην εἰς τὴν Ἀκαδημίαν Ἀθηνῶν τὸ 1968 (ΠΑΑ 43 [1968] 455-458).

Τὸ ἑλληνικὸν κοινὸν θὰ ἔχῃ συντόμως τὴν δυνατότητα χρησιμοποίησεως τοῦ συγγράμματος τούτου καὶ εἰς ἑλληνικὴν μετάφρασιν, πραγματοποιουμένην κατόπιν ἀποφάσεως τῆς Διοικούσης Ἐπιτροπῆς τοῦ Τεχνικοῦ Ἐπιμελητηρίου τῆς Ἑλλάδος, ὅπως τὸ τόσον σημαντικὸν τοῦτο διὰ τὴν ἑλληνικὴν μαθηματικὴν Ἐπιστήμην ἔργον περιληφθῇ εἰς τὴν σειρὰν τῶν ἐπιστημονικῶν ἐκδόσεών του.

Ἀθῆναι

Φίλων Βασιλείου

Β. Ν. Τατάκης, *Ὁ Σωκράτης. Ἡ ζωὴ του, ἡ διδασκαλία του*, Ἀθῆναι, «Ἀστήρ» 1970, 147 σελ.

Τὸ βιβλίον αὐτὸ τοῦ καθηγητῆ Τατάκη ἀποτελεῖ μιὰ σκιαγράφηση τοῦ Σωκράτη ὡς σοφοῦ, δηλαδὴ ὡς ὁδηγοῦ καὶ μνητῆ στὴν προσωπικὴ πορεία τοῦ ἀνθρώπου πρὸς τὸ ἀναμφιλογώτατον ἀγαθόν. Μᾶς παρουσιάζει μὲ λιτότητα, σαφήνεια, ἀκριβολογημένη τεκμηρίωση καὶ κριτικὸ στοχασμὸ τὴν προσωπικότητα τοῦ Σωκράτη καὶ τίς κατευθυντήριες γραμμὲς τῆς ἠθικῆς φιλοσοφίας του σὲ σχέσιν μὲ τὰ προβλήματα τοῦ ἰδίου καὶ τῆς ἐποχῆς του. Ἀκολουθώντας τὴν παράδοσιν τοῦ Tovar ἢ τοῦ Festugière, σὲ ἀντιδιαστολὴ ὅμως πρὸς τὸν Robinson, τὸν Ross ἢ τὸν Guthrie, ἐξετάζει προσεκτικὰ τὴ σωκρατικὴ ἀντίληψιν τῆς ἀρετῆς ὡς γνώσης, τοῦ *Γνώθι σαυτόν*, τῆς προέλευσης τῶν ἠθικῶν ἀρχῶν, καθὼς καὶ τὴ λειτουργία τοῦ δαιμονίου. Τονίζοντας κυρίως τὴν ἀτοπία καὶ τὴ γοητεία τοῦ Σωκράτη δὲν ἐπιμένει ἰδιαίτερα στὴν ἀνάλυσιν τῆς σωκρατικῆς τεχνικῆς τοῦ ὀρισμοῦ, τῆς ἐπαγωγῆς, τῆς ἀναλογίας, τῆς ὑπόθεσης ἢ τῆς εἰς ἄτοπον ἀπαγωγῆς. Ἐπίσης τὴ σχέσιν τοῦ Σωκράτη μὲ τὴν ἐποχὴν του τὴν περιορίζει βασικὰ στὴν σχέσιν του μὲ τοὺς Σοφιστὰς καὶ τὴν τραγωδίαν χωρὶς νὰ ἐπιδιώκῃ κοινωνιολογικὴ ἢ πολιτικὴ τοποθέτησίν του.