Ακαδημία Αθηνών / Academy of Athens

Ακαδημία Αθηνών / Academy of Athens

Ακαδημία Αθηνών / Academy of Athens

ΑΙΓΙΝΗΤΟΥ ΔΗΜΗΤΡΙΟΥ ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ

ΙΩΑΝΝΟΥ Ν. ΧΑΤΖΙΔΑΚΗ

ΛΟΓΟΣ ΕΝΑΡΚΤΗΡΙΟΣ *

Ἀναλαμβάνων σήμερον τὴν ἐν τῷ Πανεπιστημίῳ διδασκαλίαν μου, θεωρῶ καθῆκόν μου νὰ ἐκφράσω δημοσίᾳ τὴν εὐγνωμοσύνην μου πρός τε τοὺς κυρίους καθηγητὰς τῆς φιλοσοφικῆς σχολῆς, οἵτινες ἐπανειλημμένως καὶ ὁμοφώνως με προέτειναν καθηγητήν, καὶ πρὸς τὴν Σ. Κυβέρνησιν καὶ τὴν Αὐτοῦ μεγαλειότητα τὸν Βασιλέα ἡμῶν, διότι ηὐδόκησαν, ἀποδεχόμενοι τὴν γνώμην τῆς σχολῆς νά με διορίσωσιν εἰς τὴν θέσιν ταύτην. Συναισθανόμενος δὲ τὸν ὑψηλὸν προορισμὸν τοῦ πανελληνίου τούτου καθιδρύματος, θέλω διαρκῶς προσπαθῇ, ὅπως μὴ φανῶ ἀνάξιος τῆς θέσεως, ἣν ἔλαβον.

Ἑπόμενος τοῖς εἰθισμένοις ἔκρινα, κύριοι, ἁρμόδιον ἐν τῇ σημερινῇ μου ὁμιλίᾳ νὰ διαλάβω ἐν ὀλίγοις περὶ τῆς μαθηματικῆς ἐπιστήμης ἐν γένει καὶ ἰδίως περὶ τοῦ μέρους αὐτῆς, ὅπερ προτίθεμαι νὰ διδάξω, τουτέστι περὶ τοῦ διαφορικοῦ καὶ τοῦ ὁλοκληρωτικοῦ λογισμοῦ.

Ἡ μαθηματικὴ ἐπιστήμη ὁρίζεται ὡς ἐπιστήμη τοῦ ποσοῦ· διότι περὶ τὰ ποσὰ καὶ τὰς σχέσεις καὶ τὰς μεταβολὰς αὐτῶν ἀσχολεῖται. Βάσεις αὐτῆς εἶναι ὀλίγαι τινὲς ἀρχαὶ ἐκ τῆς πείρας τοῦ ἐκτὸς ἡμῶν κόσμου λαμβανόμεναι καὶ ἐκ τῶν ὁποίων ὁρμωμένη ἡ ἀνθρωπίνη διάνοια καὶ βαθμηδὸν προχωροῦσα, δημιουργεῖ μέγα καὶ ἁρμονικὸν οἰκοδόμημα. Αἱ ἀρχαὶ δ' αὗται εἶναι ἢ στοιχειώδεις ἔννοιαι, ἐξ ὧν αἱ ἄλλαι συντίθενται, οἷαι αἱ ἔννοιαι τοῦ ἀριθμοῦ, τοῦ χώρου, τῆς ἐπιφανείας καὶ τῶν τοιούτων, ἢ θεμελιώδεις κρίσεις, τουτέστιν ἀξιώματα, ἐφ' ὧν στηρίζονται αἱ ἄλλαι κρίσεις.

Σκοπὸς τῆς μαθηματικῆς εἶνε ἡ λύσις παντὸς ζητήματος, ἔνθα ζητεῖται τὸ πόσον. Ἵνα δὲ εὐκολώτερον κατορθώσῃ τοῦτο, ἁπλουστεύουσα τὸ ἔργον αὐτῆς, παραβλέπει πᾶσαν ἄλλην τῶν ὄντων ἔποψιν καὶ θεωρεῖ αὐτὰ μόνον ὡς πρὸς τὸ ποσόν· καὶ ἑκάστη δὲ τῶν ἄλλων ἐπιστημῶν ἐξετάζει τὰ ὄντα ὑπὸ ἰδίαν ἔποψιν· διότι ἡ τελεία γνῶσις τοῦ κόσμου κατὰ τὰς πολλὰς καὶ ποικίλας ὄψεις αὐτοῦ εἶνε δι' ἕκαστον ἄνθρωπον ἀκατόρθωτος. Καθὼς δὲ αἱ φωτειναὶ ἀκτῖνες, ἵνα θερμάνωσί τι καὶ καύσωσιν, εἶνε ἀνάγκη νὰ συγκεντρωθῶσιν ὅσον τὸ δυνατὸν περισσότεραι εἰς μικρὰν ἔκτασιν, οὕτω καὶ ἡ διάνοια, ἵνα εὕρῃ τι, ἵνα κατορθώσῃ νὰ εἰσδύσῃ εἰς τὰς ἐσωτερικὰς τῶν πραγμάτων σχέσεις καὶ ἀνακαλύψῃ τὰς αἰτίας τῶν διαφόρων φαινομένων καὶ τοὺς νόμους, καθ' οὓς ταῦτα συμβαίνουσιν, εἶνε ἀνάγκη νὰ περιορισθῇ εἰς μικρὸν μέρος τοῦ ὅλου κόσμου, εἰς μίαν μόνην αὐτοῦ ὄψιν. Ὅτι διὰ τοῦ τρόπου τούτου μονομερεῖς μόνον

* Ἐκφωνηθεὶς τῇ 7 Δεκεμβρίου 1884 ἐν τῷ Ἐθνικῷ Πανεπιστημίῳ.

ΑΚΑΔΗΜΙΑ ΑΘΗΝΩΝ

Ακαδημία Αθηνών / Academy of Athens

γνώσεις ἀποκτῶνται, εἶνε πρόδηλον· ἀλλ' ὁ περιορισμὸς οὗτος εἶνε ἀπαραιτήτως ἀναγκαῖος διὰ τὴν ἀνάπτυξιν τῶν ἐπιστημῶν καὶ τὴν πρόοδον τῆς ἀνθρωπότητος.

Αὐτοτελὴς καὶ αὐτάρκης οὖσα ἡ μαθηματικὴ ἐπιστήμη οὐδὲν παρ' οὐδεμιᾶς ἄλλης ἐπιστήμης λαμβάνει· τοὐναντίον ἄλλαι λαμβάνουσι παρ' αὐτῆς μάλιστα δὲ αἱ φυσικαὶ ἐπιστῆμαι· διότι ἡ ὡς πρὸς τὸ ποσὸν ἔρευνα τῶν ὄντων καὶ τῶν κατὰ ποσὸν σχέσεων αὐτῶν, ἥτις εἶνε ἔργον τῆς μαθηματικῆς, ἔχει ἐν ταῖς φυσικαῖς μάλιστα ἐπιστήμαις τὸ μέγιστον μέρος καὶ ἀποτελεῖ τὴν οὐσίαν καὶ τὸν πυρῆνα πάσης ἐρεύνης. Διὰ τοῦτο αἱ μαθηματικαὶ γνώσεις εἶνε ἀπαραίτητον ἐφόδιον παντὸς ὅστις θέλει νὰ σπουδάσῃ τὰς φυσικὰς ἐπιστήμας καὶ τοὺς ποικίλους κλάδους καὶ τὰς ἐφαρμογὰς αὐτῶν. Διὰ τῆς βοηθείας τῶν μαθηματικῶν εὑρίσκεται ὁ λόγος τῶν φυσικῶν φαινομένων καὶ ἐξηγεῖται πῶς εἶνε ταῦτα ἀναπόδραστοι συνέπειαι τῶν φυσικῶν ἀρχῶν καὶ εὑρίσκονται οἱ νόμοι, εἰς τοὺς ὁποίους τὰ φαινόμενα ὑπόκεινται· διὰ τοῦτο εἰς ὅσα μέρη τῶν ἐπιστημῶν τούτων εἰσεχώρησεν ἡ μαθηματική, ἔφερε τάξιν, ἁρμονίαν καὶ βεβαιότητα. Ἐὰν μάλιστα ἀναλογισθῶμεν ὅτι κατὰ τὴν σημερινὴν τῶν φυσικῶν ἐπιστημῶν κατάστασιν ἡ πιθανωτάτη καὶ πρὸς τὰ πράγματα σύμφωνος ὑπόθεσις εἶνε ὅτι πᾶν φαινόμενον οὐδὲν ἄλλο εἶνε ἢ κινήσεως προϊόν, λόγου χάριν, τὸ φῶς προέρχεται ἐκ κινήσεως ἢ εἶνε ἀποτέλεσμα κινήσεως, ὁ ἦχος, τὸ θερμαντικόν, ὁ ἠλεκτρισμός, καὶ αὐτὴ ἡ ἕλξις ἴσως εἶνε κινήσεως ἀποτέλεσμα, ἑπομένως πάντα ἀνάγονται εἰς τὴν μηχανικὴν καὶ ἐξηγοῦνται διὰ τῶν νόμων αὐτῆς, ἐὰν ἐνθυμηθῶμεν ὅτι καὶ τὰ ἄτομα τῆς ὕλης καὶ αὐτὰ εὑρίσκονται ἐν ἀπαύστῳ κινήσει, ὥστε ἡ φυσικὴ περιλαμβάνεται ἐν τῇ μηχανικῇ, ἐὰν λέγω ταῦτα ἀναλογισθῶμεν, ἐννοοῦμεν πόσον μεγάλη εἶνε ἡ ἐπίδρασις τῆς μαθηματικῆς ἐπὶ τὰς φυσικὰς ἐπιστήμας. Ὁ θέλων σήμερον νὰ σπουδάσῃ τὰς φυσικὰς ἐπιστήμας, μάλιστα δὲ τὴν ἰδίως λεγομένην φυσικὴν καὶ τὴν χημείαν ἄνευ μαθηματικῶν, οὐδόλως διαφέρει τοῦ θέλοντος νὰ σπουδάσῃ γλῶσσάν τινα ἄνευ τῆς γραμματικῆς αὐτῆς.

Καὶ πρὸς τὴν φιλοσοφίαν εἶνε ἡ μαθηματικὴ ἡ ἀρίστη προπαιδεία· διότι ἐν αὐτῇ καὶ μόνῃ παρατηρεῖται ἡ τελεία ἁρμονία τῶν μερῶν πρὸς ἄλληλα καὶ ἡ τάξις αὐτῶν· αὐτῆς καὶ μόνης αἱ ἀλήθειαι ἔχουσι τελείαν ἀκρίβειαν, καὶ διὰ τοῦτο εἶνε τὰ ἁπλούστατα παραδείγματα, εἰς τὰ ὁποῖα οἱ λογικοὶ κανόνες ἐφαρμόζονται. Κατὰ τὸν Πλάτωνα, ἡ μαθηματική, ὡς κειμένη μεταξὺ τοῦ ὅλως ἰδανικοῦ καὶ τῆς ὅλως ἐστερημένης ἰδεῶν ὕλης, ἀπασχολεῖ τὸ πνεῦμα ἀπὸ τῶν ὑλικῶν καὶ καθιστᾷ αὐτὸ ἱκανώτερον νὰ ἐννοήσῃ τὸ ἰδανικόν. Γνωστὸν δὲ εἶνε τὸ λόγιον, ὅπερ ἐπέγραψεν, ὡς λέγουσιν, ἐπὶ τῆς Ἀκαδημείας «μηδεὶς ἀγεωμέτρητος εἰσίτω μου τὴν στέγην».

Ἀλλ' ἡ σπουδὴ τῶν μαθηματικῶν μάλιστα δὲ τῶν στοιχειωδῶν ἔχει καὶ ἄλλην γενικωτέραν σημασίαν καὶ σπουδαιότητα ὡς μορφωτικὸν μέσον· διότι ἀναπτύσσει καὶ κρατύνει τὴν διάνοιαν καὶ ὀξύνει τὴν κρίσιν καὶ κατὰ τὴν παρατήρησιν τοῦ Πλάτωνος «οἱ μὲν φύσει πρὸς τὰ μαθηματικὰ ῥέποντες γίνονται δι' αὐτῶν ὀξεῖς εἰς πάντα τὰ μαθήματα, οἱ δὲ βραδεῖς πάλιν γίνονται ὀξύτεροι ἑαυτῶν».

Μετὰ τὸν γενικὸν τοῦτον χαρακτηρισμὸν τῆς μαθηματικῆς ἔρχομαι ἤδη εἰς τὴν σύντομον περιγραφὴν τοῦ διαφορικοῦ καὶ τοῦ ὁλοκληρωτικοῦ λογισμοῦ καὶ τῆς σημασίας καὶ δυνάμεως αὐτῶν.

Ὁ διαφορικὸς λογισμὸς εἶνε θεωρία τις περὶ τὰς αὐξήσεις καὶ τὰς μειώσεις τῶν μεταβαλλομένων ποσῶν. Ἂν καὶ κατὰ πολλοὺς καὶ ποικίλους τρόπους δύνανται νὰ μεταβάλλωνται τὰ ποσά, ἀκολουθοῦσιν ἐν τούτοις αἱ αὐξήσεις καὶ αἱ μειώσεις αὐτῶν, ὅταν εἶνε λίαν μικραί, νόμους τινὰς ἁπλοῦς· περὶ τούτους δὲ τοὺς νόμους καὶ περὶ τὰς ἐφαρμογὰς αὐτῶν ἀσχολεῖται ὁ διαφορικὸς λογισμός. Μετ' αὐτοῦ συνδέεται ἀμέσως καὶ ἀναποσπάστως ὁ ὁλοκληρωτικὸς λογισμός, ὅστις ἐκ τῶν νόμων, οὓς ἀκολουθοῦσιν αἱ μικραὶ αὐξήσεις καὶ αἱ μειώσεις τῶν μεταβαλλομένων ποσῶν, ζητεῖ νὰ εὕρῃ τὸν τρόπον καθ' ὃν ἐξαρτῶνται ταῦτα ἀπ' ἀλλήλων. Οἱ δύο δὲ οὗτοι λογισμοὶ συμπληροῦντες ἀλλήλους συναποτελοῦσι κυρίως ἓν ὅλον, οὐσιωδῶς διάφορον τῶν ἄλλων μερῶν τῆς μαθηματικῆς καὶ τὸ ὁποῖον ὀνομάζεται κατ' ἐξοχὴν *ἀνάλυσις*. Ἐν τῇ ἀλγέβρᾳ καὶ ἐν τῇ γεωμετρίᾳ τὰ ποσά, ὅσα εἰς ἕκαστον ζήτημα ἐμφανίζονται, ἅπαντα ἄνευ διακρίσεως μεγέθους λαμβάνονται ὑπ' ὄψιν· διότι ὁ ἀλγεβρικὸς λογισμὸς εἶνε ἀνεξάρτητος τοῦ μεγέθους τῶν ἀριθμῶν, ἐφ' ὧν ἐφαρμόζεται· ἐὰν δέ ποτε παραλειφθῇ τι ὡς μικρὸν σχετικῶς πρὸς ἄλλα, τὸ ἐξαγόμενον, εἰς ὃ φθάνομεν, θεωρεῖται ὡς ἀληθὲς μόνον κατὰ προσέγγισιν. Ἀλλ' ἐν τῇ ἀναλύσει ἄρχεται ἡ συστηματικὴ διάκρισις τῶν ποσῶν εἰς τάξεις κατὰ μέγεθος· τοῦτο δὲ εἶνε τὸ διακρῖνον καὶ χαρακτηρίζον τὴν ἀνάλυσιν. Τὰ μεταβαλλόμενα καὶ πρὸς τὴν ἐκμηδένισιν τείνοντα ποσά, ἢ ὡς συνήθως λέγομεν, τὰ *ἀπειροστά*, (ὡς τοιαῦτα δὲ νοοῦνται συνήθως αἱ αὐξήσεις καὶ αἱ μειώσεις τῶν ποσῶν) διακρίνονται εἰς τάξεις καὶ συγκρίνονται πρὸς ἄλληλα· ἐκ δὲ τῆς συγκρίσεως ταύτης γίνεται φανερὸν ὅτι δὲν ἔχουσι πάντα ἴσην ἀξίαν καὶ δύναμιν εἰς τὴν λύσιν πλείστων ζητημάτων, καὶ ὅτι τινὰ ἐξ αὐτῶν δύνανται νὰ παραλειφθῶσιν ἐντελῶς ἐν τῷ λογισμῷ, χωρὶς διόλου νὰ βλαφθῇ ἡ μαθηματικὴ ἀκρίβεια. Οὕτω διακρίνεται ποῖα κυρίως ποσὰ εἰς ἕκαστον ζήτημα πρέπει νὰ λαμβάνωνται ὑπ' ὄψιν καὶ ποῖα νὰ παραλείπωνται ὡς περιττά· ἡ δὲ ἁπλούστευσις αὕτη γίνεται αἰτία τῆς ταχυτέρας λύσεως τοῦ ζητήματος καὶ τῆς ἀναγωγῆς πολλῶν καὶ διαφόρων θεωριῶν εἰς μίαν μόνην γενικήν· εἰς τοῦτο δὲ ἔγκειται ἡ πρόοδος τῆς ἐπιστήμης.

Αἱ ἐφαρμογαὶ τοῦ διαφορικοῦ καὶ τοῦ ὁλοκληρωτικοῦ λογισμοῦ εἰς τὴν

Ακαδημία Αθηνών / Academy of Athens
ΑΚΑΔΗΜΙΑ ΑΘΗΝΩΝ

γεωμετρίαν εἶνε σπουδαιότεται· διότι μέγα πλῆθος γεωμετρικῶν θεωριῶν ἀναπτύσσεται εὐκολώτατα δι' αὐτῶν· λόγου χάριν, ἡ θεωρία τῶν ἐφαπτομένων, ἡ τῶν ἐνειλιγμένων καὶ ἐξειλιγμένων, ἡ τῶν περιβαλλουσῶν, ἡ τῶν ἐγγυτάτων γραμμῶν ἢ ἐπιφανειῶν, ἡ τῶν πρωτευουσῶν γραμμῶν ἐπὶ οἱασδήποτε ἐπιφανείας κτλ. εἰς δὲ τὸν ὁλοκληρωτικὸν λογισμὸν ἀνάγεται ἡ εὕρεσις τοῦ μήκους τῶν καμπύλων γραμμῶν καὶ τοῦ ἐμβαδοῦ πάσης ἐπιφανείας καὶ τοῦ ὄγκου παντὸς στερεοῦ, ἐν γένει ἡ καταμέτρησις πάσης ἐκτάσεως.

Ἀλλὰ καὶ πᾶν ζήτημα τῆς θεωρητικῆς μηχανικῆς ἀνάγεται εἰς ζήτημα τοῦ ὁλοκληρωτικοῦ λογισμοῦ. Τῷ ὄντι ἡ θεωρητικὴ μηχανικὴ βασίζεται ἐπὶ φυσικῶν τινων ἀρχῶν, αἵτινες ἀφορῶσιν εἰς τὰς γενικὰς τῶν σωμάτων ἰδιότητας καὶ ἰδίως εἰς τὸν τρόπον καθ' ὃν ἐπιδρῶσιν ἐπ' ἄλληλα τὰ μόρια τῆς ὕλης. Αἱ ἀρχαὶ δὲ αὗται, δι' ὧν ζητοῦμεν νὰ ἐξηγήσωμεν τὰ διάφορα φαινόμενα, ἀναφέρονται συνήθως εἰς τὰ ἐλάχιστα ἢ ἀπειροστὰ μόρια τῆς ὕλης καὶ εἰς τὰ ἀπειροστὰ μέρη τοῦ χρόνου· ἡ ἐφαρμογὴ ἄρα αὐτῶν εἰς οἱονδήποτε μηχανικὸν ζήτημα δίδει ἐξισώσεις περιεχούσας ἀπειροστά, ἢ ὡς συνήθως λέγομεν, *διαφορικὰς ἐξισώσεις*· ἡ δὲ ἐκ τῶν ἐξισώσεων τούτων εὕρεσις τῶν νόμων τοῦ φαινομένου διὰ πεπερασμένα σώματα καὶ διὰ πεπερασμένον χρονικὸν διάστημα γίνεται διὰ τοῦ ὁλοκληρωτικοῦ λογισμοῦ· καὶ ἂν ἠδυνάμεθα νὰ λύωμεν πᾶσαν διαφορικὴν ἐξίσωσιν, θὰ ἠδυνάμεθα νὰ λύωμεν καὶ πᾶν μηχανικὸν ζήτημα· ὥστε ἄνευ ὑπερβολῆς δύναταί τις νὰ εἴπῃ ὅτι ἡ θεωρητικὴ μηχανικὴ ἅπασα ἀνάγεται εἰς τὸν ὁλοκληρωτικὸν λογισμόν· τὸ αὐτὸ δὲ ἰσχύει καὶ περὶ τῆς φυσικῆς, ἥτις ὁσημέραι καταντᾷ νὰ ὑπαχθῇ εἰς τὴν μηχανικήν. Εὐλόγως λοιπὸν δυνάμεθα νὰ εἴπωμεν ὅτι ὁ διαφορικὸς καὶ ὁ ὁλοκληρωτικὸς λογισμὸς εἶνε τὸ σημαντικώτατον καὶ μεγαλοφυέστατον πάντων, ὅσα ἡ ἀνθρωπίνη διάνοια εὗρεν ἐν τῇ μαθηματικῇ ἐπιστήμῃ μέχρι τοῦδε.

Ἀρχικὴ ἰδέα τοῦ ὁλοκληρωτικοῦ λογισμοῦ εἶνε ἡ ἰδέα ἀθροίσματος, τοῦ ὁποίου ἕκαστος ὅρος ἐλαττοῦται καὶ τείνει πρὸς τὸ μηδέν, ἐν ᾧ τὸ πλῆθος αὐτῶν αὐξάνει εἰς ἄπειρον. Πρῶτος ὅστις ἐφήρμοσε τὴν ἰδέαν ταύτην εἰς τὴν καταμέτρησιν γεωμετρικῶν μεγεθῶν, ἐμβαδῶν καὶ ὄγκων, εἶνε ὁ μέγιστος τῶν Ἑλλήνων μαθηματικῶν ὁ Συρακούσιος Ἀρχιμήδης· ὅστις ἔζη ἀπὸ τοῦ 287 μέχρι τοῦ 212 πρὸ Χριστοῦ. Περὶ τῶν ἔργων τοῦ Ἀρχιμήδους καὶ περὶ τῶν ἐφευρέσεων αὐτοῦ ἐν τῇ γεωμετρίᾳ καὶ τῇ μηχανικῇ καὶ φυσικῇ διέλαβον ἄλλοτε, ὅτε ἀπὸ τῆς ἕδρας ταύτης ἐξέθηκα τὴν ἱστορίαν τῆς μαθηματικῆς ἐν τῇ ἀρχαίᾳ Ἑλλάδι· διὰ τοῦτο ἀρκοῦμαι ἐν τῷ παρόντι εἰς ὀλίγα, καὶ πρῶτον ἀναφέρω τὰ παραδείγματα τῶν ὁλοκληρώσεων τὰς ὁποίας ἐξετέλεσεν. Ἵνα εὕρῃ τὸ ἐμβαδὸν τῆς ἀπ' αὐτοῦ ὀνομαζομένης ἕλικος, ὁ Ἀρχιμήδης διαιρεῖ αὐτὸ διὰ τῶν πολικῶν ἀκτίνων εἰς μέρη, ἅτινα ἐξομοιοῖ πρὸς κυκλικοὺς τομεῖς, τῶν ὁποίων εὑ-

Ακαδημία Αθηνών / Academy of Athens

ρίσκει τὸ ἄθροισμα. Ἵνα δὲ εὕρῃ τὸν ὄγκον τοῦ ἐλλειψοειδοῦς ἐκ περιστροφῆς, καὶ τοῦ παραβολοειδοῦς ἐκ περιστροφῆς, τέμνει τὰ στερεὰ ταῦτα διὰ σειρᾶς ἐπιπέδων παραλλήλων καὶ ἐξομοιοῖ τὰ μεταξὺ τμήματα πρὸς κυλίνδρους. Τὴν αὐτὴν μέθοδον μεταχειριζόμεθα καὶ σήμερον πρὸς εὕρεσιν τοῦ ὄγκου τῶν σωμάτων τούτων. Ὁ ἀναγινώσκων τὸν τετραγωνισμὸν τῆς ἕλικος ἢ τὸν κυβισμὸν τῶν σφαιροειδῶν καὶ τῶν κωνοειδῶν τοῦ Ἀρχιμήδους καὶ γράφων διὰ τῶν σημερινῶν σημείων ὅσα ὁ Ἀρχιμήδης διὰ λέξεων λέγει, ἀναγινώσκει πράγματι μέρος τοῦ ὁλοκληρωτικοῦ λογισμοῦ· μετὰ τῆς διαφορᾶς ὅτι ὁ Ἀρχιμήδης οὐδὲ λέξιν λέγει περὶ ὁρίων ἢ ἀπειροστῶν καὶ τῶν τοιούτων, δι' ὧν οἱ λογισμοὶ γίνονται σήμερον συντομώτεροι, ἀλλ' οὐχὶ καὶ σαφέστεροι. Ὁ Ἀρχιμήδης μένει πάντοτε ἐν τῷ πεπερασμένῳ καὶ ἐντελῶς ὡρισμένῳ· ἀφοῦ δὲ διὰ τῆς μεθόδου του διίδῃ τὸ ἐξαγόμενον, ἀποδεικνύει ἔπειτα τὴν ἀλήθειαν αὐτοῦ διὰ τῆς εἰς ἄτοπον ἀπαγωγῆς.

Καθόλου ὁ Ἀρχιμήδης ἔταμε νέας ὁδοὺς ἐν τῇ μαθηματικῇ, καὶ ἐξέτεινε τὸ κράτος αὐτῆς περισσότερον παντὸς ἄλλου· διότι ἔθεσε τὰς βάσεις τῆς θεωρητικῆς μηχανικῆς καὶ τοῦ ὁλοκληρωτικοῦ λογισμοῦ· τὰ ἔργα αὐτοῦ ἐθεωροῦντο καὶ ἦσαν ἐπὶ 18 αἰῶνας, ἤτοι μέχρι τῆς εὑρέσεως τοῦ διαφορικοῦ λογισμοῦ ὑπὸ τοῦ Νεύτωνος, τὸ ἄκρον ἄωτον τῆς μαθηματικῆς. Μόνος ἐφάμιλλος αὐτοῦ δύναται νὰ θεωρηθῇ ὁ Νεύτων· διότι καὶ τούτου ἡ μεγαλοφυΐα ηὔξησε τὴν ἐπιστήμην διὰ νέων θεμελιωδῶν ἐννοιῶν καὶ νέων γενικωτάτων μεθόδων, τῶν ὁποίων ἡ ἀνάπτυξις καὶ ἡ λεπτομερὴς σπουδὴ ἔφερε τὴν μαθηματικήν, εἰς ὃ σημεῖον εὑρίσκεται σήμερον.

Τὸ διάστημα ἀπὸ τοῦ Ἀρχιμήδους μέχρι τοῦ Νεύτωνος, τουτέστιν ἀπὸ τοῦ 212 πρὸ Χριστοῦ μέχρι τοῦ 1642, ἀναγκαζόμεθα νὰ διατρέξωμεν συντομώτατα· πρέπει ὅμως νὰ ἐπιθεωρήσωμεν τὴν ἐν αὐτῷ πρόοδον τῆς μαθηματικῆς, ἵνα ἐννοήσωμεν τὴν σημασίαν τῆς ἀνακαλύψεως τοῦ Νεύτωνος.

Οἱ μέγιστοι τῶν ἑλλήνων μαθηματικῶν, ὁ Εὐκλείδης, ὁ Ἀρχιμήδης καὶ ὁ Ἀπολλώνιος, οἵτινες ἔζησαν ἀπὸ τοῦ 300οῦ μέχρι τοῦ 100οῦ ἔτους πρὸ Χριστοῦ, προήγαγον τὴν καθαρὰν γεωμετρίαν εἰς τοιοῦτον βαθὸν τελειότητος, ὥστε ἐπὶ μακροὺς αἰῶνας ἐθεωροῦντο τὰ ἔργα αὐτῶν ὡς τὸ ἄκρον ἄωτον τῆς γεωμετρίας. Ἀδύνατον ἦτο πλέον νὰ προχωρήσῃ ἡ γεωμετρία κατὰ τὴν διεύθυνσιν ἣν εἶχε λάβει, διὰ τῶν ἰδίων αὐτῆς μέσων καὶ ἄνευ τῆς βοηθείας τῶν ἀριθμῶν· διότι αἱ γεωμετρικαὶ μέθοδοι δὲν εἶνε ἐπιδεκτικαὶ τῆς μεγάλης γενικότητος καὶ τῆς συντομίας ἣν ἔχουσιν αἱ ἀριθμητικαί· ἔπρεπε λοιπὸν νὰ ἀνοιχθῇ νέα ὁδός, ἔπρεπε νὰ καλλιεργηθῇ καὶ νὰ ἀναπτυχθῇ ἡ ἀριθμητική, καὶ νὰ ἀνυψωθῇ εἰς γενικὴν ἀριθμητικὴν ἤτοι ἄλγεβραν. Ἡ τροπὴ αὕτη ἢ ἡ νέα φάσις τῆς μαθηματικῆς

ΑΚΑΔΗΜΙΑ ΑΘΗΝΩΝ

Ακαδημία Αθηνών / Academy of Athens

ἄρχεται ἀπὸ τοῦ Διοφάντου, ὅστις ἔζη πιθανῶς περὶ τὰ μέσα τοῦ 4ου μετὰ Χριστὸν αἰῶνος, καὶ δύναται νὰ θεωρηθῇ ὡς πατὴρ τῆς ἀλγέβρας· διήρκεσε δὲ ἡ ἀλγεβρικὴ αὕτη, οὕτως εἰπεῖν, ἐποχὴ τῆς μαθηματικῆς μέχρι τοῦ 16ου αἰῶνος περίπου. Κατὰ τὸ διάστημα τοῦτο ἀνεπτύχθη μικρὸν κατὰ μικρὸν ἡ ἄλγεβρα καλλιεργηθεῖσα κατ' ἀρχὰς μὲν ὑπὸ τῶν Ἰνδῶν καὶ τῶν Ἀράβων, ἔπειτα δὲ ὑπὸ τῶν Εὐρωπαίων.

Ἀξιοσημείωτοι ἀνακαλύψεις ἐν τῇ ἀριθμητικῇ καὶ ἐν τῇ ἀλγέβρᾳ κατὰ τὴν μακρὰν ταύτην περίοδον εἶνε αἱ ἑξῆς.

1) Ἡ εἰσαγωγὴ τῶν Ἰνδικῶν χαρακτήρων ἢ ψηφίων πρὸς γραφὴν τῶν ἀριθμῶν, ἥτις κατέστησε πολὺ εὐκολωτέρας τὰς ἀριθμητικὰς πράξεις καὶ συνέτεινεν εἰς τὴν ταχυτέραν ἀνάπτυξιν τῆς ἀλγέβρας· τὰ ψηφία ταῦτα καὶ τὴν χρῆσιν αὐτῶν ἔλαβον οἱ Ἄραβες παρὰ τῶν Ἰνδῶν κατὰ τὸν 8ον αἰῶνα· διὰ δὲ τῶν Ἀράβων διεδόθησαν εἰς τὴν Εὐρώπην.

2) Ἡ λύσις τῶν ἐξισώσεων τοῦ τρίτου καὶ τοῦ τετάρτου βαθμοῦ ὑπὸ τῶν Ἰταλῶν Tartaglia Ferrari περὶ τὰ μέσα τοῦ 16ου αἰῶνος (1545).

3) Ἡ εἰσαγωγὴ τῶν ἀσυμμέτρων ἀριθμῶν εἰς τὸν λογισμὸν περὶ τὸ τέλος τοῦ 16ου αἰῶνος

Καὶ τέλος ἡ εὕρεσις τῶν λογαρίθμων ὑπὸ τοῦ Νεπέρου κατὰ τὸ 1614.

Διὰ τῆς εἰσαγωγῆς τῶν ἀσυμμέτρων ἀριθμῶν εἰς τὸν ἀλγεβρικὸν λογισμὸν ἤρθη καὶ τὸ τελευταῖον ἐμπόδιον τῆς ἐφαρμογῆς τῆς ἀλγέβρας εἰς τὴν γεωμετρίαν· αἱ μεταξὺ τῶν σχημάτων σχέσεις ἦσαν ἤδη ἀπὸ τῶν Ἑλλήνων γνωσταί· ἀρκεῖ νὰ ἀναφέρω ὅτι ὁ μαθητὴς τοῦ Πλάτωνος, ὁ Μέναιχμος ὅστις εὗρε τὰς τομὰς τοῦ κώνου, ἐγνώριζε τὴν ἐξίσωσιν αὐτῶν πρὸς μίαν διάμετρον καὶ τὴν ἐφαπτομένην κατὰ τὸ πέρας αὐτῆς ἤτοι τὴν μεταξὺ τεταγμένης καὶ τετμημένης ὑπάρχουσαν σχέσιν· ὥστε οὐδὲν ἄλλο σχεδὸν ὑπελείπετο ἢ ἁπλῆ μετάφρασις τῶν σχέσεων τούτων εἰς τὴν ἀλγεβρικὴν γλῶσσαν, ἵνα προκύψῃ εἰς φῶς ἡ ἀναλυτικὴ γεωμετρία· τοῦτο δὲ ἐγένετο ὑπὸ τοῦ φιλοσόφου καὶ μαθηματικοῦ Καρτεσίου, τῷ 1637.

Ἀπὸ τοῦ Καρτεσίου ἄρχεται διὰ τὴν γεωμετρίαν νέα ἐποχὴ προόδου· πολλαὶ νέαι καμπύλαι ἐπενοήθησαν, ἐν αἷς ἡ κυκλοειδής, αἱ ἐπικυκλοειδεῖς, ἡ λογαριθμικὴ ἕλιξ καὶ ἄλλαι. Αἱ ἰδιότητες αὐτῶν ἐξητάσθησαν διὰ τῆς ἀλγέβρας, πολλὰ δὲ προβλήματα ἀνώτερα ἐπὶ τῶν καμπύλων τούτων ἐλύθησαν.

Εἰς τὴν εὕρεσιν τοῦ διαφορικοῦ λογισμοῦ ἔδωκαν ἀφορμὴν γεωμετρικὰ προβλήματα μάλιστα δὲ τὰ ἑξῆς δύο, ἡ εὕρεσις τῆς ἐφαπτομένης τῶν καμπύλων, καὶ ἡ εὕρεσις τῶν μεγίστων καὶ ἐλαχίστων τεταγμένων αὐτῶν. Οἱ ἀρχαῖοι Ἕλληνες γεωμέτραι ἐφαντάζοντο τὰς ἐφαπτομένας ὡς ἐγγιζούσας τὴν καμπύλην εἰς ἓν μόνον σημεῖον, οὐχὶ δὲ ὡς ὅρια τῶν θέσεων τῆς τεμνούσης ὅταν δύο σημεῖα τομῆς συμπέσωσιν εἰς ἕν. Ὁ Καρτέσιος θεωρεῖ τὰς ἐφαπτομένας ὡς ὅρια τεμνουσῶν εὑρίσκει δὲ τὰς ἐφα-

ΑΚΑΔΗΜΙΑ ΑΘΗΝΩΝ

Ακαδημία Αθηνών / Academy of Athens

πτομένας διαφόρων καμπύλων καὶ ἰδίως τῶν κυλισιγενῶν. Πρὸς εὕρεσιν τῶν μεγίστων καὶ ἐλαχίστων τεταγμένων τῶν ἀλγεβρικῶν καμπύλων, τῶν ὁποίων αἱ ἐξισώσεις εἶνε ἀπηλλαγμέναι ῥιζικῶν, ἔδωκεν ὁ γάλλος Fermat μέθοδόν τινα, ἥτις οὐδόλως σχεδὸν διαφέρει τῆς σήμερον ἐν χρήσει καὶ ἐν τῇ ὁποίᾳ καθαρῶς διακρίνεται ἡ διάκρισις τῶν ποσῶν εἰς τάξεις· διότι παραλείπει τὰς ἀνωτέρας δυνάμεις τῶν αὐξήσεων τῶν συντεταγμένων. Ὁμοίαν ἔδωκε λύσιν καὶ τοῦ προβλήματος τῶν ἐφαπτομένων, ἀλλ' ὡς ἀνωτέρω εἶπον, μόνον διὰ τὰς ἀλγεβρικὰς καμπύλας, ὧν αἱ ἐξισώσεις εἶνε ἀπηλλαγμέναι ῥιζικῶν.

Μετ' αὐτὸν ὁ ἄγγλος Barrow προσήγγισε περισσότερον εἰς τὴν μέθοδον τοῦ διαφορικοῦ λογισμοῦ· διότι εὑρίσκει τὴν ὑπάρχουσαν σχέσιν μεταξὺ τῶν πρώτων δυνάμεων τῶν αὐξήσεων ἀλλὰ καὶ πάλιν διὰ συναρτήσεις ἀλγεβρικάς.

Τοιαύτη ἦτον ἡ κατάστασις τῆς μαθηματικῆς κατὰ τὸ 1642, ὅτε ἐγεννήθη ὁ Νεύτων. Νεώτατος ὁ Νεύτων ἐπεδόθη εἰς τὴν σπουδὴν τῶν μαθηματικῶν, ἔνθα καὶ ἀνεδείχθη τάχιστα ἡ ὑπέροχος αὐτοῦ διάνοια. Ἐν ἡλικίᾳ 24 ἐτῶν, ὡς ἐξάγεται ἐκ τῶν ἐπιστολῶν του, τουτέστι τῷ 1666, ἦτο ἤδη κάτοχος τῆς μεθόδου τῆς διαφορίσεως, ἢ ὡς ἀποκαλεῖ αὐτήν, τῶν fluxions, καὶ εἶχεν ἐφαρμόσει αὐτὴν εἰς τὴν λύσιν πολλῶν καὶ δυσκόλων προβλημάτων. Ὁ συμπολίτης αὐτοῦ Barrow σχετισθεὶς μετ' αὐτοῦ τοσοῦτον ἐθαύμασε τὴν μεγαλοφυΐαν τοῦ Νεύτωνος, ὥστε παρεχώρησεν αὐτῷ τὴν θέσιν του ἐν τῷ Πανεπιστημίῳ τῆς Κανταβριγίας, ἔνθα ὁ Νεύτων μέχρι τοῦ 1696 ἐδίδασκε τὰ μαθηματικά. Ἐν τῇ θέσει ταύτῃ διατελῶν ἐξέδωκε μεταξὺ ἄλλων καὶ τὸ ἄριστον τῶν συγγραμμάτων του «τὰς μαθηματικὰς ἀρχὰς τῆς φιλοσοφίας τῆς φύσεως». Κατὰ τὸ 1696 διωρίσθη εἰς ἄλλην τιμητικὴν θέσιν ἔνθα καὶ ἔμεινε μέχρι τοῦ θανάτου του· ἀπέθανε δὲ τὸ 1727, ζήσας ὀγδοήκοντα καὶ τέσσαρα ἔτη.

Αἱ παμπληθεῖς ἀνακαλύψεις τοῦ δαιμονίου τούτου ἀνδρὸς εἰς πάντας τοὺς κλάδους τῆς μαθήσεως, εἰς τὴν φυσικήν, τὴν μηχανικὴν καὶ τὴν ἀστρονομίαν, μάλιστα δὲ ἡ ἀνακάλυψις τῆς παγκοσμίου ἕλξεως, ἀρκοῦσι βεβαίως ἵνα καταστήσωσι τὸ ὄνομα αὐτοῦ ἀθάνατον· ἀλλὰ καὶ ἡ εὕρεσις τοῦ διαφορικοῦ λογισμοῦ δὲν πρέπει νὰ θεωρηθῇ ὡς ὀλιγώτερον σπουδαία· ἂν καὶ στερεῖται τῆς ἐξωτερικῆς λάμψεως, ἣν ἔχουσιν αἱ μηχανικαί, ἀστρονομικαὶ καὶ φυσικαὶ ἀνακαλύψεις, εἶνε ὅμως ἡ κλεὶς πασῶν τούτων, εἶνε τὸ ὄργανον δι' οὗ ἐκεῖναι ἐγένοντο.

Εἰς τὴν ἔκθεσιν τῆς μεθόδου του ὁ Νεύτων ἀναχωρεῖ ἀπὸ τῶν ἐφαπτομένων τῶν καμπύλων· ὡς πρὸς τὴν γένεσιν τῶν καμπύλων φαντάζεται ὅτι ἑκάστη καμπύλη γράφεται ὑπὸ σημείου ὅπερ κινεῖται ἐπὶ τῆς τεταγμένης ἐν ᾧ αὕτη κινεῖται παραλλήλως ἑαυτῇ καὶ καθέτως πρὸς τὴν τετμημένην· καὶ τὴν μὲν κίνησιν τῆς τε-

ΑΚΑΔΗΜΙΑ ΑΘΗΝΩΝ

Ακαδημία Αθηνών / Academy of Athens

ταγμένης φαντάζεται ὁμαλήν, τὴν δὲ κίνησιν τοῦ σημείου ἐπὶ τῆς τεταγμένης θεωρεῖ ὡς ἐπιταχυνομένην ἢ ἐπιβραδυνομένην· διότι ἂν ἦτο καὶ αὐτὴ ὁμαλή, τὸ σημεῖον θὰ ἔγραφεν εὐθεῖαν γραμμήν· τότε εἰς ἑκάστην θέσιν τὸ σημεῖον, ὅπερ γράφει τὴν καμπύλην, θὰ ἔχῃ ταχύτητά τινα ὡρισμένην, καὶ κατὰ τοὺς νόμους τῆς μηχανικῆς. ἂν ἡ ἐπιταχύνουσα ἢ ἡ ἐπιβραδύνουσα τὴν κίνησιν αἰτία ἔπαυεν εἴς τινα θέσιν, τὸ σημεῖον ἤθελεν ἐξακολουθήσει κινούμενον κατὰ τὴν ἐφαπτομένην τῆς καμπύλης μὲ ταχύτητα ὅσην ἔχει εἰς τὴν θέσιν ταύτην· τὴν ταχύτητα ταύτην, ἥτις φέρεται κατὰ τὴν ἐφαπτομένην, ἀναλύει ὁ Νεύτων εἰς τὰς δύο συνιστώσας αὐτῆς, κατὰ τοὺς δύο ἄξονας τῶν συντεταγμένων, καὶ τὰς συνιστώσας ταύτας καλεῖ, τὴν μὲν πρώτην ῥοὴν (fluxion) τῆς τετμημένης, τὴν δὲ δευτέραν, ἤτοι τὴν ταχύτητα τοῦ σημείου ἐπὶ τῆς τεταγμένης κινουμένου, ῥοὴν τῆς τεταγμένης, Ὁ λόγος τῶν δύο τούτων ῥοῶν εἶνε ἡ παράγωγος τῆς συναρτήσεως καὶ ἐξ αὐτοῦ ὁρίζεται ἀμέσως ἡ διεύθυνσις τῆς ἐφαπτομένης. Ἀπὸ τῆς ἀρχῆς ταύτης ἀναχωρῶν ὁ Νεύτων, εὑρίσκει εὐκόλως τὰ διαφορικά, ἢ ὡς ἀποκαλεῖ αὐτά, τὰς ῥοάς, τῶν διαφόρων ἁπλῶν συναρτήσεων, ἔτι δὲ τὸ διαφορικὸν τοῦ ἀθροίσματος τοῦ γινομένου, τοῦ πηλίκου, καὶ ἐν γένει ἀναπτύσσει τοὺς κανόνας τῆς διαφορίσεως οἱασδήποτε συναρτήσεως· ὁμοίως εὑρίσκει τὰ διαφορικὰ τῶν ἐμβαδῶν τῶν καμπύλων, τῶν τόξων αὐτῶν, τὰ διαφορικὰ τῶν ὄγκων κτλ. ἐκ δὲ τῶν διαφορικῶν τούτων ἐπιστρέφων εἰς τὰ ἀρχικὰς συναρτήσεις εὑρίσκει τὰ γεωμετρικὰ ταῦτα μεγέθη, ὡς καὶ σήμερον γίνεται.

Οὕτως ἔλυσε διὰ τρόπου ἁπλουστάτου καὶ γενικωτάτου οὐ μόνον τὸ πρόβλημα τῶν ἐφαπτομένων καὶ τὸ πρόβλημα τῶν μεγίστων καὶ ἐλαχίστων, περὶ τὰ ὁποῖα περιεστρέφοντο αἱ προσπάθειαι τῶν προγενεστέρων αὐτοῦ, ἀλλὰ καὶ ἄλλα πάμπολα ζητήματα ἀνήγαγεν εἰς ζητήματα διαφορίσεως ἢ εἰς τὰ ἀντίστροφα αὐτῆς

Δίκαιον εἶνε νὰ μὴ παρέλθωμεν ἐν σιγῇ καὶ τὸ μέρος τοῦ φιλοσόφου καὶ μαθηματικοῦ Λεϊβνιτίου ἐπὶ τῆς ἀναπτύξεως καὶ διαμορφώσεως τοῦ διαφορικοῦ λογισμοῦ. Ἂν καὶ ὁ Νεύτων ἀπὸ τοῦ 1666 ἦτο κάτοχος τῆς μεθόδου του, ἐν τούτοις δὲν εἶχε δημοσιεύσει αὐτήν, μόνον εἴς τινας φίλους του εἶχεν ἀνακοινώσει τὴν μέθοδόν του, ἢ μᾶλλον μερικά τινα ἐξαγόμενα τῆς μεθόδου του· ὡς δὲ ἐξάγεται ἐξ ἐγγράφων ἱστορικῶν, εἶχεν ἀνακοινώσει καὶ πρὸς τὸν Λεϊβνίτιον ἐν ἐπιστολῇ τινι τὴν λύσιν διαφόρων σπουδαίων προβλημάτων μετά τινων νύξεων περὶ τῆς μεθόδου του, ἔγραφε δηλαδή, ὅτι ἔχει μέθοδόν τινα γενικήν, δι' ἧς δύναται νὰ εὕρῃ τὴν ἐφαπτομένην πάσης καμπύλης, τὸ ἐμβαδὸν αὐτῆς, τὸ μῆκος τοῦ τόξου αὐτῆς κτλ. Ταῦτα καὶ μόνα ἤρκεσαν πιθανῶς εἰς τὸν ἔξοχον τοῦ Λεϊβνιτίου νοῦν, ἵνα ἀνεύρῃ καὶ διαπλάσῃ καὶ δώσῃ ἰδίαν μορφὴν εἰς τὸν διαφορικὸν λογισμόν· διότι ἡ κατ' αὐτοῦ βαρεῖα κατηγορία τῶν ὀπαδῶν

Ακαδημία Αθηνών / Academy of Athens

τοῦ Νεύτωνος, ὅτι ἦτο ἐν πλήρει γνώσει τῆς μεθόδου τοῦ Νεύτωνος καὶ παρουσίασεν αὐτὴν ὡς ἰδικήν του, (τῷ 1684) δὲν ἀπεδείχθη ἱστορικῶς, μᾶλλον δὲ πρέπει νὰ ἀποδοθῇ εἰς τὸν ἐρεθισμόν, τὸν ὁποῖον παρήγαγεν ἡ ἐπισυμβᾶσα ἔρις· ὥστε ὁ Λεϊβνίτιος πρέπει νὰ θεωρηθῇ, ἂν ὄχι ὡς ἀνακαλύψας, τοὐλάχιστον ὅμως ὡς συντελέσας, δεύτερος αὐτὸς μετὰ τὸν Νεύτωνα, εἰς τὴν ἀνάπτυξιν καὶ διαμόρφωσιν τοῦ διαφορικοῦ λογισμοῦ.

Ὁ Λεϊβνίτιος ἐξέθηκε τὸν διαφορικὸν λογισμὸν κατ' ἄλλον τρόπον μᾶλλον σύμφωνον πρὸς τὰς φιλοσοφικὰς ἰδέας του· ἐν ᾧ ὁ Νεύτων, ἵνα παραστήσῃ τὰ μεταβλητὰ ποσά, μεταχειρίζεται καμπύλας, καὶ ἵνα καταστήσῃ αἰσθητὰς τὰς μεταβολὰς αὐτῶν, θεωρεῖ τὴν κίνησιν, ὁ Λεϊβνίτιος, ἀποβαλὼν τὰ γεωμετρικὰ καὶ μηχανικὰ ταῦτα μέσα, ὡς ξένα τῆς οὐσίας τοῦ διαφορικοῦ, θεωρεῖ αὐτὰ καθ' ἑαυτὰ τὰ μεταβαλλόμενα ποσά, ἀγόμενος ὅμως ὑπὸ τῶν φιλοσοφικῶν του ἰδεῶν παραδέχεται ἀπειροστά, ὄχι ὡς ἐννοοῦμεν ἡμεῖς αὐτὰ σήμερον, ἀλλ' ὡς ποσότητας τόσον μικράς, ὥστε νὰ δύνανται ἄνευ βλάβης ἐπαισθητῆς νὰ παραλείπωνται ἐνώπιον τῶν ἄλλων· κατ' αὐτὸν τὰ διαφορικά, ἅτινα παριστᾷ διὰ τοῦ συμβόλου d, εἶνε αὐταὶ αἱ ἀπειροσταὶ αὐξήσεις π. χ. ἡ αὔξησις τοῦ x^2 εἶνε κατ' αὐτὸν μόνον $2xdx$· διότι τὸ τετράγωνον τοῦ dx παραλείπεται ὡς ἀπειροστὸν σχετικῶς πρὸς τὸ $2xdx$· τοῦτο ὑπὸ τὴν μαθηματικὴν ἔποψιν δὲν φαίνεται ἐντελῶς ἀκριβές, ἔχει ὅμως τὸ πλεονέκτημα ὅτι ἄγει συντομώτερον καὶ ἁπλούστερον εἰς τὰ αὐτὰ ἐξαγόμενα, εἰς τὰ ὁποῖα ἄγει καὶ ἡ ἄλλη μέθοδος, ἡ τοῦ Νεύτωνος· ἥτις, ἀληθῶς, εἶνε ἀπηλλαγμένη πάσης ἀντιρρήσεως· διότι αἱ ῥοαὶ δὲν εἶνε ἀνάγκη νὰ ὑποτεθῶσιν ἀπειροσταὶ ἀλλὰ δύνανται νὰ εἶνε οἱαιδήποτε.

Τοσαῦτα ὡς πρὸς τὴν εὕρεσιν τοῦ διαφορικοῦ λογισμοῦ καὶ ὡς πρὸς τὰς ἰδέας τοῦ Νεύτωνος καὶ τοῦ Λεϊβνιτίου περὶ τῶν πρώτων αὐτοῦ ἀρχῶν· πῶς δὲ ἡ σημερινὴ θεωρία κατορθοῖ νὰ συνενώσῃ τὴν σαφήνειαν τῆς μεθόδου τοῦ Νεύτωνος μετὰ τῆς συντομίας τῆς μεθόδου τοῦ Λεϊβνιτίου, καὶ πῶς μικρὸν κατὰ μικρὸν ἀναπτύσσεται καὶ προχωρεῖ ὁ διαφορικὸς λογισμός, καὶ ποῖα προβλήματα λύει, ταῦτα θέλουσιν ἀποτελέσει τὸ θέμα τῶν ἑπομένων μαθημάτων.

ΑΚΑΔΗΜΙΑ ΑΘΗΝΩΝ
007000018726

Ακαδημία Αθηνών / Academy of Athens
A11740