

ΦΙΛΩΝ ΒΑΣΙΛΕΙΟΥ, τῆς Ἀκαδημίας Ἀθηνῶν

ΛΟΓΙΚΗ, ΓΛΩΣΣΑ ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

1. Τὸ ἐρώτημα ἀπὸ ποῦ πηγάζουν οἱ ἀρχές τῆς Λογικῆς καὶ ποιὰ εἶναι ἡ σχέση τῶν μὲ τοὺς κανόνες τῆς Γλώσσης, ἀπησχόλησε στοὺς νεώτερους χρόνους πολλοὺς ἐρευνητὰς καὶ ἔδωσε ἀφορμὴ σὲ ἀτέρμονες συζητήσεις. Ἡ σχετικὴ ἐρευνα ὠδήγησε ἀφ' ἐνὸς στὴν ἀνάλυση τῆς δομῆς καὶ τὴν ἀπ' ἀρχῆς κατασκευὴ ὁποιοῦδήποτε γλωσσικοῦ συστήματος, ἀφ' ἑτέρου στὴ γλωσσικὴ προσπέλαση τῆς Λογικῆς, ὅταν θεωροῦμε τὴ Λογικὴ ὡς μιὰ εἰδικὴ Γλῶσσα. Διάφορες ἀπόψεις ὑποστηρίχθηκαν κατὰ καιροὺς σχετικὰ μὲ τὶς συζητούμενες ἀρχές, χωρὶς, παρὰ ταῦτα, οἱ θεωρίες ποὺ ἀναπτύχθηκαν νὰ συγκλίνουν μεταξὺ τῶν.

Σύμφωνα μὲ μιὰ ἄποψη οἱ ἀρχές τῆς Λογικῆς προέρχονται, κατὰ κάποιο τρόπο, ἀπὸ τοὺς γενικοὺς κανόνες τῆς Γλώσσης, ἐκείνους ποὺ προσδιορίζουν τὴ δομὴ τῶν γραμματικῶν ὀρθῶν ἐκφράσεων, ὁποιοδήποτε καὶ ἂν εἶναι τὸ ἀντικείμενο ἢ τὸ περιεχόμενο τῶν ἐκφράσεων αὐτῶν¹. Ἔτσι ἡ Λογικὴ ἔχει, κατὰ τὴν ἄποψη αὐτή, κάτι τὸ συμβατικόν, καὶ αὐτὸ εἶναι τὸ ὅτι βασίζεται στὸ σύστημα τῶν κανόνων ποὺ διέπουν τὴν προφορικὴ ἢ γραπτὴ ὁμιλία. Μὲ ἄλλες λέξεις, ἂν καὶ δὲν εἶναι ἡ Λογικὴ καθαρὰ συμβατικὴ, εἶναι γλωσσικὰ συμβατικὴ.

Οἱ ὁπαδοὶ τῆς ἀπόψεως αὐτῆς δέχονται, πὼς ἡ Λογικὴ ἔμπορεῖ νὰ διαιρεθῇ στὴν τυπικὴ, ἐκείνην ποὺ ἐξετάζει τοὺς γενικοὺς νόμους, ποὺ ἰσχύουν λόγῳ τῆς σημασίας τῶν τυπικῶν λέξεων, ἀλλιῶς λογικῶν σημείων (βλ. παράγρ. 12), καὶ στὴ μὴ τυπικὴ, ἐκείνην ποὺ ἐξετάζει τοὺς λογικοὺς συμπερασμούς, ποὺ προκύπτουν ἀπὸ τὴ σημασία μὴ τυπικῶν λέξεων, δηλαδή λέξεων ποὺ ἔχουν περιεχόμενο ἢ ἀντικείμενο. Τὰ λογικὰ σημεία εὐρίσκονται στὸ λεξιλόγιο τῶν διαφόρων Γλωσσῶν, γιὰτὶ ἐκεῖνοι ποὺ τὶς χρησιμοποιοῦν τὰ εὐρίσκουν ὡς μέσο πρόσφορο γιὰ τὴν ἐπικοινωνία, καὶ τὰ σημεία αὐτὰ προσδιορίζουν τὴν ἰσχὺν τῶν λογικῶν νόμων.

Κατὰ μία ἄλλη ἄποψη², ἂν καὶ ὑπάρχει στενὴ σχέση μεταξὺ ὠρισμέ-

1. P. F. Strawson, *Introduction to Logical Theory*, London, Methuen 1952, 266 σελ.

2. D. Mitchell, *An Introduction to Logic*, London, Hutchinson Univ. Library 1962.



νων τυπικῶν στοιχείων μιᾶς Γλώσσης καὶ τῶν λογικῶν νόμων, ὅ,τι συνδέεται μὲ τοὺς νόμους αὐτοὺς δὲν εἶναι οἱ τυπικὲς λέξεις ἀλλὰ οἱ ἔννοιες. Σύμφωνα μὲ τὴν ἄποψη αὕτη, τὰ λογικὰ σημεῖα (οἱ τυπικὲς λέξεις) πρέπει νὰ εἶναι ἐκφράσιμα σὲ κάθε Γλῶσσα, ἐφόσον ἡ Γλῶσσα αὕτη χρησιμεύει ὡς μέσον ἐπικοινωνίας. Ἐνεκα τούτου, ἡ ὑπαρξὴ νόμων γιὰ τὰ λογικὰ σημεῖα δὲν προκύπτει ἀπὸ τοὺς γλωσσικοὺς κανόνες.

Κατὰ τρίτη πάλιν, ριζικώτερη, ἄποψη ἢ καλούμενη ἀνερμήνευτη Λογικὴ (βλ. τὰς παραγρ. 15-17) εἶναι ὁλότελα συμβατική, ὑπάρχει δηλαδὴ σ' αὐτὴν ἡ δυνατότης ἐλευθερίας ἐκλογῆς τῶν νόμων τῆς. Ἡ ἀνεπηρέαστη ἀπὸ παραδοσιακὰς συνήθειες ἄποψη αὕτη ἀναφέρεται κυρίως στὴν περίπτωση, ὅπου οἱ λογικοὶ νόμοι τῆς παραγωγῆς (Deduction) λαμβάνονται ὡς βάση τῆς ἀπ' ἀρχῆς κατασκευῆς ἐνὸς λογικοῦ συστήματος.

Στὴν παροῦσα μελέτη θεωρήσαμε σκόπιμο, ὕστερα ἀπὸ μιὰ κριτικὴ ἐξέταση τῶν ἐξελίξεων τῆς Λογικῆς καὶ Φιλοσοφίας τῆς Γλώσσης, νὰ προβοῦμε στὴν ἀνάλυση μιᾶς Γλώσσης, παίρνοντας γιὰ παράδειγμα μιὰ πολὺ ἀπλὴ Γλῶσσα καὶ σχετίζοντάς τιν μὲ τὴν Λογικὴ. Ἡ ἀνάλυση αὕτη σκοπὸ ἔχει νὰ χρησιμεύσῃ ὄχι μόνον γιὰ τὴν κατανόηση ἀπόψεων, ὅπως οἱ ἀναφερόμενες, ἀλλὰ καὶ γιὰ τὴν ἐμβάθυνση στὸ πρόβλημα τῆς σχέσεως σκέψεως καὶ Γλώσσης καθὼς ἐπίσης στὸ βασικὸ πρόβλημα τῆς θεμελιώσεως τῆς Λογικῆς. Ἐξ ἄλλου, ἡ ἀνάλυση ποὺ θὰ ἐπιχειρήσωμε ἔχει, ὅπως θὰ ἰδοῦμε, ἄμεση ἐφαρμογὴ σὲ ὁποιαδήποτε ἐπιστήμη, εἰδικώτερα στὰ Μαθηματικά.

2. Σὲ περισσότερο ἀπὸ δύο χιλιετίες ἡ μορφή τοῦ Ἀριστοτέλους κυριάρχησε στὴ Λογικὴ. Μὲ τὴν προσπάθεια ὅμως γιὰ τὴν αὐστηρὴ θεμελίωση τῶν Μαθηματικῶν, ποὺ πρωτοέγινε στὶς ἀρχὲς τοῦ αἰῶνος μας, ἐμφανίσθηκε ἡ ἀνάγκη συμπληρώσεως ἀλλὰ καὶ ἀναθεωρήσεως τῆς Λογικῆς τοῦ Ἀριστοτέλους³. Ἀποτέλεσμα ἦταν νὰ προκύψουν διάφοροι τύποι Λογικῆς, ποὺ συναντοῦμε στὴ σημερινὴ βιβλιογραφία, ἀπὸ τοὺς ὁποίους ἐπικρατέστεροι εἶναι ἡ Μαθηματικὴ (ἀλλιῶς Συμβολικὴ) Λογικὴ καὶ ἡ καλούμενη Ἐνορατικὴ Λογικὴ.

Αἰτία γιὰ τὴ δημιουργία τῆς Μαθηματικῆς Λογικῆς ἦταν ἡ ἐφαρμογὴ καὶ στὴ Λογικὴ τῆς μαθηματικῆς τεχνικῆς. Γιὰ τὴν παράσταση π.χ. μιᾶς

3. Οἱ λογικὲς ἐρευνες τοῦ Ἀριστοτέλους ἀναφέρονται σὲ τυπικὰ συλλογιστικὰ προβλήματα (Ἀναλυτικὰ πρότερα), σὲ προβλήματα Μεθοδολογίας, κυρίως παραγωγικῆς ἐπιστήμης, καὶ σὲ παρατηρήσεις γιὰ τὴ θεμελίωση τῆς Λογικῆς, αὐτὸ ποὺ σήμερα καλοῦμε Φιλοσοφία τῆς Λογικῆς (Ἀναλυτικὰ ὕστερα), τέλος σὲ προβλήματα Σημειολογίας (Γενικῆς θεωρίας τῶν Σημείων), μάλιστα Σημαντικῆς (Περὶ ἐρμηνείας).

άπλης προτάσεως, συγκεείμενης από ύποκείμενο, συνδετικό (τὸ «εἶναι») καὶ κατηγορήμα, χρησιμοποιήθηκε σ' αὐτὴν ὁ συμβολισμὸς τῆς συναρτήσεως, ὅπου τὸ ὄρισμα τῆς συναρτήσεως παριστάνει τὸ ύποκείμενο, τὸ εἶδος τῆς συναρτήσεως παριστάνει τὸ κατηγορήμα, καὶ τιμὴ τῆς συναρτήσεως εἶναι ἡ τιμὴ ἀληθείας τῆς προτάσεως. Τὸ συνδετικό «εἶναι» δὲν ἔχει ἀνάγκη συμβολισμοῦ, καθότι τοῦτο περιέχεται στὴν ἔννοια τοῦ συμβολισμοῦ τῆς συναρτήσεως. Φυσικά, ἡ χρησιμοποιοῦμενη ἐδῶ ἔννοια συναρτήσεως εἶναι ἐκείνη τῆς συναρτήσεως μιᾶς μεταβλητῆς.

Μὲ τὸν νέο αὐτὸ συμβολισμό, γιὰ μιὰ ἀπλὴ δηλωτικὴ πρόταση, ἔγινε ἀμέσως φανερὴ ἡ θεώρηση τῶν σχέσεων μεταξύ ὄρων ὡς κατηγορημάτων, στὴν περίπτωσι ὅπου ἐπεκτείνεται ἡ κατηγορία τῶν συναρτήσεων σὲ συναρτήσεις περισσοτέρων τῆς μιᾶς μεταβλητῶν. Ἄς σημειωθῇ ὅτι ἡ ἐπέκτασι αὐτὴ τῆς ἐννοίας τοῦ κατηγορήματος ἦταν ἀπαραίτητη κατὰ τὴ διατύπωσι στὴν Μαθηματικὴ Λογικὴ, ἀκόμη καὶ ἀπλῶν μαθηματικῶν προτάσεων.

Ἄλλὰ καὶ μιὰ ἄλλη γενίκευσι τῆς κλασικῆς Λογικῆς ἦταν ἀποτέλεσμα τοῦ νέου συμβολισμοῦ. Ἡ γενίκευσι αὐτὴ προκύπτει κατὰ τὸν ἀκόλουθο τρόπο : Ἡμποροῦμε ὡς μεταβλητὸ νὰ θεωρήσωμε τὸ εἶδος συναρτήσεως, δηλαδή τὸ κατηγορήμα ἀπλῆς προτάσεως. Ἡ περίπτωσι αὐτὴ ἐμφανίζεται ἐκεῖ ὅπου τὸ κατηγορήμα προτάσεως λαμβάνεται ὡς μεταβλητὸ ὄρισμα ἄλλης προτάσεως. Εἶναι, γενικώτερα, δυνατό τὸ κατηγορήμα τῆς δευτέρας αὐτῆς προτάσεως νὰ λαμβάνεται ὡς μεταβλητὸ ὄρισμα τρίτης προτάσεως κ.ο.κ.

Ἐξ ἄλλου, ἡ δημιουργία τῆς Ἑνορατικῆς Λογικῆς ὀφείλεται, κατὰ κύριο λόγο, στὴν εἰσαγωγή στὰ Μαθηματικά τῆς ἐννοίας τοῦ ἐνεργεία (ἄλλιῶς τοῦ ἐνεστῶτος) ἀπείρου. Ἡ εἰσαγωγή αὐτὴ χρονολογεῖται ἀπὸ τῆς ἐποχῆς τῆς Θεωρίας τῶν Συνόλων τοῦ G. Cantor (1845-1915), ποὺ ἔκαμε τὴν ἐμφάνισή της περίπου στὸ τέλος τοῦ περασμένου αἰῶνος. Βέβαια, πρῶτος ἐθεώρησε τὴν ἔννοια τοῦ ἐνεργεία ἀπείρου ὁ ἴδιος ὁ Ἀριστοτέλης, ἀπέρριψε ὅμως τὴ χρήση της, γιὰ αὐτὴ ὡδηγοῦσε σὲ ἄτοπα. Ὁ Cantor, μὲ τὴ θεωρία του, ἐζήτησε νὰ ἐξερευνήσῃ τὴν μέχρι τῆς ἐποχῆς τοῦ ἄγνωστη ἀλλὰ καὶ ἐπικίνδυνη περιοχὴ τοῦ ἐνεργεία ἀπείρου καὶ ἐνεπλάκη ἔτσι στὰ λεγόμενα παράδοξα καὶ τὶς ἀντινομίες. Πολλὲς ἀπὸ τὶς ἀντινομίες αὐτὲς ἦσαν ἐπιστημολογικῆς (σημαντικῆς), ἄλλες ὅμως καθαρὰ λογικῆς φύσεως.

Γιὰ τὴν ἀντιμετώπισι τώρα τῶν ἀντινομιῶν χρησιμοποιήθηκαν, ἀπὸ τὴν ἀρχὴ τοῦ αἰῶνος μας, διάφορα μέτρα. Τὰ πιὸ πρωτοπόρα ἀπὸ αὐτὰ στηρίζονται στὴ ριζικὴ μεταρρύθμισι αὐτῆς τῆς ἴδιας τῆς Λογικῆς καὶ ὀφείλονται, τὸ πρῶτο, στὸν L. E. J. Brouwer (1881-), ἀρχηγὸ τῆς καλού-

μενης Ἐνορατικῆς Σχολῆς. Ἡ διαμορφωθείσα ἀπὸ τοὺς ὁπαδοὺς τῆς ἐν λόγῳ Σχολῆς Λογικὴ λέγεται γι' αὐτὸ Ἐνορατικὴ Λογικὴ.

Ἄς σημειωθῇ ἐδῶ, πὼς ἡ ἔννοια τοῦ ἀ π ε ί ρ ο υ δὲν συναντιέται πούθεν ἀ στὴν Φύση.

3. Στὴ Θεωρία τῶν Συνόλων τοῦ G. Cantor τὸ ἐνεργεῖα ἄπειρο παίρνει ἰδιαίτερη θέση σὲ συσχέτιση μὲ τὴν ἔννοια τοῦ σ υ ν ε χ ο ὦ ς ποὺ ἐχρησιμοποίησε κυρίως ὁ Ζήνων (περίπου 450 π.Χ.) καὶ ἔχει τὴν καταγωγή της στὸ διδάσκαλό του Παρμενίδη. Πρέπει νὰ τονισθῇ, πὼς στὸ κέντρο κάθε σύγχρονης προσπάθειας γιὰ μιὰ αὐστηρὴ θεμελίωση τῶν Μαθηματικῶν εὐρίσκεται ἀκριβῶς ἡ γεφύρωση τῆς ἀβύσσου, ποὺ ὑπάρχει μεταξὺ τοῦ ἀ π α ρ ι θ μ η τ ο ὦ ἀπείρου, τοῦ διακεκριμένου ἢ ἀσυνεχοῦς, καὶ τοῦ μὴ διακεκριμένου ἢ συνεχοῦς. Στὴν δύσκολη πορεία ποὺ ὠδήγησαν οἱ προσπάθειες αὐτές, ὅλο καὶ περισσότερο διαφαινόταν ἡ στενὴ σχέση τοῦ π ρ ο β λ ῆ μ α τ ο ς τ ο ὦ σ υ ν ε χ ο ὦ ς μὲ ἐκεῖνο τοῦ ἀ σ υ μ μ ῆ τ ρ ο υ, ποὺ χιλιετίες πρὶν ἀπησχόλησε τοὺς Πυθαγορείους καὶ τοὺς Ἑλεάτες⁴ καὶ πού, πρὸς στιγμὴν, φάνηκε νὰ εἶχε ὑπερπηδηθῇ.

Ἡ ἐπίλυση τοῦ προβλήματος αὐτοῦ, τόσο ἀπὸ μαθηματικὴ ὥς καὶ ἀπὸ φιλοσοφικὴ ἄποψη, παρουσιάζεται καὶ σήμερα σὲ μεγάλο βαθμὸ ἐπιτακτικῇ. Κορυφαῖοι μαθηματικοί, στὴν προσπάθεια ἀντιμετώπισεως τοῦ προβλήματος, ἔφθασαν στὸ συμπέρασμα ὅτι παραδοσιακοὶ τρόποι συλλογισμοῦ ἔπρεπε στὴν οὐσία νὰ ἐγκαταλειφθοῦν. Πρῶτη ἡ ἀναφερθεῖσα πρὸ ὀλίγου Ἐνορατικὴ Σχολὴ ἀπορρίπτει τὴν λογικὴ ἀρχὴ τοῦ ἀ π ο κ λ ε ι ο μ ῆ ν ο υ τ ρ ί τ ο υ (τὴν λεγομένη ἀλλιῶς καὶ ἀρχὴ «τῆς τοῦ τρίτου ἢ μέσου ἀποκλείσεως»), ὡς γενικὴ ἀρχή, ποὺ ἡμπορεῖ νὰ χρησιμοποιηθῇ καὶ σὲ συλλογισμούς, ὅπου ὑπεισέρχεται ἡ ἔννοια τοῦ ἀπείρου. Πρέπει, βέβαια, νὰ σημειωθῇ ὅτι ἡ Ἐνορατικὴ Λογικὴ δὲν εὐρίσκεται σὲ ὁποιαδήποτε ἀντίθεση μὲ τὴν Ἀριστοτελικὴ Λογικὴ, καθ' ὅσον σὲ συλλογισμούς, ὅπου δὲν ὑπεισέρχεται γενικὰ ἡ ἔννοια τοῦ ἀπείρου, ὅπως ἤθελεν ὁ Ἀριστοτέλης, ἀκολουθεῖται καὶ σ' ἐκείνην ἡ κλασικὴ Λογικὴ. Ὅχι μάλιστα μόνον ἡ ἀρχὴ τοῦ ἀποκλειομένου τρίτου, ἀλλὰ καὶ ἡ λογικὴ ἀρχὴ τῆς ἀ ν τ ι φ ᾶ σ ε ω ς, σὲ ὠρισμένες περιπτώσεις, δὲν ἐφαρμόζεται στὴν Ἐνορατικὴ Λογικὴ. Εἶναι ἀκόμη ἀξιοσημεῖωτο, πὼς ἄλλα, μὴ Ἀριστοτέλεια, λογικὰ συστήματα ἀπορρίπτουν καὶ αὐτὴ τὴν ἀρχὴ τῆς τ α υ τ ὅ τ η τ ο ς⁵.

4. A. Szabó, *Anfänge der griechischen Mathematik*, Budapest, Akademiai Kiado-München/Wien, Oldenbourg 1969, 494 σελ.

5. A. Korzybski, *Science and Sanity*, An Introduction to Non-Aristotelian Systems and General Semantics, Lakevill 1958⁴, 806 σελ.



Όπως ήταν φυσικό, η εγκατάλειψη της αρχής του αποκλεισμένου τρίτου εκλόνισε την πίστη που κυριαρχούσε πρίν για το δυνατό της επίλυσεως, με θετικό ή αρνητικό τρόπο, κάθε μαθηματικού προβλήματος. Έξ άλλου, νεώτερες έρευνες, όφειλόμενες στον γνωστό κύκλο της Βιέννης, έδωσαν τη χαριστική βολή στην κοινή πίστη των μαθηματικών των προηγούμενων γενεών, ότι δηλ. κάθε μαθηματικό πρόβλημα, ανεξάρτητα από την επάρκεια των κάθε φορά χρησιμοποιούμενων μέσων, έχει πάντοτε θετική ή αρνητική λύση. Πρόκειται για το περίφημο θεώρημα του K. Goedel (1906-), του αντιφατικού της συμβιβαστότητας και πληρότητας ενός λογικοαριθμητικού συστήματος. "Ας μη λησμονούμε ακόμη, πώς η πίστη αυτή ώδήγησε στο παρελθόν τους έρευνητάς στην άκαρπη προσπάθεια για την έρευνα προβλημάτων, τα όποια και ως σήμερα παραμένουν άλυτα. Ίσως, μερικά από τα προβλήματα αυτά ν' ανήκουν στην κατηγορία των μη επιδεχομένων θετική ή αρνητική λύση.

Με την απόρριψη της αρχής του αποκλεισμένου τρίτου ως γενικής αρχής, οί όπαδοί του Brouwer δέχονται ότι εκτός από τη θετική ή αρνητική επίλυση ενός προβλήματος, κατά τον μόνο δεκτό από αυτούς κατασκευαστικό τρόπο, υπάρχει και τρίτη δυνατότης, εκείνη, όπου λείπει όλότελα περίπτωση επίλυσεως.

Έκτός από την Ένορατική Σχολή, πού, όπως είπαμε, δέν δέχεται στη γενικότητά τους τους άριστοτελικούς νόμους, έχομε σήμερα και άλλα συστήματα υπαγόμενα στην κατηγορία αυτή. Αναφέρόμε έδω την καλούμενη Πολυσήμαντη Λογική, στην όποια, αντί της αληθείας ή του ψεύδους μιās αποφάνσεως, έχομε τρεις ή και περισσότερες τιμές αληθείας. Ένας από τους λόγους, που ώδήγησε αρχικά στην έρευνα μιās Πολυσήμαντης Λογικής ήταν η προσπάθεια αποφυγής των αντινομιών. Δέν ήτο όμως και ό μοναδικός λόγος. Πολλοί έρευνηται ασχολήθηκαν με τη Λογική αυτή με σκοπό την κατασκευή ενός καθαρά λογικού Λογισμού, μακριά από όποιαδήποτε έρμηνεία ή εφαρμογή, ενώ άλλοι ώδηγούντο από τη σκέψη της εύρέσεως καταλληλοτέρου μέσου για την μελέτη της Κβαντικής Φυσικής. Πρέπει όμως στο σημείο αυτό να ειπωθῇ πώς και από την Τρισήμαντη ακόμη Λογική δέν δόθηκαν, ως τώρα, αποτελέσματα που να ίκανοποιούν πλήρως. Μεταξύ των έρευνητών αυτών κυριώτεροι είναι οί Πολωνοί μαθηματικοί J. Lukasiewicz (1878-1956) και A. Tarski (1902-).

Έξ άλλου, στην κλασική Συλλογιστική δέν καταλέγονται συνήθως λογικές σχέσεις μεταξύ άπλών δηλωτικών προτάσεων, που αναφέρονται στη λογική δυνατότητα και την λογική αναγκαιότητα. Λογική, που έξετάζει και τις λογικές αυτές σχέσεις, όφειλόμενη στον ίδιο τον Άριστοτέλη, καλείται Τροπική Λογική (Modal



Logic)⁶. Ὑπάρχουν πολλά λογικά συστήματα τοῦ τύπου τῆς Τροπικῆς Λογικῆς, μερικά τῶν ὁποίων προκύπτουν ἀπὸ ἀπλῆ π ρ ό σ λ η ψ η στὴν ἀξιοματική τῆς κλασικῆς Λογικῆς ἀξιωμάτων, πὺ ἐπιτρέπουν τὴ χρήση προτάσεων τῆς ἀναφερθείσης φύσεως.

Πλὴν τῶν ἀνωτέρω, ἔχομε ἀκόμη τὴν καλούμενη Ἑ ρ ω τ η μ α τ ι κ ῆ Λογική (Erotetical Logic), πὺ ἐργάζεται με τὶς ἐρωτήσεις, τὴν Π ρ ο σ - τ α κ τ ι κ ῆ Λογική (Imperative Logic), πὺ ἐργάζεται με τὶς προσταγές, κ.ἄ.

4. Ἀναφορικά τώρα με μιὰ νεώτερη ταξινόμηση τῶν διαφόρων κλάδων, πὺ ὑπάγονται στὴν Λογική, ὁ J. Bochenski (1902-), καθηγητῆς τῆς Φιλοσοφίας στὸ Πανεπιστήμιο τῆς (ἐλβετικῆς) πόλεως Fribourg, ἐπρότεινε στὸ 14ο Διεθνὲς Συνέδριο Φιλοσοφίας στὴν Βιέννη (1968) τὴν ἀκόλουθη διαίρεση⁷ : τὴ Γενική Λογική, πὺ περιλαμβάνει κάθε κλάδον ἀνήκοντα στὴ Λογική, διαιρεῖ στὴν Καθαυτὸ Λογική καὶ στὴ Φιλοσοφία τῆς Λογικῆς. Τὴν Καθαυτὸ Λογική ὑποδιαιρεῖ στὴν Τυπική (Καθαρά) καὶ στὴν Ἐφηρμοσμένη, πὺ περιλαμβάνει τὴ Σημειολογία (Semiotics) καὶ τὴ Μεθοδολογία⁸. Σκέψη ὁδηγὸ γιὰ τὴν ἀνωτέρω διαίρεση εἶχεν ὁ Bochenski τὶς ἐξῆς παρατηρήσεις. Τόσο ἡ Σημειολογία ὅσο καὶ ἡ Μεθοδολογία κατατάσσονται στὴν Ἐφηρμοσμένη Λογική με τὴν ἔννοια, ὅτι ἡ πρώτη εἶναι ἐφαρμογὴ τῆς Τυπικῆς στὴ Γλῶσσα, ἐνῶ ἡ δεύτερη εἶναι ἐφαρμογὴ τοῦ λ ο γ ι κ ο ὺ σ υ μ π ε ρ α σ μ ο ὺ στὴν ἐπιστημονικὴ πράξη. Ἐξ ἄλλου, ἀπὸ τὴν Τυπική καὶ Ἐφηρμοσμένη Λογική, πὺ ἀποτελοῦν τὴν Καθαυτὸ Λογική, ξεχωρίζει ἡ Φιλοσοφία τῆς Λογικῆς, ἡ ὁποία εἶναι, κατὰ κάποιο τρόπο, ἐποπτεία καὶ κριτικὴ τοῦ κυρίου ἔργου τῆς Λογικῆς. Ἡ Τυπικὴ Λογική, πὺ ἔχει τὸ ὄνομα ἀπὸ τὴ μελέτη τῶν μορφῶν (τύπων) τῆς καθαρᾶς σκέψεως, περιλαμβάνει ὄχι μόνο τὴν κλασικὴ ἀλλὰ καὶ τὴ Μαθηματικὴ Λογική, με ἐπέκταση τὴν Τροπική, Ἑρωτηματική, Προστακτικὴ κ.ἄ., ἀκόμη καὶ τὴν Πολυσήμαντη Λογική. Ἐδῶ πρόκειται εἴτε

6. Κατὰ τὴν κρίση τοῦ J. Lucasiewicz ἡ ἀριστοτελικὴ (Τροπικὴ) Συλλογιστικὴ ἦταν σχεδὸν ἀκατανόητη ἔνεκα τῶν πολλῶν σφαλμάτων καὶ ἀσυνεπειῶν σ' αὐτὴν (J. Lucasiewicz, *Aristotle's Syllogistic*, Oxford 1957², 133). Τὴν τελείως ἀβάσιμη αὐτὴ ἀποψη ἀνήρεσε ὁ Storrs McCall τὸ 1963 με τὴν παρουσίαση τυποποιημένου (φορμαλιστικοῦ) συστήματος, τὸ ὁποῖο, κατὰ τὴ γνώμη του, συμφωνεῖ σὲ ὅλα τὰ κύρια σημεῖα με τὴν ἀριστοτελικὴ (Τροπικὴ) Συλλογιστικὴ (Storrs McCall, *Aristotle's Modal Syllogisms*, Amsterdam, North Holland Publ. Co 1963).

7. Βλ. J. Bochenski, *On General Logic and its Parts*, «Akten des xiv. Intern. Kongresses für Philosophie» 3, Wien 1968, 25.

8. Βλ. σημ. 3

περί αλλαγής τῶν ἐκάστοτε χρησιμοποιουμένων ἀξιωμάτων εἴτε περί γενικεύσεως μεθόδων τῆς Μαθηματικῆς Λογικῆς.

5. Ἐφ' ὅσον εἶναι ἀδύνατον νὰ σκεφθοῦμε ἀλλιῶς, παρὰ μόνο μὲ τὴ βοήθεια τῶν ἐννοιῶν ποὺ ἐκφράζουν οἱ λέξεις, λέξεις πάλι εἶναι τὰ στοιχεῖα μιᾶς Γλώσσης, σκέψη καὶ Γλῶσσα εἶναι δύο ἀλληλεπένδετες καὶ ἀλληλεξάρτητες ὀντότητες, δύο ὅψεις γιὰ ἓνα καὶ τὸ ἴδιο πρᾶγμα, τὸν λόγο. Γι' αὐτὸ καὶ ὁ ὅρος *λόγος*, ἀπὸ τὸν ὁποῖο προέρχεται ἡ Λογική, σημαίνει ὄχι μόνο τὴ σκέψη ἀλλὰ καὶ τὴν ἐκφρασὴ τῆς μὲ τὴ Γλῶσσα. Ἡ μία, ἡ Λογική, διερευνᾷ τὸν τρόπο, μὲ τὸν ὁποῖον προβαίνει ἡ σκέψη, τὶς ἀρχές καὶ τοὺς νόμους τῆς. Ἡ ἄλλη, ἡ Γλῶσσα, μὲ τὴν ὁποία ἐκφράζομε τὴ σκέψη μας, ἐξετάζει τὴ δομὴ τῶν λέξεων ὡς φορέων τῆς σκέψεως⁹. Εἶναι εὐκόλο νὰ κατανοήσωμε ὅτι ἡ ἀλληλεξάρτηση σκέψεως καὶ Γλώσσης συντελεῖ στὸ νὰ ἐπηρεάζῃ ἡ μία τὴν ἄλλη. Ὅπως ἡ σκέψη θέτει στὴ Γλῶσσα ὠρισμένα ὅρια, ἔτσι συμβαίνει καὶ μὲ τὴ Γλῶσσα ἀναφορικὰ μὲ τὴ σκέψη. Ἄν δηλαδὴ ἡ Γλῶσσα εἶναι πτωχὴ σὲ λέξεις, εἶναι καὶ ἡ σκέψη πτωχὴ σὲ νοήματα, ὅπως καὶ τὸ ἀντίστροφο. Κάθε λοιπὸν σκέψη ἀναφέρεται σὲ ὠρισμένο γλωσσικὸ σύστημα, μὲ ἄλλες λέξεις εἶναι *σχετική*. Ἐπίσης σχετικὸ εἶναι καὶ κάθε γλωσσικὸ σύστημα. Γι' αὐτὸ συχνὰ μιλάμε γιὰ *γλωσσικὴ σχετικότητα*.

Πρῶτος ὁ Ἀριστοτέλης ξεκίνησε ἀπὸ τὴ Γλῶσσα ὡς ἀφετηρία γιὰ τὴν ἀνάλυση τῆς σκέψεως, ποὺ εἶναι μέσον γιὰ τὴ γνώση τοῦ ἔξω κόσμου. Γιὰ τὸν Ἀριστοτέλη ἡ κρίση (ὡς σημασία μιᾶς ἐκφράσεως, ἰδιαίτερα μιᾶς κατηγορικῆς προτάσεως ποὺ καταφάσκει ἢ ἀποφάσκει κάτι γιὰ κάποιο πρᾶγμα, αὐτῆς ποὺ καλοῦμε *ἀπόφανση*), ἀναλύεται σὲ ἐννοιες, τῶν ὁποίων ἀνώτερα γένη εἶναι οἱ *κατηγορίες*. Ὁ Ἀριστοτέλης ὄχι μόνο συνέδεσε τὴ σκέψη μὲ τὴ Γλῶσσα, ἀλλὰ καὶ ἐπεσήμανε τὴ συσχέτιση τῆς δομῆς τῶν στοιχείων τῆς Γλώσσης, τῶν λέξεων, μὲ ἐκείνης τῶν ἀντικειμένων τῆς πραγματικότητος.

Μετὰ τὸν Ἀριστοτέλη ἀσχολήθηκαν μὲ τὴ Γλῶσσα οἱ Στωικοί¹⁰, οἱ ὁποῖοι ἀνέπτυξαν μία σημαντικὴ σὲ ὀξύνοια καὶ βαθύτητα Φιλοσοφία τῆς Γλώσσης. Ἀναφορικὰ μὲ τὶς λέξεις καὶ τὶς ἐκφράσεις μιᾶς Γλώσσης, οἱ Στωικοὶ διέκριναν : Τὸ *σημαῖνον* (τὴ φωνητικὴ πράξη, τὴ φωνή), τὸ *σημαινόμενον* (τὸ νοούμενον, τὴ σημασία) καὶ τὸ *πρᾶγμα*, ἀλλιῶς *τυγχάνον* (τὸ ἐξωτερικὸν ἀντικείμενον καθ' ἑαυτό). Τόσο τὸ ἀντικείμενο ἀναφορᾶς, τὸ *τυγχάνον*, ὅσο καὶ ἡ φωνητικὴ πράξη, τὸ *σημαῖνον*, ἦταν γι' αὐ-

9 Ε. Π. Παπανοῦτσος, *Λογική*, Ἀθήνα, Δωδώνη 1970, 17.

10. Ὁρθότερα καὶ πρὶν ἀπὸ τὸν Ἀριστοτέλη οἱ Μεγαρικοί. Βλ. J. Bochenski, *Ancient Formal Logic*, Amsterdam, North-Holland Publ. Co 1968, 79.



τούς σώματα, ἐνῶ ἡ σημασία, δηλαδή τὸ περιεχόμενον τῆς ἐκφράσεως, τὸ *σημαινόμενον*, ποὺ εἶναι ἀληθές ἢ ψευδές, εἶναι ἀσώματον. Πέραν τούτων, οἱ Στωικοὶ διέκριναν : Τὸ *λέγειν* (τὴν ὁμιλία, ὡς φυσικὸ φαινόμενο) ἀπὸ τὸ *ἀπαγορεύειν* (τὴν ὁμιλία, ὡς μέσον σημασίας). Ἡ σημασία, τὸ ὅ,τι λέγεται, ἐκαλεῖτο ἀκόμη ἀπὸ τοὺς Στωικοὺς *λεκτὸν* καὶ ἦτο, ὅπως εἴπαμε, ἀσώματον. Τὰ *λεκτὰ* διέκριναν σὲ αὐτοτελῆ καὶ ἐλλιπῆ. Ἐλλιπῆ εἶναι τὰ κατηγορήματα ὡς ἀναπάρτιστον ἔχοντα τὴν ἐκφορὰν¹¹. Τὸ ἀκόλουθο χωρίο, ἀναφορικὰ μὲ τὸ *λεκτόν*, δίνει σαφῆ εἰκόνα τῆς στωικῆς δοξασίας : Ἡξιούν οἱ Στωικοὶ ἐν *λεκτῷ* τὸ ἀληθές εἶναι καὶ τὸ *ψεῦδος*, *λεκτόν* δὲ ὑπάρχειν φασὶ τὸ κατὰ φαντασίαν λογικὴν ὑφιστάμενον, λογικὴν δὲ εἶναι φαντασίαν καθ' ἣν τὸ φαντασθὲν ἔστι λόγῳ παραστήσῃ¹².

Πρέπει νὰ σημειωθῇ ἐδῶ ὅτι οἱ Στωικοὶ ἦταν ὑλισταί¹³. Γιὰ τὸν λόγο αὐτὸν ἡ δικαιολόγησις τοῦ χαρακτηρισμοῦ τῶν *λεκτῶν* ὡς ἀσωμάτων παρουσίασε στοὺς Στωικοὺς, ποὺ δὲν δέχονται ἄλλες ὀντότητες ἐκτὸς ἀπὸ τὰ σώματα, δυσεπίλυτες δυσκολίες, καὶ ἡ ὑπαρξὴ τῶν *λεκτῶν* ἀποτέλεσε ἀφορμὴ γιὰ ἀτελεύτητες συζητήσεις. Ἀκόμη καὶ ἡ ψυχὴ, ποὺ οἱ Στωικοὶ ἐταύτιζαν μὲ τὴν «πνοὴ τῆς ζωῆς»¹⁴, εἶχε γι' αὐτοὺς σωματικὴ τὴ φύση.

Ἐξ ἄλλου, τὴ δύναμη τοῦ διαλογίζεσθαι περιγράφουν οἱ Στωικοὶ ὡς τὸ *ἄρχον μέρος* τοῦ σώματος¹⁵. Κατὰ τὸν Κ. Popper (1902-), καθηγητὴ τῆς Φιλοσοφίας στὸ Πανεπιστήμιον τοῦ Λονδίνου, ὁ τελευταῖος αὐτὸς χαρακτηρισμὸς ἠμπορεῖ νὰ ἐρμηνευθῇ ὡς εἰδικὴ μορφή τοῦ δυισμοῦ σώματος - νοῦ, ἀπὸ παραλλαγὰς τοῦ ὁποῖου συνίσταται σὲ μεγάλο μέρος ἡ δυτικοευρωπαϊκὴ Φιλοσοφία¹⁶. Ἄν λοιπὸν στοὺς δύο κόσμους, τοῦ σώματος καὶ τοῦ νοῦ, προσλάβωμε καὶ τὸν κόσμον τῶν *λεκτῶν*, ἔχομε, κατὰ τὸν Popper, τοὺς τρεῖς πλατωνικοὺς κόσμους, στοὺς ὁποίους ἐκεῖνος ἀποδίδει τὴ Γλῶσσα σύμφωνα μὲ τὴ στωικὴ θεωρία¹⁷.

11. Arnim 2, 181.

12. Ἀπὸ τὸν Σέξτο τὸν Ἐμπειρικό, *Πρὸς μαθηματικούς* 8, 70.

13. I. N. Θεοδωρακόπουλος, *Ἡ Φιλοσοφία τοῦ Ζήνωνος*, «Πρακτικὰ τοῦ Α' Διεθνοῦς Κυπριολογικοῦ Συνεδρίου» 1, Λευκωσία 1972, 250-251.

14. Ἀπὸ τὸν Διογένη τὸν Λαέρτιο 7, 156 (Arnim 2, 790).

15. Ἀπὸ τὸν Γαληνὸ (Arnim 2, 841).

16. K. Popper, *On the Theory of the Objective Mind*, «Akten xiv. Intern. Kongr. f. Philos» 3, 25 καὶ 47. Περὶ τῶν «ιδεῶν» τοῦ Πλάτωνος βλ. I. N. Θεοδωρακόπουλος, *Εἰσαγωγὴ στὸν Πλάτωνα*, Ἀθῆναι 1970⁵, 199 ἐπ. (Ἡ θεωρία τῆς ιδέας). Ὅπως εἶναι γνωστό, στὴν τάξιν τῶν ιδεῶν ἀνήκουν ὅχι μόνον οἱ γενικὲς ἔννοιες (κατηγορίαι), ἀλλὰ καὶ ὅλες οἱ μαθηματικὲς ἀλήθειαι καὶ θεωρίαι. Γιὰ τοὺς τρεῖς, κατὰ Popper, πλατωνικοὺς κόσμους βλ. Φ. Βασιλείου, *Φιλοσοφία τῶν Μαθηματικῶν*, Ἀθῆναι, Ἔκδ. Τ.Ε.Ε. 1971³, 49-50.

17. Γιὰ περισσότερες λεπτομέρειες, σχετικὲς μὲ τὴν τόσο ἐνδιαφέρουσα θεωρία τῆς σκέψεως καὶ τῆς Γλώσσης τῶν Στωικῶν, παραπέμπομε στὸ πολὺ ἐνδιαφέρον ἄρθρον

Ἀντίθετα ἀπὸ τοὺς Στωικούς, οἱ φιλόσοφοι G. Leibniz (1646-1716) καὶ J. Locke (1632-1704) ἐθεώρησαν τὴ Γλῶσσα ὡς σύστημα ἀπὸ σὺμβολα, καὶ ἀπὸ τὴ σκοπιὰ αὐτὴ ζήτησαν νὰ κρίνουν τὴ φύση τῆς Γλώσσας. Εἶναι τὸ πρῶτο βῆμα πρὸς τὴ σημερινὴ συμβολικὴ μέθοδος, ἡ γονιμότης τῆς ὁποίας καταφάνηκε δύο αἰῶνες ἀργότερα¹⁸. Ἡ συστηματοποίηση τῆς μεθόδου αὐτῆς ὀφείλεται στὸν αἰῶνα μας. Ἐδῶ ἄς σημειωθῇ, πὼς ἐνῶ ὁ Ἀριστοτέλης μὲ τὴ Γλῶσσα τῆς Λογικῆς ἐπεδίωκε τὴ μελέτη καὶ τὸν ἔλεγχο τῶν συνήθων μορφῶν τοῦ διαλογισμοῦ (λογικοῦ συμπερασμοῦ) καὶ τοῦ ἐπιχειρήματος, ὁ Leibniz μὲ τὴν ἰδέα τοῦ τῆς *Characteristica Universalis*¹⁹ ἐπιζητοῦσε τὴ δημιουργία ἐνὸς κόσμου ἐννοιῶν, κόσμου ποὺ θὰ καθιστοῦσε ἐφικτὴ τὴν κατανόηση τῶν σχέσεων τῆς ἀντικειμενικῆς πραγματικότητος.

6. Τὸ τέλος τοῦ 19ου καὶ ἡ ἀρχὴ τοῦ 20οῦ αἰῶνος θέτουν τοὺς ἐρευνητὰς τῆς Λογικῆς καὶ τῆς Γλώσσας μπροστὰ σὲ νέα προβλήματα. Σὲ συσχέτιση καὶ μὲ τὶς ἤδη ἐπισημανθεῖσες ἀτέλειες τῆς κλασικῆς Λογικῆς ἀρχίζει τώρα ἡ ἐντατικὴ ἀνάπτυξη τοῦ φορμαλιστικοῦ τρόπου ἀντιμετωπίσεως τόσο τῆς Γλώσσας ὅσο καὶ τῆς Λογικῆς. Ἡ προσπάθεια στρέφεται κυρίως

τοῦ A. A. Long, *Language and Thought in Stoicism*, δημοσιευμένο στὴν ἔκδοση τοῦ ἰδίου *Problems in Stoicism*, London, The Athlone Press 1971. (Βιβλιοκρισία τῆς M. Δραγώνα-Μονάχου στὴ «Φιλοσοφία» 1 (1971) 458-62). Βλ. ἐπίσης T. Ζήσης, *Τὸ λογικὸν μέρος τῆς φιλοσοφίας τῶν ἀρχαιοτέρων Στωικῶν*, Ἀθῆναι 1965, 269 σελ.

18. Πρέπει νὰ σημειωθῇ, ὅτι στὴ σύγχρονη φιλοσοφία τῶν Ἐπιστημῶν ἐπικρατοῦν δύο, διαφορετικὲς μεταξὺ τῶν, ἀντιλήψεις σχετικὰ μὲ τὴ Γλῶσσα. Ἡ μία ἀντιπροσωπεύεται τυπικὰ ἀπὸ τὴ Συμβολικὴ Λογικὴ, ἡ ἄλλη ἀπὸ τὴ Σημασιολογία (Significs) ποὺ ἀναπτύχθηκε ἀπὸ τὸν G. Mannoury (1867-1956) καὶ τοὺς ὁπαδοὺς του. Κατὰ τὸν E. Beth (*Mathematical Thought*, Dordrecht/Holland, Reidel Publ. Co 1965) ἡμποροῦμε νὰ ἀντιληφθοῦμε τὴ διάκριση, ἂν λάβωμε ὑπ' ὄψιν ὅτι ἡ Συμβολικὴ Λογικὴ τείνει νὰ ξεχωρίσῃ τὴ Γλῶσσα ἀπὸ τὴ ζωὴ, ἐνῶ ἡ Σημασιολογία ἐξετάζει καὶ παράγοντας ψυχο-κοινωνιολογικοὺς. Εἶναι π.χ. ὡς νὰ μελετᾷ ἓνας μηχανικὸς τὴ λειτουργία μηχανῆς χωρὶς νὰ τὸν ἐνδιαφέρῃ οὔτε αὐτὸς ποὺ τὴν σχεδίασε οὔτε ἡ ἐπίδρασή της στὶς κοινωνικὲς συνθήκες, ἢ ὡς νὰ ἐξετάζῃ ἓνας ἱατρὸς τὴ λειτουργία ἀνθρωπίνου ὀργάνου, ἔστιω τοῦ ὀφθαλμοῦ, ὁπότε ἀπαραίτητη εἶναι γι' αὐτὸν ἡ γνώση τῆς γενικῆς ψυχοφυσιολογικῆς καταστάσεως τοῦ ἀσθενοῦς. Μαζὶ μὲ τὶς δύο ἀποκλίνουσες αὐτὲς ἀντιλήψεις περὶ Γλώσσας, ἐπισημαίνομε καὶ τὴ διαφορότροπη προσπέλαση τῆς ἐννοίας τῆς σημασίας, ποὺ συνοδεύει τὶς ἐν λόγῳ ἀντιλήψεις.

19. Μὲ τὸν ὅρο *Characteristica Universalis* χαρακτηρίζει ὁ Leibniz μιὰ παγκόσμια ἐπιστημονικὴ Γλῶσσα, μὲ τὴν ὁποία καθίσταται δυνατὴ τόσο ἡ ἔκφραση κάθε ἐννοιολογικοῦ μορφώματος ὅσο καὶ ἡ διατύπωση κάθε ἐπιστημονικῆς συζητήσεως. Σύμφωνα μὲ νεώτερες ἐρευνες τῶν K. Goedel καὶ A. Tarski, μιὰ τέτοια παγκόσμια Γλῶσσα εἶναι τελείως ἀνέφικτη, ἐκτὸς ἂν ἤθελε νὰ ἐκλάβῃ κανεὶς ὡς Γλῶσσα κάτι ποὺ εὐρίσκεται σὲ διαρκῇ, ἀτελεύτητη ἀνάπτυξη.

στήν κατασκευή τυποποιημένων (φορμαλιστικῶν) Γλωσσῶν καί, με βάση τις κατασκευές αυτές, στήν προσπέλαση τῆς Λογικῆς ἀλλὰ καὶ τῆς καθόλου Γνωσιολογίας. Καὶ τοῦτο γιατί ἡ γνώση δὲν θεωρεῖται πιά τίποτε ἄλλο παρὰ μιὰ τεχνικὰ κατασκευασμένη τυποποιημένη Γλῶσσα.

Νεώτεροι ἐρευνηταὶ ρίχνουν ὁλοένα περισσότερο φῶς στήν ἀνωτέρω ἄποψη ἀναφορικὰ μετὰ τὴν ἀνάλυση τῆς θεωρητικῆς γνώσεως. Μὲ τὴν μέθοδό τους δομοῦνται, καὶ πιθανῶς θὰ ἐξακολουθήσουν νὰ δομοῦνται, ὅλοι οἱ τυπικολογικοὶ Λογισμοί. Εἰς τοὺς λογισμοὺς αὐτοὺς θὰ ἐπανέλθωμε στὰ ἐπόμενα διεξοδικώτερα. Ὅ,τι διαφέρει ἀπὸ περίπτωση σὲ περίπτωση εἶναι ἡ ἀφετηρία ἀπὸ τὴν ὁποία ξεκινοῦν οἱ διάφοροι ἐρευνηταί, μετὰ ἄλλες λέξεις, ὁ χρησιμοποιοῦμενος ἀπὸ αὐτοὺς **συμβολισμός**, οἱ **κανόνες μορφώσεως** καὶ **παραγωγῆς** (μετασχηματισμοῦ) τῶν τύπων, καθὼς καὶ οἱ **ἀρχικοὶ τύποι**, δηλαδή τὰ **ἀξιώματα**. Ἡ δημιουργούμενη, μετὰ τὸν τρόπο αὐτόν, τεχνητὴ Γλῶσσα ἀποτελεῖ ἓνα, ὅπως θὰ λέγαμε, **πρότυπο** (μοντέλο), μετὰ τὸ ὁποῖο προσπαθοῦμε νὰ ἀπεικονίσωμε τὸν μηχανισμό τῆς σκέψεως καὶ συνεπῶς νὰ κατανοήσωμε τὴ λογικὴ πρόβαση (πορεία) ἀλλὰ καὶ τὴν καθόλου δομὴ τῆς γνώσεως. Τὰ ἀποτελέσματα τῆς μεθόδου αὐτῆς ἦσαν πλούσια καὶ τὰ βλέπομε καθημερινῶς ὄχι μόνο στὸν τομέα τῆς θεωρητικῆς γνώσεως ἀλλὰ καὶ σὲ προβλήματα μεταβιβάσεως τῆς ἀνθρωπίνης σκέψεως στὶς ὑπολογιστικὲς μηχανές. Ἔτσι, ἀνατίθεται στὶς μηχανές τὸ ἔργον τῶν ἐγκεφαλικῶν λειτουργιῶν τοῦ ἀνθρώπου. Τὸ ἐρώτημα, ὥς ποιοὺ βαθμοὺ θὰ καταστῇ τοῦτο κατορθωτό, παραμένει ἀκόμη ἀνοικτό, καὶ πολλοὶ εἶναι ἐκεῖνοι ποὺ ἀμφισβητοῦν τὴ δυνατότητα τῆς ὀλικῆς ἀντικαταστάσεως τοῦ ἀνθρωπίνου ἐγκεφάλου ἀπὸ τὴ μηχανή. Ἡ ἐπιστήμη τῆς Κυβερνητικῆς, ποὺ ἀναπτύχθηκε στὰ νεώτερα χρόνια, καὶ οἱ τεράστιες ἐφαρμογές της δὲν πρέπει νὰ μᾶς ἀπατοῦν ὅσον ἀφορᾷ τὰ φυσικὰ της ὅρια. Εἶναι γιὰ πολλοὺς βέβαιον ὅτι μέσα στὰ φυσικὰ αὐτὰ ὅρια εἶναι προωρισμένη νὰ κινῆται ἡ ἐπιστήμη τῆς Κυβερνητικῆς, σὲ ἀντίθεση μετὰ τὰ ὅρια τοῦ ἀνθρωπίνου νοῦ, ποὺ θεωροῦνται ἀπεριόριστα.

Χωρὶς ἀμφιβολία, ἡ ἔνταξη τῆς ὑπαρχούσης γνώσεως μέσα σὲ ἓνα καθαρὰ φορμαλιστικὸ σύστημα, συμβάλλει θετικὰ στήν ἀπόκτηση νέων γνώσεων, μετὰ τὴν ἀναζήτησι στοιχείων ποὺ λείπουν κατὰ τὴν κατασκευὴ τοῦ τυποποιημένου θεωρητικοῦ συστήματος. Παρὰ ταῦτα, κατὰ τὴν ἄποψη τοῦ P. W. Kohnen (Κίεβον), ὅπως τὴν ἀνέπτυξε στὸ 14ο Διεθνὲς Συνέδριον τῆς Φιλοσοφίας στὴ Βιέννη, ὅπως *συμβαίνει καὶ μετὰ κάθε ἄλλη μέθοδος, ἡ μέθοδος καθορισμοῦ φορμαλιστικῶν συστημάτων ἔχει τὰ ὅριά της. Στὰ Μαθηματικά, καὶ σὲ ἄλλες περιοχὰς τῆς Γνώσεως, τὰ θεωρητικὰ συστήματα τυποποιοῦνται σὲ συμφωνία μετὰ τὸ πρότυπον γιὰ τὸ ὁποῖον μιλήσαμε.* Ἡδὲ ὁμως ἡ ἀξιωματικοποίησι τῶν συστημάτων τῆς Θεωρητικῆς Φυσικῆς προσκρούει σὲ ὀρισμένες δυσκολίες. Ἀκόμη καὶ ἂν καταστῇ δυνατὴ ἡ ἀξιωματικοποίησι αὐτῆς, τοῦτο

δὲν θὰ συμβῇ μὲ τὴ μορφὴ πού μᾶς προδιαγράφει ἡ μέθοδος τῆς δημιουργίας συστημάτων τῆς θεωρητικῆς Γνώσεως, δηλαδή ἡ σύγχρονη φορμαλιστικὴ Λογική. Φυσικά, δὲν ἀποκλείομε τὴ δυνατότητα, ἀκόμη καὶ τὴν ἀναγκαιότητα, μιᾶς μεγάλης σὲ ἔκταση ἐργασίας στὴν κατεύθυνση τῆς δημιουργίας φορμαλιστικῶν συστημάτων σὲ διάφορες περιοχὲς τῆς σύγχρονης ἐπιστήμης, μέχρι καὶ τῆς κατασκευῆς ἀλγορίθμων, σύμφωνα μὲ τοὺς ὁποίους ἡμποροῦν νὰ ἐργασθοῦν οἱ μηχανές. Ἡμπορεῖ ὅμως ἡ Λογικὴ νὰ περιορισθῇ μονάχα στὸ νὰ καταστῇ ὁ πλέον τέλειος κανὼν τῆς σκέψεως, δηλαδή στὸ νὰ δημιουργῇ φορμαλιστικὲς Γλώσσες, στὶς ὁποῖες νὰ προσαρμόζονται τὰ ἀποτελέσματα τῆς Γνώσεως καὶ ἀπὸ αὐτὲς νὰ συνάγονται τὰ δυνατὰ συμπεράσματα;²⁰

7. Ἄν τώρα ἐξετάσῃ κανεῖς, εἰδικώτερα, τὶς Γλώσσες πού ἡμποροῦν νὰ χρησιμοποιηθοῦν στὰ Μαθηματικά, τότε διαπιστώνει, τουλάχιστο γιὰ μερικὲς ἀπὸ αὐτὲς, μιὰ ἐκπληκτικὴ ἀπλότητα καὶ ὁμοιότητα κανόνων, πού τὶς διέπουν. Ἡ ἀναζήτηση λοιπὸν ἐνιαίας θεωρίας ἀναφορικὰ μὲ τὴ διαμόρφωση Γλωσσῶν, πού νὰ εἶναι κατάλληλες γιὰ τὴ μαθηματικὴ ἐπιστήμη, εἶναι ἓνα ἀπὸ τὰ βασικὰ προβλήματα γιὰ τὴν ἀντιμετώπισή τους ἀπὸ τὸν φιλοσοφοῦντα μαθηματικό. Βέβαια καὶ ἄλλα προβλήματα τῆς Φιλοσοφίας τῆς Γλώσσης δὲν εἶναι λιγώτερο σημαντικὰ γιὰ τὰ Μαθηματικά καὶ γενικώτερα γιὰ κάθε θεωρητικὴ ἐπιστήμη. Τέτοια εἶναι : τὸ πρόβλημα ἀλληλεξαρτησίας σκέψεως καὶ Γλώσσης, γιὰ τὴν ὁποία καὶ ἀνωτέρω ἐκάναμε λόγο, πρόβλημα μὲ τὸ ὁποῖο συναρτῶνται καὶ πολλὲς ἄλλες φιλοσοφικὲς ἀπόψεις περὶ Γλώσσης, τὸ πρόβλημα τοῦ ρόλου τῆς Γλώσσης στὴν τυποποίηση τῆς σκέψεως κ.ἄ.

Στὴ σύγχρονη ἐποχὴ ἡ ἀνάπτυξη καὶ ἄλλων ἐπιστημῶν, ὅπως τῆς Φυσικῆς καὶ τῆς Βιολογίας, σύμφωνα μὲ τὸ ὑπόδειγμα τῆς μαθηματικῆς ἐπιστήμης καὶ ἡ ἐπιδίωξη τῆς ἐξευρέσεως ἀξιωμάτων σὲ τρόπο, ὥστε ἀπὸ αὐτὰ νὰ προκύπτουν παραγωγικὰ ὅλα τὰ ἐξαγόμενα τῶν ἐν λόγῳ ἐπιστημῶν, τέλος ἡ τυποποίηση ὅλο καὶ περισσοτέρων κλάδων τῆς καθόλου ἐπιστήμης, ἔφεραν στὸ προσκηνίῳ τὸν σημαντικὸ ρόλο, πού παίζει ὁλοένα ἡ θεωρία τῆς Γλώσσης (τόσο τῆς ἐπιστημονικῆς ὅσο καὶ τῆς φυσικῆς), καὶ ἐπесήμανε τὴν ἰδιαίτερη σπουδαιότητα τῆς Γλώσσης ὡς ἀντικειμένου φιλοσοφικῆς ἐρεύνης.

Ἐχει παρατηρηθῇ πὼς οἱ μαθηματικοφιλοσοφικὲς θεωρίες, πού ἀναπτύχθηκαν στὴν ἐποχὴ μας, ξεκινώντας ἀπὸ τὶς πιὸ πάνω διαγραφεῖσες ἀνάγκες, δὲν διαφέρουν στὴν οὐσία ἀπὸ ἀντίστοιχες θεωρίες τῆς Λογι-

20. P. W. Kopnin, *Analyse der Sprache als logisch-epistemologisches Problem*, «Akten xiv. Intern. Kongr. f. Philos» 1, 289.

κῆς καὶ ἔχουν κάτι κοινὸ στὴ βάση των. Εἶναι ἀξιοσημεῖωτο τὸ γεγονός, ὅτι στὶς ἐν λόγω λογικὲς θεωρίες, ποὺ ἀποτελοῦν ἓνα εἶδος μαθηματικοῦ Λογισμοῦ, κυριαρχεῖ ἀκριβῶς ἡ δομὴ ποὺ συναντᾷ κανεὶς στὴ Συμβολικὴ Λογική.

8. Ὅσο μιὰ ἐπιστῆμη εὐρίσκεται στὸ κατώτερο στάδιο τῆς ἀναπτύξεώς της τόσο ἡ ἐννοιολογικὴ της δομὴ βασίζεται σ' ἓνα πλῆθος παραδοχῶν, δίχως καμμιά κριτικὴ ἐπεξεργασία. Εἶναι ἀνάγκη νὰ φθάσῃ ἡ ἐπιστῆμη αὐτὴ σὲ ἓνα ἀρκετὰ προχωρημένο σημεῖο ἀναπτύξεως, ὥστε τὸ αἶτημα γιὰ ἀκριβολογία στὴ διαμόρφωση τῶν ἐννοιῶν της καὶ ἡ αὐστηρότητα στὴν ἐξαγωγή τῶν συμπερασμάτων της νὰ καταστῇ ἐπιτακτικό. Στὴν πορεία αὐτὴ τῆς ἐξελίξεως ἐκεῖνο ποὺ πρὶν ἐθεωρεῖτο ὡς ἱκανοποιητικὴ κατάσταση γιὰ τὴν ἐπιστημονικὴ ἀντιμετώπιση τῶν πραγμάτων, παραχωρεῖ τὴ θέση του σὲ κάτι, ποὺ σὲ τελευταία ἀνάλυση δὲν εἶναι τίποτε ἄλλο ἀπὸ μιὰ γλωσσικὴ σύμβαση. Αὐτὸ θὰ τὸ παρακολουθήσωμε στὰ ἐπόμενα, ἐπιχειροῦντες μιὰ λεπτομερῆ ἀνάλυση αὐτῆς τῆς ἴδιας τῆς Γλώσσας (βλ. τὰς παραγρ. 12-16).

9. Στὰ ἐπόμενα ὡς Γλῶσσα θὰ ἐννοοῦμε γενικώτερα μιὰ μορφή (σχῆμα) Γνώσεως, ποὺ ἀπεικονίζεται σ' ἓνα σύστημα σημείων (συμβόλων)²¹. Ὁ ὁρισμὸς αὐτὸς περιλαμβάνει ὅχι μόνο ὅ,τι ὡς τώρα ἐννοοῦσαμε μὲ τὸν ὄρο Γλῶσσα, ἀλλὰ καὶ τὶς τεχνητές, μὲ εἰδικὸ συμβολισμό, Γλῶσσες τῆς ἐπιστήμης. Ἀπὸ τὴ σκοπιὰ ποὺ διακρίνει κανεὶς τὴ μελέτη μιᾶς Γλώσσας, δύο εἶναι ἐκεῖνες ποὺ θὰ μᾶς ἀπασχολήσουν στὸ ἐξῆς. Πρῶτον, οἱ λέξεις καὶ οἱ ἐκφράσεις σὲ ἀναφορὰ μὲ τὰ σημαινόμενα ἀπὸ αὐτές, καθὼς καὶ οἱ μεταξὺ των σχέσεις, ἀνεξάρτητα ἀπὸ τὸν ὁμιλοῦντα ἢ τὸν ἀκούοντα τὴ Γλῶσσα. Δεύτερον, οἱ λέξεις καὶ οἱ ἐκφράσεις ὡς στοιχεῖα τῆς Γλώσσας, ἀνεξάρτητα ὅχι μόνο ἀπὸ τὴν ὁμιλία ἢ τὴν ἀκρόαση, ἀλλὰ καὶ ἀπὸ τὰ ἴδια τὰ πράγματα, τὰ ὅποια οἱ ἐν λόγω λέξεις καὶ ἐκφράσεις σημαίνουν. Ὀνομάζομε Σημαντικὴ (Semantics), ἀλλιῶς Σημασιακὴ, τὴν ἔρευνα ποὺ περιορίζεται στὴν πρώτη ἀπὸ τὶς σκοπιὲς ποὺ ἀναφέραμε, καὶ Συντακτικὴ (Syntactics) τὴν ἔρευνα ἀναφορικὰ μὲ τὴ δεύτερη σκοπιὰ. Ἐκτὸς ὅμως ἀπὸ τὶς δύο αὐτὲς σκοπιὲς ἐρεύνης μνημονεύομε καὶ τὴν Πραγματιστικὴ (Pragmatics), ποὺ ἀφορᾷ στὴν ἐνέργεια, τὴν κατάσταση καὶ στὸ περιβάλλον ἐκείνου ποὺ ὁμιλεῖ ἢ ἀκούει, σκοπιὰ θεωρούμενη εἴτε καθ'αυτὴ εἴτε σὲ συσχέτιση μὲ τὶς δύο ἄλλες σκοπιὲς. Παρατηροῦμε πὼς ἡ τρίτη σκοπιὰ, ὅπου ἐξετάζεται τὸ εἰδικὸ θέμα τῆς ἀνθρώπινης συμπεριφορᾶς κατὰ τὴ χρησιμοποίησιν τῆς Γλώσσας, στηρίζεται

21. Κορνίν 291 ἐπ.

και σε άλλους ακόμη παράγοντες και αποτελεί, στην ουσία, εμπειρική ή επιστήμη. Πρέπει ακόμη να τονισθῇ, πώς οί γενόμενες διακρίσεις κατά τη μελέτη τῆς Γλώσσης ἦσαν ἤδη γνωστὲς στοὺς Στωικούς, και πώς ἡ νεώτερη σχετική ἔρευνα, πού ὀφείλεται κυρίως στοὺς Πολωνοὺς μαθηματικούς, εἶναι συνέχιση ἐκείνης τῶν Στωικῶν.

10. Παρατηροῦμε τώρα ὅτι κάθε φορά πού ἀσχολούμεθα με μιὰ Γλῶσσα κάνουμε, σε κάποια ἑκταση, χρήση τῆς ἴδιας ἢ ἄλλης Γλώσσης. Διακρίνουμε γι' αὐτό, ἀπὸ τὸ ἓνα μέρος, τῇ Γλῶσσα, πού ἀποτελεῖ τὸ ἀντικείμενο τῆς ἐρεύνης, καί, ἀπὸ τὸ ἄλλο μέρος, τῇ Γλῶσσα, με τὴν ὁποία γίνεται ἡ ἔρευνα. Ἡ ὀνομασία Μεταγλῶσσα χρησιμεύει γιὰ τὴ δεύτερη αὐτῇ Γλῶσσα σε ἀντιπαραβολὴ με ἐκείνην πού χρησιμεύει γιὰ ἀντικείμενο τῆς ἐρεύνης και πού ὀνομάζεται ἀπλῶς Γλῶσσα. Ὅτι γίνεται ἐδῶ ἡμπορεῖ νὰ παραβληθῇ με τὴν περίπτωση ἐκμάθησως μιᾶς ξένης Γλώσσης. Μελετοῦμε δηλαδὴ τὴν πρὸς ἐκμάθηση Γλῶσσα με τὴ χρήση τῆς Γλώσσης πού ἐμεῖς μιλάμε. Πολλὲς συγχύσεις ἀλλὰ και ἀντινομίες προέκυψαν στὸ παρελθὸν και ἡμποροῦν νὰ προκύψουν και στὸ μέλλον, ὅταν παραβλέψουμε τὴν παραπάνω διάκριση (π.χ. τὸ παράδοξο «τοῦ ψευδομένου Κρητός»).

Μιὰ Γλῶσσα ἀποτελεῖται ἀπὸ μερικά, ὄχι κατ' ἀνάγκην πεπερασμένα κατὰ τὸ πλῆθος, σημεῖα (σύμβολα) και ἀπὸ πεπερασμένες ἀλύσεις (ἀλληλουχίες) τέτοιων σημείων. Τὸ ἀλφάβητο τῆς Γλώσσης ἀποτελοῦν μερικά ἀπὸ τὰ βασικά αὐτὰ σημεῖα. Λέγοντας ἀλύσεις ἐννοοῦμε καταλλήλους συνδυασμούς, με ἐπαναλήψεις, τῶν στοιχείων τοῦ ἀλφαβήτου, γραμμένων ἐπὶ εὐθείας γραμμῆς ἀπὸ τὰ ἀριστερὰ πρὸς τὰ δεξιὰ. Σε μιὰ συνήθη Γλῶσσα τὸ ἀλφάβητο ἀναφέρεται στὰ «γράμματα», ἐνῶ σημεῖα εἶναι και ἐκεῖνα τῆς στίξεως καθὼς και οἱ παρενθέσεις. Ἀλυση εἶναι τώρα κάθε λέξη καθὼς και (με σημεῖα τὰ τυπογραφικά στοιχεῖα γιὰ τὸ διάστημα μεταξὺ λέξεων) προτάσεις ἢ και ὀλόκληρες φράσεις. Ἡμποροῦμε ὅμως νὰ θεωρήσουμε ὡς στοιχεῖα μιᾶς συνήθους Γλώσσης αὐτὲς τὶς ἴδιες τὶς λέξεις. Ὁ τρόπος αὐτὸς θεωρήσεως τῶν λέξεων ὡς σημείων εἶναι, πολλὲς φορές, σκόπιμος, γι' αὐτὸ και τὸν χρησιμοποιοῦμε συχνά.

Σε ὅλες τὶς φυσικὲς Γλῶσσες οἱ κανόνες μορφώσεως τῶν λέξεων και προτάσεων εἶναι πολυπλοκώτατοι και παρουσιάζουν πολλὲς ἀνωμαλίες και ἐξαιρέσεις. Γιὰ τὸν λόγο ἀκριβῶς αὐτὸν οἱ μαθηματικοὶ προτιμοῦν νὰ ἐργάζωνται με ἀπλὲς και κανονικὲς Γλῶσσες. Με μιὰ τέτοια ἀπλὴ Γλῶσσα θὰ ξεκινήσουμε στὴν παρακάτω ἔρευνα.

11. Ἐνας ἀπὸ τοὺς ὀρισμοὺς γιὰ τὶς ἀναλυτικὲς προτάσεις, ἐλαφρὰ παραλλαγὴ τοῦ ὀρισμοῦ πού δίδει ὁ Kant (1724-1804), ἀναφέρεται

στήν κατανόηση τοῦ περιεχομένου προτάσεως στήν περίπτωση, ὅπου πρόκειται νά γίνη ἡ τεκμηρίωση τῆς ἀληθείας τῆς ἐν λόγῳ προτάσεως²². Ὁ ὁρος ὁμῶς κατανόηση, πού ἐμφανίζεται ἐδῶ, ἔχει κι ὁ ἴδιος ἀνάγκη αὐστηροῦ ὁρισμοῦ, πρᾶγμα πού γίνεται δυνατό μόνο μέ μιὰ λεπτομερῆ ἀνάλυση τῆς Γλώσσης. Ἡ ἰδιαίτερη ἐμφαση πού ἀποδόθηκε στοὺς νεώτερους χρόνους σέ ἐννοιες σχετιζόμενες μέ μιὰ τέτοια ἀνάλυση, εἶχε ἀκριβῶς τὴν ἐννοια τῆς διακριβώσεως ὄρων καὶ θεωριῶν πού στὸ παρελθὸν ἐγιναν ἀφορμὴ πολλῶν ἀβασίμων διαφωνιῶν. Δὲν εἶναι ἴσως ἄσχετο τὸ γεγονός, ὅτι ὁ γνωστὸς φιλόσοφος καὶ μαθηματικὸς τοῦ «κύκλου τῆς Βιέννης» L. Wittgenstein (1889-1951) ἀπέτυχε νά κατανοήσῃ πλήρως προβλήματα, μέ τὰ ὁποῖα ἐργάσθηκαν ἐρευνηταὶ γιὰ τὴ θεμελίωση τῶν Μαθηματικῶν²³.

12. Στὴν ἀνάλυση τῆς Γλώσσης, πού θὰ ἐπιχειρήσωμε, περιοριζόμεθα, ὅπως ἤδη ἀναφέραμε, σέ μιὰ πολὺ ἀπλὴ περίπτωση. Οἱ λέξεις (τὰ στοιχεῖα) τῆς Γλώσσης πού ἐξετάζομε εἶναι ὁ νόμος ἀναφερόμενα σέ ὑποκείμενα καὶ ιδιότητές των (κατηγορήματα) καὶ λογικὰ σημεῖα, ὅπως οἱ λέξεις εἶναι, ὅχι, ἄν...τότε. Τόσο ἡ Γλῶσσα ὅσο καὶ ἡ Μεταγλῶσσα, πού θὰ χρησιμοποιήσωμε, θὰ εἶναι, σέ κάποια ἔκταση, ἡ Ἑλληνική. Τὰ ὀνόματα τὰ λέμε ἀλλιῶς καὶ παραστατικὰ στοιχεῖα. Στὰ λογικὰ δίνουμε κατὰ σειρὰν τὶς ὀνομασίες : συνδετικό, ἄρνηση, συνεπαγωγή. Δεχόμεθα, σέ συνέχεια, πὼς μεταξὺ τῶν ὀνομάτων καὶ τῶν σημαινομένων μέ αὐτὰ ὑπάρχει μονοσήμαντη ἀντιστοιχία, πρᾶγμα πού συνήθως δὲν συμβαίνει²⁴. Γιὰ διάκριση, τὴ θεωρούμενη Γλῶσσα τὴν καλοῦμε σημαντικὸ Σύστημα. Ἄς σημειωθῇ πὼς ἡμποροῦμε ἀπὸ κάθε δοθεῖσα Γλῶσσα νά κατασκευάσωμε ἀντίστοιχο σημαντικὸ Σύστημα.

Γιὰ τὴν παρακάτω ἀνάλυση προσβλέπομε στὴ θεωρία τοῦ R. Carnap²⁵. Ἀπὸ τὶς προτάσεις, πού σχηματίζομε στὸ θεωρούμενο σημαντικὸ Σύστημα, περιοριζόμεθα στὶς δηλωτικὲς προτάσεις, καλούμενες ὅπως καὶ πρὶν ἀποφάνσεις, τὶς ὁποῖες ὀρίζομε ἔτσι, ὥστε : 1. Ἀπόφαση νά

22. Βλ. Βασιλείου 87.

23. Γενικὰ γιὰ τὶς φιλοσοφικὲς τοῦ ιδέες στὰ Μαθηματικά ὁ Wittgenstein ἐπεκρίθηκε ἀπὸ τοὺς A. R. Anderson, M. Dummett καὶ P. Bernays στὸ βιβλίο *Philosophy of Mathematics*, πού ἐξεδόθη ἀπὸ τοὺς P. Benacerraf καὶ H. Putnam, Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs/New Jersey 1965², 491-528.

24. Κατὰ τὸν Χρύσιππο (280-206 π.Χ.), οἱ λέξεις ἔχουν διαφορούμενη ἐννοια. Ἐξ ἄλλου, γιὰ τοὺς Στωικοὺς ἡ ἐκφραση γιὰ τὸ ἀμφίβολο τῶν λέξεων εἶχε ὡς ἐξῆς: *πολλὰ ἅμα ἔχοντα ὀνόματα*.

25. R. Carnap, *Foundations of Logic and Mathematics* στήν «Intern. Encyclopedia of Unified Science» 1/3, 1963¹⁰.

είναι μια πρόταση αποτελούμενη από υποκείμενο και κατηγορημα, τὰ ὅποια νὰ συνδέη τὸ συνδετικὸ «εἶναι». 2. Ἐάν ἔχωμε μιὰ ἀπόφανση, τότε ἀπόφανση νὰ εἶναι καὶ ἐκείνη ποὺ μορφώνεται (σχηματίζεται) ἀπὸ τὴ δοθεῖσα, μὲ πρόταξη σ' αὐτὴν τοῦ λογικοῦ σημείου «ὄχι». 3. Ἐάν ἔχωμε δύο ὅποιεσδήποτε ἀποφάνσεις, τότε ἀπόφανση νὰ εἶναι καὶ ἡ μορφούμενη ἀπὸ τὶς δοθεῖσες, μὲ ἐφαρμογὴ σ' αὐτὲς τοῦ λογικοῦ σημείου τῆς «συνεπαγωγῆς». Τοὺς κανόνες 1, 2 καὶ 3, ποὺ ὀρίζουν τὴ μόρφωση (σχηματισμὸ) τῶν ἀποφάνσεων, καλοῦμε μὲ συντομία **κ α ν ό ν ε ς σ χ η μ α τ ι σ μ ο ὺ**.

Ἐρχόμεθα τώρα σὲ μιὰ ἄλλη κατηγορία κανόνων, ποὺ θὰ ὀνομάσωμε **σημαντικοὺς κανόνες** καὶ τοὺς ὁποίους διαιροῦμε στοὺς **παραστατικοὺς** καὶ τοὺς **λογικοὺς**. Οἱ παραστατικοὶ ἀναφέρονται στὰ παραστατικὰ σημεία καὶ ἐκφράζουν τὴν ἀντιστοιχία τῶν οὐσιαστικῶν (ὑποκειμένων) μὲ τὰ πράγματα (ἀντικείμενα), καὶ τῶν κατηγορημάτων μὲ τὶς ιδιότητες τῶν πραγμάτων. Οἱ λογικοὶ ἐκφράζουν τὴν ἀντιστοιχία στίς ἀποφάνσεις **τιμῶν ἀληθείας**²⁶ σύμφωνα μὲ τὸν ἀκόλουθο τρόπο : α. Ἀπόφανση τῆς πρώτης μορφῆς εἶναι **ἀ λ η θ ῆ ς** (**ψ ε υ δ ῆ ς**) τότε καὶ μόνον, ὅταν τὸ οὐσιαστικὸ τῆς ἀποφάνσεως ἔχει (δὲν ἔχει) τὴν ἀπὸ τὸ κατηγορημα τῆς ἀποφάνσεως δηλουμένη ιδιότητα, β. Ἀπόφανση τῆς δευτέρας μορφῆς εἶναι τότε καὶ μόνον **ἀ λ η θ ῆ ς** (**ψ ε υ δ ῆ ς**), ὅταν ἡ ἀπόφανση, ποὺ μένει χωρὶς τὸ προτασσόμενο σημεῖο τῆς ἀρνήσεως, εἶναι **ψ ε υ δ ῆ ς** (**ἀ λ η θ ῆ ς**), γ. Ἀπόφανση τῆς τρίτης μορφῆς εἶναι τότε καὶ μόνον **ἀ λ η θ ῆ ς**²⁷, ὅταν ἢ ἡ σ' αὐτὴν πρώτη συνιστῶσα-ἀπόφανση εἶναι **ψ ε υ δ ῆ ς** ἢ, στὴν περίπτωση ποὺ αὐτὸ δὲν συμβαίνει, ἡ δεύτερη συνιστῶσα-ἀπόφανση εἶναι **ἀ λ η θ ῆ ς**. Τὴν **ψ ε υ δ ῆ** ἀπόφανση καλοῦμε καὶ **μ ῆ ἀ λ η θ ῆ**. Παρατηροῦμε ὅτι οἱ σημαντικοὶ κανόνες παρέχουν κριτήρια (ἱκανὲς καὶ ἀναγκαῖες συνθήκες) γιὰ τὴν ἀλήθεια ἢ τὸ ψεῦδος κάθε ἀποφάνσεως τοῦ Συστήματος.

Μὲ τὴν καταγραφὴ τῶν σημαντικῶν κανόνων τῆς ἐξεταζομένης Γλώσσης, εἴμεθα σὲ θέση νὰ δώσωμε τὸν ἐπισημανθέντα στὴν ἀρχὴ τῆς παραγράφου αὐστηρὸ ὀρισμὸ γιὰ τὴν «κατανόηση». Λέμε πὼς **κ α τ α ν ο ο ὺ μ ε** τὴν ἐξεταζομένη Γλώσσα (τὸ σημαντικό Σύστημα), ἰδιαίτερα πὼς κατανοοῦμε κάθε σημεῖο ἢ ἀπόφάνσή της, ὅταν γνωρίζωμε (δίδωμε) τοὺς σημαντικοὺς κανόνες τῆς Γλώσσης.

26. Τὴν ἔννοια τῆς **τιμῆς ἀληθείας** γιὰ τὴ λογικὴ συνεπαγωγὴ εἶχαν ἤδη οἱ Μεγαρικοί. Τὴ διαπίστωση ὀφείλομε στὸν S. Peirce, τὸ 1896.

27. Ἡ **ἀ λ ῆ θ ε ι α** γιὰ τοὺς Στωικοὺς ἀφορᾷ ἀποφάνσεις, γι' αὐτὸ καὶ ἐθεωρεῖτο ὡς σῶμα, ἐνῶ τὸ **ἀ λ η θ ῆ ς**, ὡς λεκτόν, ἐθεωρεῖτο ὡς ἀσώματον.

13. Ὁ καταμερισμὸς τῶν ἀποφάνσεων τοῦ ὑπ' ὄψει σημαντικοῦ Συστήματος στίς δύο τάξεις τῶν ἀληθῶν καὶ τῶν ψευδῶν (μὴ ἀληθῶν) ἀποφάνσεων, ἐπιδέχεται περαιτέρω διαίρεση. Πρὸς τοῦτο, τὶς ἀποφάνσεις τόσο τῆς πρώτης ὅσο καὶ τῆς δευτέρας τάξεως τὶς ὑποδιαιροῦμε στίς π ρ α γ μ α τ ο λ ο γ ι κ ᾶ ἀ λ η θ εῖ ς ἢ ψ ε υ δ εῖ ς καὶ τὶς λ ο γ ι κ ᾶ ἀ λ η θ εῖ ς ἢ ψ ε υ δ εῖ ς. Μία ἀπόφανση σημαντικοῦ Συστήματος τὴν καλοῦμε λογικὰ ἀληθῆ (ψευδῆ), ὅταν οἱ σημαντικοὶ κανόνες τοῦ Συστήματος ἀρκοῦν γιὰ τὴν τεκμηρίωση τῆς ἀλήθειας (τοῦ ψεύδους) τῆς ἀποφάνσεως. Στὴν περίπτωση ποὺ αὐτὸ δὲν συμβαίνει, ἔχομε δηλαδὴ ἀνάγκη γιὰ τὴν τεκμηρίωση τῆς ἀλήθειας (τοῦ ψεύδους) ἀπὸ ὠρισμένα (ἐξωτερικὰ) γεγονότα, σχετικὰ μὲ τοὺς ὅρους (ὑποκείμενο καὶ κατηγορημα) ποὺ περιέχονται στὴν ἀπόφανση, τότε καλοῦμε τὴν ἀπόφανση πραγματολογικὰ ἀληθῆ (ψευδῆ). Οἱ δύο αὐτοὶ ὅροι, πραγματολογικὰ ἀληθῆ καὶ λογικὰ ἀληθῆ, ἀντιστοιχοῦν στοὺς παραδοσιακοὺς ὅρους σ υ ν θ ε τ ι κ ῆ καὶ ἀ ν α λ υ τ ι κ ῆ (ἀπόφανση), ὅρους τοὺς ὁποίους, ἐνωρίτερα καὶ ἀπὸ τὸν Kant, εἶχε διακρίνει ὁ Leibniz.

Ἐπεκτείνουμε τώρα τὶς ἀνωτέρω δοθεῖσες ἔννοιες, ἀπὸ (ἀπλῆς) ἀποφάνσεις, σὲ τάξεις ἀπὸ ἀποφάνσεις. Μία τάξη ἀποφάνσεων λέγεται ἀληθῆς, ὅταν κ ᾶ θ ε ἀπόφανση τῆς τάξεως εἶναι ἀληθῆς. Ψευδῆς (μὴ ἀληθῆς) λέγεται ἡ τάξη, ὅταν τ ο υ λ ᾶ χ ι σ τ ο ν μία ἀπὸ τὶς ἀποφάνσεις τῆς τάξεως εἶναι ψευδῆς (μὴ ἀληθῆς). Ἀνάλογος εἶναι ὁ ὁρισμὸς γιὰ τὴ λογικὰ ἀληθῆ τάξη. Αὐτὸ συμβαίνει, ὅταν ἡμποροῦμε νὰ εὑρωμε, μὲ χρῆση μόνο τῶν σημαντικῶν κανόνων, ὅτι ἡ τάξη εἶναι ἀληθῆς, δηλαδὴ ὅτι κάθε ἀπόφανση τῆς τάξεως εἶναι ἀληθῆς. Λογικὰ ψευδῆς εἶναι ἡ τάξη ἀποφάνσεων, ὅταν εἶναι ψευδῆς βάσει μόνο τῶν σημαντικῶν κανόνων. Μία τάξη ἀποφάνσεων λέγομε ὅτι εἶναι σ υ ν ε π α γ ω γ ῆ ἄλλης τάξεως, ὅταν ἡ ἡ δεύτερη εἶναι ψευδῆς ἢ, ὅταν αὐτὸ δὲν συμβαίνει, ἡ πρώτη τάξη εἶναι ἀληθῆς. Ἀνάλογα, μία τάξη ἀποφάνσεων εἶναι λ ο γ ι κ ῆ σ υ ν ε π α γ ω γ ῆ ἄλλης τάξεως, ὅταν σύμφωνα καὶ μόνο μὲ τοὺς σημαντικοὺς κανόνες ἡ πρώτη τάξη εἶναι συνεπαγωγὴ τῆς δεύτερης. Ἄξιο παρατηρήσεως εἶναι, ὅτι ἡ ὁρισθεῖσα ἀνωτέρω λογικὴ συνεπαγωγὴ, ἂν καὶ φαινομενικὰ εἶναι διάφορος ἀπὸ τὸν ὁρισμὸ (στὴ Λογικὴ) τοῦ λ ο γ ι κ ο ῦ σ υ μ π ε ρ α σ μ ο ῦ, περιλαμβάνει στὴν πραγματικότητα τὸν τελευταῖο ὁρισμὸ ὡς εἰδικὴ περίπτωση. Ἐπίσης ἄξιο παρατηρήσεως εἶναι ὅτι τόσο ἡ λογικὰ ἀληθῆς ἀπόφανση ὅσο καὶ ἐκείνη ποὺ εἶναι λογικὴ συνεπαγωγὴ μιᾶς τάξεως (ζεύγους) ἀποφάνσεων, δὲν δίδουν ὁποιαδήποτε γνώση γιὰ γεγονότα, καθ' ὅσον ἡ τεκμηρίωσή των γίνεται, ὅπως εἶπαμε, μόνο μὲ χρῆση τῶν σημαντικῶν κανόνων, ἄρα χωρὶς τὴν προσφυγὴ σὲ γεγονότα. Ἡ τελευταία αὕτη παρατήρηση εἶναι κατὰ τοῦτο οὐσιαστικὴ, ἐπειδὴ παρέχει σαφῆ διάκριση τῆς σχέσεως μεταξὺ λογικῆς καὶ ἐμπειρικῆς γνώσεως.

14. Έρχομεθα τώρα στη Συντακτική της εξεταζομένης Γλώσσας. Σε παρέκκλιση από το Συντακτικό (της Γλωσσολογίας) περιοριζόμεθα στα σημεία της Γλώσσας και σε ώρισμένους κανόνες χειρισμοῦ των, παραβλέποντες ὅχι μόνο τὴ σημασία των, ἀλλὰ ἀποφεύγοντες καὶ τὴν ὑπόθεση ἀκόμη ὅτι τὰ ἐν λόγῳ σημεία παριστάνουν ὅ,τιδὴποτε. Μιὰ τέτοια θεώρηση τὴν καλοῦμε τυπική. Ὁ ὅρος τυπική ἀνήκει στὴ Μεταγλώσσα, ὅπως σ' αὐτὴν ἀνήκουν καὶ πολλοὶ ἀπὸ τοὺς ὅρους ποὺ χρησιμοποιήσαμε στὴ Σημαντική (π.χ. ἡ ἀλήθεια). Ἀντὶ «συντακτικὸ Σῦστημα» χρησιμοποιεῖται ἡ ἔκφραση «Γλωσσικὸς Λογισμὸς» ἢ συντομώτερα μόνο «Λογισμὸς». Στὴν ἀρχὴ δίδομε τὸ «ἀλφάβητο» τοῦ εξεταζομένου Λογισμοῦ, ἔπειτα δίδομε κανόνες μορφώσεως (ἢ σχηματισμοῦ) τῶν καλουμένων τύπων, δηλαδή τῶν παραδεκτῶν συνδυασμῶν τῶν σημείων τοῦ ἀλφαβήτου. Οἱ ἐν λόγῳ κανόνες ἀντιστοιχοῦν πρὸς τοὺς κανόνες σχηματισμοῦ ἀποφάνσεων στὴ Σημαντική καὶ δὲν διαφέρουν ἀπὸ ἐκείνους, ἀρκεῖ στὴ θέση τῆς ἀποφάνσεως νὰ τεθῇ κάποιο «γράμμα», ποὺ θὰ συμβολίζῃ ἀπόφανση.

Στὸν εξεταζόμενο Λογισμό θὰ μᾶς ἀπασχολήσῃ κυρίως ὁ ἔλεγχος τῶν ἀνωτέρω τύπων καὶ οἱ σχέσεις μεταξὺ των, ὑπὸ τὸν καθαρὰ τυπικὸ τρόπο ποὺ ἀναφέραμε. Τὸ ζήτημα ποὺ προκύπτει εἶναι τὸ ἐξῆς : Ἐμποροῦμε νὰ ὀρίσωμε, μὲ καθαρὰ τυπικὸ τρόπο, δηλαδή μέσα στὴ Συντακτική, τί θὰ καλοῦμε λογικὰ ἀληθὴ ἢ τύπο ἢ λογικὸ συμπερασμό, ὡς ἐπέκταση ἀντιστοίχων ὅρων τῆς Σημαντικῆς; Τὴ θετικὴ ἀπάντηση στὸ ἐρώτημα δίδει ἡ παρακάτω πορεία σκέψεων : Ἀναχωροῦμε ἀπὸ μερικοὺς ἀρχικοὺς τύπους, τοὺς ὁποίους θὰ καλοῦμε ἀξιώματα, καὶ δίδομε κανόνες παραγωγῆς τύπων, δηλαδή κανόνες μορφώσεως (σχηματισμοῦ) τῶν τύπων. Τόσο τὸ πλῆθος τῶν ἀξιωμάτων ὅσο καὶ ἐκεῖνο τῶν κανόνων παραγωγῆς θὰ πρέπει νὰ εἶναι πεπερασμένο. Μὲ τὰ δεδομένα αὐτὰ ἐπιτυγχάνομε πραγματικὰ τὴν ἀνάπτυξη τοῦ Λογισμοῦ ὡς καθαρὰ τυπικῆς θεωρίας, σὲ πλήρη μάλιστα ἀναλογία καὶ σὲ ἐπέκταση τῆς θεωρίας τοῦ σημαντικοῦ Συστήματος. Οἱ ἐξῆς ὀρισμοὶ χρησιμεύουν πρὸς τοῦτο : Ἀποδείξη, στὸν Λογισμό, θὰ εἶναι πεπερασμένη ἀλληλουχία τύπων, τέτοια ὥστε καθένας ἀπὸ τοὺς τύπους τῆς ἀλληλουχίας ἢ νὰ εἶναι ἀξίωμα ἢ νὰ παράγεται ἀπὸ δύο προηγουμένους τύπους σύμφωνα μὲ τὸν κανόνα παραγωγῆς. Ἀποδείξιμος τύπος, ἀλλιῶς θεώρημα, θὰ εἶναι τύπος τοῦ Λογισμοῦ, ὅταν παρουσιάζεται ὡς ὁ τελικὸς τύπος ἀποδείξεως. Τύπος ἀποδείξιμος λέγεται καὶ (λογικὰ) ἀληθὴς, ὅπως (λογικὰ) ψευδὴς λέγεται ὁ μὴ ἀποδείξιμος. Παραγωγή τύπων ἀπὸ σύνολο ἡγομένων λέγεται (λογικὸς) συμπερασμός, ἐνῶ τὸ ἀποτέλεσμα συμπερασμοῦ λέγεται συμπέρασμα. Ἐπαναλαμβάνομε πῶς τόσο οἱ κανόνες μορφώσεως ὅσο καὶ ἐκεῖνοι τῆς παραγωγῆς, μαζὶ μὲ τὰ ἀξιώματα, δὲν ἀναφέρονται σὲ ὅ,τιδὴποτε καὶ εἶναι καθαρὰ τυπικοί. Πρέπει ὅμως νὰ ση-

μειωθῇ πὼς ἡ ἐκλογή τῶν ἐν λόγῳ κανόνων γίνεται κατὰ τέτοιο τρόπο, ὥστε οἱ ὅροι «ἀληθῆς τύπος» καὶ «συμπέρασμα τοῦ Λογισμοῦ» νὰ ἀποτελοῦν «ἐπέκταση» τῶν ὅρων «ἀληθῆς» καὶ «συνεπαγωγή» τοῦ ἀντιστοίχου σημαντικοῦ Συστήματος²⁸.

15. Στὴ συνέχεια θὰ μᾶς ἀπασχολήσουν μερικοὶ ὁρισμοὶ ἀναφορικὰ μὲ τὶς σχέσεις οἱ ὁποῖες ἰσχύουν μεταξὺ ἐνὸς Λογισμοῦ καὶ τοῦ ἀντιστοίχου πρὸς αὐτὸν σημαντικοῦ Συστήματος. Τὸ σημαντικό Σύστημα λέγεται ἐρμηνεία τοῦ Λογισμοῦ, ὅταν σὲ κάθε τύπο τοῦ Λογισμοῦ ἀντιστοιχῇ, μὲ βάση κατάλληλη ἀντιστοιχία, ἀπόφανση τοῦ Συστήματος. Ἀληθῆς ἐρμηνεία λέγεται, ὅταν σὲ κάθε ἀληθῆ τύπο τοῦ Λογισμοῦ ἀντιστοιχῇ ἀληθῆς ἀπόφανση τοῦ σημαντικοῦ Συστήματος, ψευδῆς σὲ ψευδῇ, καὶ ὁ συμπερασμὸς τύπων ἀπεικονίζεται, κατὰ τὴ θεωρούμενη ἀντιστοιχία, σὲ συνεπαγωγή τῶν ἀποφάνσεων, ποὺ ἀντιστοιχοῦν στοὺς ἐν λόγῳ τύπους. Ἄν σὲ ἀληθῇ ἐρμηνεία σημαντικοῦ Συστήματος οἱ σημαντικοὶ κανόνες τοῦ Συστήματος ἀρκοῦν γιὰ τὴν ἀλήθεια καὶ τὴν συνεπαγωγή τῶν εἰκότων ἀληθῶν τύπων καὶ συμπερασμοῦ τοῦ Λογισμοῦ, τότε ὁμιλοῦμε γιὰ λογικὰ ἀληθῆ ἐρμηνεία. Ἡ θεωρηθεῖσα στὴν προηγούμενη παράγραφο κατασκευὴ Λογισμοῦ, ποὺ «ἀντιστοιχεῖ» σὲ διδόμενο σημαντικό Σύστημα, ἔγινε κατὰ τέτοιο τρόπο, ὥστε τὸ Σύστημα αὐτὸ νὰ εἶναι ἀληθῆς ἐρμηνεία τοῦ Λογισμοῦ. Στὴν περίπτωση αὕτὴ λέμε ὅτι ὁ Λογισμὸς εὐρίσκεται σὲ συμφωνία μὲ τὸ σημαντικό Σύστημα.

16. Μὲ ὅσα ἐξετέθησαν εἶναι εὐκόλο νὰ ἰδοῦμε μὲ ποιοὺς τρόπους κατασκευάζεται ἀπ' ἀρχῆς μιὰ Γλῶσσα, ὅταν θέλωμε μὲ αὐτὴν νὰ διατυπώσωμε κάποια ἐπιστημονικὴ θεωρία. Ὅτι, βέβαια, ἔγινε ἕως τώρα ἀφοροῦσε τὴν περίπτωση Γλώσσης, ποὺ ἐδίδετο ἐκ τῶν προτέρων. Ἡ σχετικὴ ἔρευνα ἀρκεῖ ὅμως νὰ μᾶς ὁδηγήσῃ στὸν τρόπο, ποὺ πρέπει ν' ἀκολουθήσωμε, ὅταν δὲν δίδεται ἐκ τῶν προτέρων ἡ Γλῶσσα ἀλλὰ ζητεῖται ἡ κατασκευὴ της. Δύο εἶναι οἱ δρόμοι πρὸς τοῦτο : Ἡ νὰ προτάξωμε, κατὰ τὴν κατασκευή, τὸ σημαντικό μέρος τῆς ἐν λόγῳ Γλώσσης γιὰ ν' ἀκολουθήσῃ ἔπειτα τὸ Συντακτικὸ ἢ νὰ προχωρήσωμε κατὰ τὴν ἀντίστροφο πορεία. Ἄς θεωρήσωμε πὼς ἐργαζόμεθα μὲ τὸν πρῶτο τρόπο. Ξεκινοῦμε μὲ τὴν ἐκλογή τῶν παραστατικῶν καὶ τῶν λογικῶν σημείων καθὼς ἐπίσης καὶ μὲ τὴ μορφή τῶν προτάσεων, ποὺ θὰ σχηματίζονται ἀπὸ τὰ διάφορα εἶδη τῶν σημείων. Θέτομε, στὴ συνέχεια, σημαντικοὺς κανόνες, παραστατικοὺς γιὰ

28. Γιὰ ἓνα πῖνακα σημείων, ἀξιωμάτων καὶ κανόνος παραγωγῆς βλ. P. Rosenbloom, *The Elements of Mathematical Logic*, Dover Publ. Inc. 1950, 38.

τὰ σημεῖα ποὺ σημαίνουν ἀντικείμενα καὶ ιδιότητές των καὶ λογικοὺς γιὰ τὰ λοιπὰ σημεῖα τῆς ἐξεταζομένης θεωρίας. Ὅπως γνωρίζομε ἤδη, οἱ λογικοὶ κανόνες θὰ εἶναι τὰ κριτήρια ἀληθείας τῶν προτάσεων. Μετὰ τὴν κατασκευὴ τῆς Σημαντικῆς ἐρχόμεθα στὴ Συντακτικὴ τῆς πρὸς κατασκευὴν Γλώσσης. Γιὰ τὸν σκοπὸ αὐτὸν θέτομε ὠρισμένα ἀξιώματα (ἀρχικοὺς τύπους) κανόνες (ἢ κανόνα) συμπερασμοῦ. Σύμφωνα μὲ ὅσα γνωρίζομε, ἡ κατασκευὴ τοῦ Σημαντικοῦ μέρους περιορίζεται οὐσιαστικά, ἐφόσον ζητήσωμε τὸ σημαντικὸ Σύστημα (ἢ Γλώσσα) νὰ εἶναι ἀληθῆς ἐρμηνεία τοῦ Λογισμοῦ. Κατὰ τὸν δεύτερο τρόπο, προηγεῖται ἡ κατασκευὴ τοῦ Λογισμοῦ καὶ ἀκολουθεῖ ἡ Σημαντικὴ τῆς πρὸς κατασκευὴν Γλώσσης. Ξεκινοῦμε καὶ τώρα ἀπὸ τὴν ἐκλογὴ τῶν σημείων καὶ τῶν κανόνων σχηματισμοῦ (μορφώσεως) τῶν διαφόρων τύπων. Θέτομε ἔπειτα τὰ ἀξιώματα (τοὺς ἀρχικοὺς τύπους) καὶ δίδομε τὸν ἢ τοὺς κανόνες παραγωγῆς τῶν τύπων. Ἐχομε ἔτσι ὀρίσει, κατὰ τρόπο αὐθαίρετο, τί θὰ καλοῦμε ἀληθὲς κατὰ τὸν Λογισμό καὶ πῶς θὰ συμπεραίνεται ἓνας τύπος ἀπὸ ἄλλους. Ὁ μόνος περιορισμὸς κατὰ τήν, κατὰ τὰ ἄλλα ἐλεύθερη, ἐκλογὴ τῶν ἀξιωμάτων καὶ τῶν κανόνων παραγωγῆς θὰ εἶναι, ὅπως εἶναι φυσικό, **λ ό γ ο ι σ κ ο π ι μ ό τ η τ ο ς**. Στὸν ἀνερμήνευτο ἀκόμη αὐτὸν Λογισμό δίδομε, στὴ συνέχεια, ἐρμηνεία κατὰ τὸν ἀκόλουθο τρόπο : Καθορίζομε πρῶτα ποιά ἀπὸ τὰ σημεῖα τοῦ Λογισμοῦ θὰ εἶναι παραστατικά καὶ ποιά λογικά, ἔχοντας καὶ πάλιν ὡς πρὸς τὸν καθορισμὸ αὐτὸν κάποιο βαθμὸ αὐθαιρεσίας. Κατόπιν δίδομε τοὺς σημαντικοὺς καὶ τοὺς λογικοὺς κανόνες μαζί μὲ τὰ σημεινόμενα καὶ τὰ κριτήρια ἀληθείας. Καὶ ὅσον ἀφορᾷ τοὺς παραστατικούς κανόνες, ἐκλέγομε τὸ **π ε δ ί ο τ ὼ ν ἀ ν τ ι κ ε ι μ έ ν ω ν**, δηλαδή τῶν πραγμάτων καὶ τῶν ιδιοτήτων των, μὲ τίς ὁποῖες ἀσχολεῖται ἡ πρὸς κατασκευὴν Γλώσσα, καὶ ὀρίζομε κάποιο οὐσιαστικὸ γιὰ κάθε ἀντικείμενο καὶ κάποιο κατηγορήμα γιὰ κάθε ιδιότητα ἀντικειμένου. Ὅσον ἀφορᾷ τοὺς λογικοὺς κανόνες, αὐτοὺς τοὺς ἐκλέγομε μὲ μεγάλο βαθμὸ ἐλευθερίας, ἀκόμη καὶ στὴν περίπτωσι ποὺ θέτομε τὸ αἶτημα νὰ εἶναι τὸ πρὸς κατασκευὴν σημαντικὸ Σύστημα λογικὰ ἀληθῆς ἐρμηνεία τοῦ Λογισμοῦ μας.

17. Εἴμαστε τώρα σὲ θέσι ν' ἀποκριθοῦμε στὸ ἐρώτημα, ποὺ ἐθέσαμε στὴν ἀρχὴ τῆς μελέτης σχετικὰ μὲ τὴ συμβατικότητα ἢ μὴ τῆς Λογικῆς. Τὸ ἐρώτημα αὐτὸ εἶχε ὡς ἐξῆς : Εἶναι οἱ ἀρχές τῆς Λογικῆς πραγματικὰ αὐθαίρετες ἢ ἀποκλείεται μιὰ τέτοια ἐλεύθερη ἐκλογὴ τῶν λογικῶν ἀρχῶν; Μὲ βάση τὴν ἀνάλυσιν ποὺ ἔγινε ἀνωτέρω, ἡ ἀπόκρισι στὸ ἐρώτημα δὲν παρουσιάζει δυσκολία, μὲ τὴν προϋπόθεσιν πῶς, συμπληρωματικά, θὰ λάβωμε ὑπ' ὄψει καὶ τοὺς ἀκολουθοὺς ὀρισμοὺς καὶ παρατηρήσεις. **Λ ο γ ι κ ῆ ἐ ρ μ η ν ε ί α Λ ο γ ι σ μ ο ὦ** λέγεται τὸ σημαντικὸ Σύστημα τοῦ Λο-

γισμού, όταν ὁ λ ο ι οί τύποι τοῦ Λογισμοῦ (κατὰ τὴν ἀντιστοιχία πού ἐθέσαμε στὴν προηγούμενη παράγραφο) μεταβαίνουν σὲ λογικὲς ἀποφάνσεις τοῦ Συστήματος. Ἀλλιῶς ἔχομε π α ρ α σ τ α τ ι κ ῆ ἑ ρ μ η ν ε ί α. Ἀντὶ γιὰ λογικὴ ἐρμηνεία Λογισμοῦ, λέμε γιὰ συντομία λ ο γ ι κ ὸ ς Λ ο γ ι σ μ ὸ ς. Στούς λογικοὺς Λογισμοὺς ἀνήκουν καὶ οἱ Λογισμοί, ἀπὸ τοὺς ὁποίους ἀποτελεῖται ἡ Συμβολικὴ Λογικὴ, δηλαδή ὁ ἀποφαντικὸς Λογισμός, ὁ περιορισμένος καὶ ὁ εὐρύτερος συναρτησιακὸς (κατηγορηματικὸς) Λογισμός. Ἀπὸ αὐτοὺς ὁ ἀποφαντικὸς Λογισμὸς ἔχει τὴ δομὴ τῆς Γλώσσης, πού ἀνωτέρω ἐξετάσαμε, δίχως φυσικὰ τὰ παραστατικὰ σημεῖα, καὶ ὅταν στὴ θέση των ληφθοῦν ἀποφαντικὲς μεταβλητές, ἐνῶ ὡς ἀξιώματα ἔχομε π.χ. ὅσα ἀναφέρουν οἱ D. Hilbert - W. Ackermann²⁹. Ὁ περιορισμένος συναρτησιακὸς Λογισμὸς περιέχει τὸν ἀποφαντικὸ Λογισμὸ καὶ ἐπὶ πλέον ἄ τ ο μ ι κ ῆ ς μεταβλητὲς (δηλαδή μεταβλητὲς γιὰ πράγματα πού καλοῦμε ἄτομα), γ ε ν ι κ ῆ ς ἀποφάνσεις (ἐκεῖνες πού περιέχουν τὸ νέο λογικὸ σημεῖο «ὑπάρχει (στοιχεῖο), ὥστε»). Ὡς ἀξιώματα τοῦ συναρτησιακοῦ Λογισμοῦ ἔχομε, πλὴν ἐκείνων τοῦ ἀποφαντικοῦ Λογισμοῦ, καὶ εἰδικὰ ἀξιώματα ἀναφερόμενα στὰ λογικὰ σημεῖα «γιὰ κάθε» καὶ «ὑπάρχει, ὥστε». Ἀναλογία ὑπάρχει καὶ στὸν εὐρύτερο συναρτησιακὸ Λογισμό, ὅπου λείπουν ἐπίσης τὰ παραστατικὰ σημεῖα, ὅπου ὁμως τώρα ἔχομε τρία εἶδη μεταβλητῶν, τὶς ἀτομικὲς, τὶς ἀποφαντικὲς καὶ τὶς κατηγορικὲς.

Μετὰ τοὺς ὁρισμοὺς καὶ τὶς παρατηρήσεις αὐτές, ἐρχόμεθα στὴν ἀπάντηση τοῦ τεθέντος στὴν ἀρχὴ τῆς παραγράφου ἐρωτήματος. Γιὰ τὴν ἀπάντηση αὐτὴ διακρίνομε δύο περιπτώσεις: Ἄν κατὰ τὴν κατασκευὴ μιᾶς Γλώσσης ἀναχωροῦμε πρῶτα ἀπὸ τὸν Λογισμό καὶ ἔπειτα μεταβαίνομε στὴ Σημαντικὴ τῆς Γλώσσης, τότε ὑπάρχει ἐλευθερία ὡς πρὸς τὴν ἐκλογὴ τῶν κανόνων καὶ ἀξιωμάτων τοῦ Λογισμοῦ (κανόνων τύπων καὶ παραγωγῆς). Συνεπῶς, στὴν περίπτωση τῆς (συμβολικῆς) Λογικῆς ὑπάρχει αὐθαιρεσία στὶς ἀρχές της. Ὡστε ζήτημα ἀ ν τ ι κ ε ι μ ε ν ι κ ῆ ς ἀληθείας ἢ ὀρθότητος τοῦ ἐν λόγῳ Λογισμοῦ δὲν ἔχει καθ' ὅλοκληρίαν νόημα. Γιὰ κάθε διδόμενο σ υ μ β ι β α σ τ ὸ (μὴ ἀντιφατικὸ) Λογισμό εἶναι δυνατὴ ἀληθὴς ἐρμηνεία του. Ἄν ὁμως κατὰ τὴν κατασκευὴ μιᾶς Γλώσσης προηγεῖται ἡ Σημαντικὴ της, δίδονται ἐπομένως οἱ σημασίες τῶν λογικῶν σημείων προτοῦ διατυπωθοῦν οἱ κανόνες παραγωγῆς, τότε ἀποκλείεται ἡ δυνατότης ἐλευθέρας ἐκλογῆς τῶν λογικῶν κανόνων. Στὴν περίπτωση ἄρα τῆς Λογικῆς οἱ ἀρχές της ἀποκλείεται νὰ εἶναι συμβατικές.

29. D. Hilbert - W. Ackermann, *Grundzüge der theoretischen Logik*, Wien, Springer 1959², 22 - 23.

Τὰ ἀνωτέρω ἐπιτρέπουν νὰ ἐξηγήσωμε τὴ δυνατότητα ὑπάρξεως καὶ ἄλλων λογικῶν Συστημάτων πλὴν ἐκείνου τῆς Ἀριστοτελικῆς Λογικῆς. Ἦδη ἐκάναμε λόγον, στὴν ἀρχὴ τῆς μελέτης, γιὰ τὴν Ἑνορατική, τὴν Πολυσήμαντη Λογικὴ κ.ἄ. Καὶ ἄλλοι ἀκόμη διάφοροι τύποι Λογικῆς ἡμποροῦν νὰ μελετηθοῦν εἰς τὸ μέλλον. Ὁ ἰσχυρισμὸς ὅτι αὐτὸ ἢ ἐκεῖνο ἀπὸ τὰ λογικὰ αὐτὰ Συστήματα εἶναι τὸ ὀρθότερο δὲν ἔχει, ὅπως ἐτονίσσαμε, νόημα. Τὸ ζήτημα εἶναι μόνο, ποῖο ἀπὸ τὰ ἐν λόγω Συστήματα εἶναι χρησιμώτερο εἴτε καταλληλότερο εἴτε ἀκόμη καὶ σκοπιμώτερο γιὰ τὶς ἐφαρμογὰς τῆς Λογικῆς, ποὺ ἐξετάζομε. Γι' αὐτὸ καὶ εἶναι ἄλλωστε ἀπαραίτητο νὰ εἶναι κανεῖς ἀπόλυτα ἐνημερωμένος γιὰ τὸν **σ υ μ β α τ ι κ ὸ π α ρ ἄ γ ο ν τ α**, ποὺ ἐπεμβαίνει κάθε φορὰ στὴ σχετικὴ ἔρευνα.

18. Ἄν θέλωμε τώρα νὰ ἐφαρμόσωμε ὅσα ἐκθέσαμε καὶ στὴν ἐπιστήμη τῶν Μαθηματικῶν, δὲν ἔχομε παρὰ νὰ σκεφθοῦμε, πὼς ἓνας μαθηματικὸς Λογισμὸς εἶναι κι αὐτὸς ἓνα εἶδος ἐπεκτεταμένου λογικοῦ Λογισμοῦ, περισσότερο βέβαια πολυπλοκώτερος ἀπὸ ὅσους ἐξετάσαμε ὡς τώρα. Ἐνας μαθηματικὸς Λογισμὸς εἶναι ἐκεῖνος ὁ Λογισμὸς, τοῦ ὁποίου κατάλληλη ἐρμηνεία ἡμπορεῖ νὰ γίνῃ μὲ **ἀ ρ ι θ μ ο ὺ ς ἢ ἀ ρ ι θ μ η τ ι κ ἔ ς σ υ ν α ρ τ ῆ σ ε ι ς**. Στὸν ὅρισμό αὐτὸν περιλαμβάνομε καὶ γεωμετρικοὺς Λογισμούς, ἀρκεῖ νὰ λάβωμε ὑπ' ὄψιν τὴν, κατὰ τοὺς νεώτερους χρόνους, **ἀ ν α λ υ τ ι κ ῆ ἀ ν ἄ π τ υ ξ η** τῆς Γεωμετρίας. Ἐξ ἄλλου, ἀποδεικνύεται ὅτι ὁλόκληρο τὸ οἰκοδόμημα τῶν κλασικῶν Μαθηματικῶν ἡμπορεῖ νὰ δομηθῇ μὲ βάση τὸν ἀριθμητικὸ Λογισμό τῶν φυσικῶν (δηλαδή τῶν ἀκεραίων καὶ θετικῶν) ἀριθμῶν³⁰.

19. Ἡ μελέτη ἀναφορικὰ μὲ τὴ σχέση Γλώσσης καὶ Μαθηματικῶν, ἡμπορεῖ κανεῖς νὰ εἰπῇ, ὅτι ξεκίνησε ἀπὸ τὴ θέση, ποὺ πῆραν οἱ Ἑνορατικοὶ σχετικὰ μὲ τὴ φύση, κατ' αὐτούς, τῆς μαθηματικῆς ἐπιστήμης³¹. Γιὰ τοὺς Ἑνορατικοὺς τὰ Μαθηματικά δὲν πρέπει νὰ θεωροῦνται σύνολο ἀπὸ κανόνες καὶ θεωρήματα, ἀλλὰ βασικὸ μέρος τῆς νοητικῆς δραστηριότητος τοῦ ἀνθρώπου. Γι' αὐτὸ καὶ ἡ ἔρευνα τῆς θεμελιώσεως τῶν Μαθηματικῶν δὲν χωρίζεται ἀπὸ τὴ μελέτη τῶν συνθηκῶν, ποὺ προκαλοῦν τὴ μαθηματικὴ δραστηριότητα τοῦ νοῦ. Σὲ ἀντίθεση μὲ τὴν ἄποψη αὐτὴ τῶν Ἑνορατικῶν, παλαιότεροι μαθηματικοὶ ἐπρέσβευαν ὅτι, γιὰ νὰ εἰσδύσῃ

30. Βλ. καὶ G. Hasenjaeger, *Introduction to the Basic Concepts and Problems of Modern Logic*, Dordrecht, Reidel 1972, 30 καὶ 40, σημ. 5. (Μετάφραση τῆς γερμανικῆς ἐκδόσεως).

31. Βλ. A. Fraenkel καὶ Y. Bar-Hillel, *Foundations of Set Theory*, Amsterdam, North-Holland Publ. Co 1958, 207 ἐπ.



κάνεις στην ουσία των Μαθηματικών, θα πρέπει να προβή σε ἀ φ α ί ρ ε σ η από τις κάθε φορά υποκειμενικές λειτουργίες του νοῦ, στις όποιες όφείλεται ή μαθηματική δραστηριότης. Τα Μαθηματικά είναι, κατ' αντικειμενικό τρόπο, προσιτά στη λογική έρευνα, έφ' όσον θα ήθελε να τα ένσωματώσει κανείς στις μορφές έκφράσεως, που προσφέρει ή μαθηματική Γλώσσα³².

Ή έρευνα όμως για τη σχέση Γλώσσης και Μαθηματικών έντάσσεται στο γενικώτερο θέμα της σχέσεως σκέψεως και Γλώσσης, ένα από τα βασικά δηλ. προβλήματα της Φιλοσοφίας της Γλώσσης. Ήδη στην παράγραφο 5 μιλήσαμε για την αλληλεξάρτηση, που υπάρχει μεταξύ σκέψεως και Γλώσσης. Είναι αλήθεια πώς, σε μιá επιπόλαιη παρατήρηση, ή σκέψη δέν φαίνεται να είναι σ υ μ φ υ ή ς με τη γλωσσική της έκφραση. Ή συντελούμενη όμως, σύμφωνα με την άποψη αυτή, διαφοροποίηση της νοητικής λειτουργίας από τη γλωσσική της έκφραση, δέν είναι μόνο αντίθετη με την επικρατούσα σήμερα γνώμη, αλλά και έρχεται σε αντίθεση και με τη διδασκαλία του ίδιου του Πλάτωνος (περ. 429-περ. 348 π. Χ.), όπως αργότερα και με εκείνη άλλων κορυφαίων φιλοσόφων. Έξ άλλου, από την έρευνα της σχέσεως μεταξύ σκέψεως και Γλώσσης εξαρτάται, όπως είπαμε (βλ. παράγρ. 7), και εκείνη πολλών άλλων, φιλοσοφικής φύσεως, προβλημάτων της Γλώσσης.

20. Στα άνωτέρω εξετάσθηκε με ποιό τρόπο ή Συντακτική και ή Σημαντική χρησιμεύουν στην έρευνα της Γλώσσης. Με την έρευνα όμως αυτή δόθηκε μαζί και το μέσον για την ανάλυση των μορφών της σκέψεως. Όπως είδαμε, ή Συντακτική ασχολείται με τη δόμηση της Γλώσσης από τα στοιχεία της, ως τυποποιημένο σύστημα. Ή Σημαντική δίνει περιεχόμενο στις έκφράσεις, που μορφώνονται από τα στοιχεία της τυποποιημένης Γλώσσης, και προβαίνει στην ανάλυση του φορμαλιστικού (τυποποιημένου) αυτού γλωσσικού συστήματος. Όμως για να μεταφέρουμε τα άφηρημένα σύμβολα (στοιχεία) στην έννοιολογική Γλώσσα της γνώσεως, πρέπει να βρούμε αντικείμενα, που τα παριστάνουν αυτά τα σύμβολα. Ωστε το πρόβλημα δέν εύρίσκεται στο αν ή Συντακτική και ή Σημαντική έρευνούν τη σκέψη, αλλά, στο πώς γίνεται αυτό, και αν είναι δυνατόν να περιλάβουμε όλες τις πλευρές της σκέψεως με τις μεθόδους που εκείνες δημιουργούν³³.

Έτονίσαμε ήδη ότι στους νεώτερους χρόνους ή Γλώσσα έπηρε μια πολύ πιο πλατειά σημασία απ' όσο παλαιότερα συνήθιζαν να έννοούν με

32. Βλ. Beth 69.

33. Kornin 291 έπ.

τὸν ὄρο αὐτόν. Ἔτσι μᾶς εἶναι κατανοητό, σ' ὅλη του τὴν ἔκταση, τὸ περίφημο ἀπόφθεγμα τοῦ Δανοῦ φυσικοῦ Nils Bohr (1885-1962) : *Τὰ Μαθηματικά! Αὐτὰ εἶναι περισσότερο ἀπὸ μιὰ ἐπιστήμη, εἶναι ἡ Γλῶσσα ὅλων τῶν ἐπιστημῶν.* Ἀλλὰ καὶ κάθε ἐπιστήμη εἶναι, σύμφωνα μὲ τὰ ἐκτεθέντα, μιὰ Γλῶσσα. Ὡστε, στὴν πραγματικότητα τὰ Μαθηματικά εἶναι ἡ γενικὴ, ἡ παγκόσμια Γλῶσσα τῆς ἐπιστήμης. Ὅπωςδήποτε, εἶναι ἀναμφισβήτητο ὅτι ἡ μαθηματικὴ σκέψη ἀποτελεῖ μιὰ ἀπὸ τὶς σπουδαιότερες λειτουργίες τοῦ νοῦ, μιὰ λειτουργία χάρις στὴν ὁποία ὁ ἄνθρωπος ὄχι μόνο εἰσδύει στὰ μυστικά τῆς Φύσεως ἀλλὰ καί, σὲ κάποια ἔκταση, κυριαρχεῖ ἐπ' αὐτῆς.

21. Τέλος, γιὰ ἓνα ἀκόμη πρόβλημα, στὸ ὁποῖον ἔχομε τὴν πρόθεση νὰ ἐπανέλθωμε λεπτομερέστερα σὲ ἄλλη εὐκαιρία, θεωροῦμε σκόπιμο νὰ προσθέσωμε λίγες γραμμές. Ὑπάρχει σκέψη δίχως Γλῶσσα; Γιὰ τὸ τόσο ἐνδιαφέρον αὐτὸ θέμα, ποὺ ἀπασχόλησε πολλοὺς ἐρευνητάς, ἄς μᾶς ἐπιτραπῇ νὰ ἀναφέρωμε ἐδῶ ὄχι μόνο τὴ γνώμη ἑνὸς φυσιοδίφου, τοῦ Wilhelm von Humboldt (1767-1835), ὁ ὁποῖος λέγει «*σκεπτόμαστε ὅπως μιλάμε*», ἀλλὰ καὶ τὴ γνώμη ἑνὸς μαθηματικοῦ, τοῦ καθηγητοῦ τοῦ Πανεπιστημίου τῆς Ζυρίχης, B. L. van der Waerden ποὺ εἶχε τὴν εὐκαιρία νὰ διατυπώσῃ στὸ Συμπόσιο μὲ θέμα *Thinking and Speaking*, τοῦ ὁποῖου τὰ Πρακτικά ἐξέδωκε ὁ ἐκδοτικὸς οἶκος North-Holland στὸ Amsterdam³⁴. Κατὰ τὸν Van der Waerden, ἡ σύλληψη γεωμετρικῶν ἐννοιῶν ἡμπορεῖ νὰ γίνῃ ἀπὸ παραστάσεις ὁράσεως καὶ κινήσεως δίχως τὴ μεσολάβηση λεκτικῶν παραστάσεων. Αὐτὸ σημαίνει πὼς στὴ γεωμετρικὴ σκέψη, ἡ Γλῶσσα ἀκολουθεῖ τὴ σκέψη. Τὸ ἴδιο ὅμως ἰσχύει, κατὰ τὸν αὐτὸν ἐρευνητὴ, καὶ γιὰ τὴ λογικὴ (ὅπως καὶ γιὰ τὴν πρακτικὴ) σκέψη. Ἐδῶ ἡ λογικὴ σύνδεση μεταξὺ καταστάσεων, ἐκφραζομένη π.χ. μὲ τὸ μόριον «διότι», ἔχει ὡς βάση τὴν ἀνάμνησιν τῆς πορείας στὴ σκέψη, καὶ ἡ ἀνάμνησις εἶναι ἐκείνη, ποὺ μᾶς ὁδηγεῖ ἀπὸ ἡγούμενες σὲ ἐπόμενες προτάσεις. Μὲ τοὺς συλλογισμοὺς αὐτοὺς, στὸ οὐσιαστικὸ τῶν μέρους, φθάνει ὁ ἐν λόγῳ ἐρευνητὴς στὸ συμπέρασμα, ὅτι εἶναι δυνατὴ σκέψη δίχως Γλῶσσα.

Τί λέγουν ὅμως καὶ ἐκεῖνοι, ποὺ ἀντιτίθενται στὸν ἰσχυρισμὸ αὐτόν, τουλάχιστον ἀναφορικὰ μὲ τὴ μαθηματικὴ σκέψη; Ἡ μαθηματικὴ σκέψη εἶναι ἀφηρημένη, εἶναι σκέψη μὲ ἐννοιες καὶ οἱ ἐννοιες δὲν εἶναι ἀντικείμενα τῆς ἐπαισθήσεως. Ὁ μόνος τρόπος, γιὰ νὰ ἐργασθῇ κανεὶς μὲ γενικὲς παραστάσεις, ποὺ εἶναι οἱ ἐννοιες, εἶναι νὰ τὶς ἀντικαταστήσῃ μὲ σύμβολα. Πολὺ καλά, ἀπαντᾷ ὁ Van der Waerden, *εἶναι ὅμως ἀνάγκη τὰ*

34. Τὴν ὑπόδειξη γιὰ τὴν ἐργασία τοῦ Van der Waerden καὶ ἀνάτυπό της ὀφείλομε στὸ εὐγενικὸ ἐνδιαφέρον τοῦ καθηγητοῦ Α. Szabó, Βουδαπέστη.

σύμβολα νὰ εἶναι λέξεις; Κατὰ τὴ γνώμη του, ὄχι: Ἡ σκέψη δημιουργεῖ γιὰ κάθε ἔννοια ἓνα σύμβολο. Ὡς σύμβολο ἐνὸς γένους ἡμπορεῖ κανεὶς νὰ λάβῃ ἓνα μεμονωμένο ἀντικείμενο τοῦ γένους. Πρέπει ὅμως νὰ μὴ μείνῃ κανεὶς σ' αὐτό: Δὲν πρέπει νὰ σκεφθῇ μονάχα αὐτὸ τὸ ὑπόδειγμα. Τὸ σύμβολο ἡμπορεῖ ἀκόμη νὰ εἶναι μιὰ λέξις. Ὅ,τι λέγεται, προσθέτει ὁ Van der Waerden, ἀφορᾷ τὴ συνειδητὴ σκέψη, ἀλλιῶς ἡ σκέψη ἔχει πιθανῶς ἀκόμη λιγώτερη σχέση μὲ τὴ Γλῶσσα.

LOGIC, LANGUAGE AND MATHEMATICS

S u m m a r y.

Starting from theories which were advanced recently by several authors concerning the source of the principles of logic and their linguistic-conventionalistic approach, a discussion of the problem of the analysis of a language according to R. Carnap is given in this paper. This analysis serves not only the better understanding of the above mentioned theories, but also a profound study of the relation between thought and language, as well as of the basic problem concerning the foundation of logic.

Moreover, the analysis of a language applies to any science, especially to pure Mathematics. For methodological purposes, an introductory investigation of the development of logic and the philosophy of language is given at the beginning. Finally, the question arises, if there is thought without language. Certain views about the answer are sketched in. The author intends to investigate this matter in more detail in a future paper.

Athens

Philon Vassiliou