ÁRPÁD SZABÓ, Βουδαπέστη

Ο ΑΝΑΞΙΜΑΝΔΡΟΣ ΚΑΙ Ο ΓΝΩΜΩΝ*

Ὁ Ἀναξίμανδρος, ὁ Μιλήσιος φιλόσοφος, ἔζησε στὸν ἕκτο αἰῶνα πρὸ Χριστοῦ. Τὰ δεδομένα μας γιὰ τὴ ζωὴ καὶ τὸ ἔργο του εἶναι ἐλλειπῆ, καὶ σὲ πολλὲς περιπτώσεις δὲν εἶναι ἀξιόπιστα. Παρ' ὅλα αὐτά, οἱ εἰδήσεις γιὰ τὸν «γνώμονα» καὶ τὰ ἐπιτεύγματά του μὲ τὸ ὄργανο αὐτὸ εἶναι ἀξιοσημείωτες. Ἔχομε τρεῖς διάφορες πηγές, ποὺ ἰσχυρίζονται περίπου τὸ ἴδιο σχετικά· τὸν Διογένη Λαέρτιο, τὸν βιογράφο τῶν φιλοσόφων ἀπὸ τὸν δεύτερο αἰῶνα, τὸν ἐπίσκοπο Εὐσέβιο ἀπὸ τὸν τέταρτο αἰῶνα, καὶ τὸ Λεξικό, τὸ λεγόμενο Σοῦδα.

Αὐτὸ ποὺ ὁ Εὐσέβιος μᾶς λέγει, ὅτι ὁ Ἀναξίμανδρος κατεσκεύασε πρῶτος γνώμονας *πρὸς διάγνωσιν τροπῶν τε ἡλίου καὶ χρόνων καὶ ὡρῶν καὶ ἰσημερίας* μοιάζει πολὺ μὲ αὐτὸ ποὺ γράφει ὁ Διογένης Λαέρτιος, ὅτι ὁ Ἀναξίμανδρος ἔστησε ἕνα γνώμονα στὴ Σπάρτη, κατὰ λέξη: *τροπάς τε καὶ ἰσημερίας σημαίνοντα.*

Σχετικὰ μὲ αὐτὸ ἐπιθυμῶ νὰ ὑπογραμμίσω τὰ ἑξῆς: οἱ σύγχρονοι ἐρευνηταὶ συχνὰ θεωροῦν τὸν γνώμονα ὡς ἁπλὸ ἡλιακὸ ὡρολόγιο, ὁ προορισμὸς τοῦ ὁποίου θὰ συνίστατο στὸ νὰ δείχνη τὸν χρόνο ποὺ περνᾶ μεταξὺ ἀνατολῆς καὶ δύσεως τοῦ ἡλίου, δηλαδὴ τὸν χρόνο διαιρεμένο σὲ ὧρες. Ἀναμφισβήτητα οἱ κατασκευασμένοι ἀργότερα γνώμονες χρησιμοποιοῦνται καὶ γιὰ τὸν σκοπὸν αὐτό. Ἀλλὰ καὶ ὁ Ἀναξίμανδρος μεταχειρίσθηκε ἤδη τὸν γνώμονα μὲ αὐτὸν τὸν σκοπό; Στὸ σπουδαῖο νέο βιβλίο τοῦ μαθηματικοῦ van der Waerden[1] γιὰ τὶς ἀρχὲς τῆς ἀστρονομίας ὑπάρχει ἕνα κεφάλαιο στὸ ὁποῖο ἔδωσε τὸν τίτλο: Gnomon und Studenteilung. Ἐδῶ ἀναφέρει καὶ τὸν γνώμονα τοῦ Ἀναξιμάνδρου, ποὺ ἔδειχνε ἀκόμα καὶ τὰ ἡλιοστάσια καὶ τὶς ἰσημερίες (der auch die Wenden und die Gleichen aufzeigte). Νομίζω πὼς αὐτὴ ἡ ἐξήγηση εἶναι ἀπατηλὴ ἢ τουλάχιστον μπορεῖ νὰ παρεξηγηθῆ.

Στὶς πηγὲς δὲν ἀναφέρεται καθόλου, ὅτι ὁ Ἀναξίμανδρος ἐσκόπευε νὰ μετράη τὸ πέρασμα τῶν ὡρῶν ἀπὸ τὸ πρωΐ ἕως τὴ νύχτα. Ὁ γνώμων του δὲν ἦταν ἡλιακὸ ὡρολόγιο μ' αὐτὴν τὴν ἔννοια, ἀλλὰ μὲ τὴν ἔννοια ποὺ

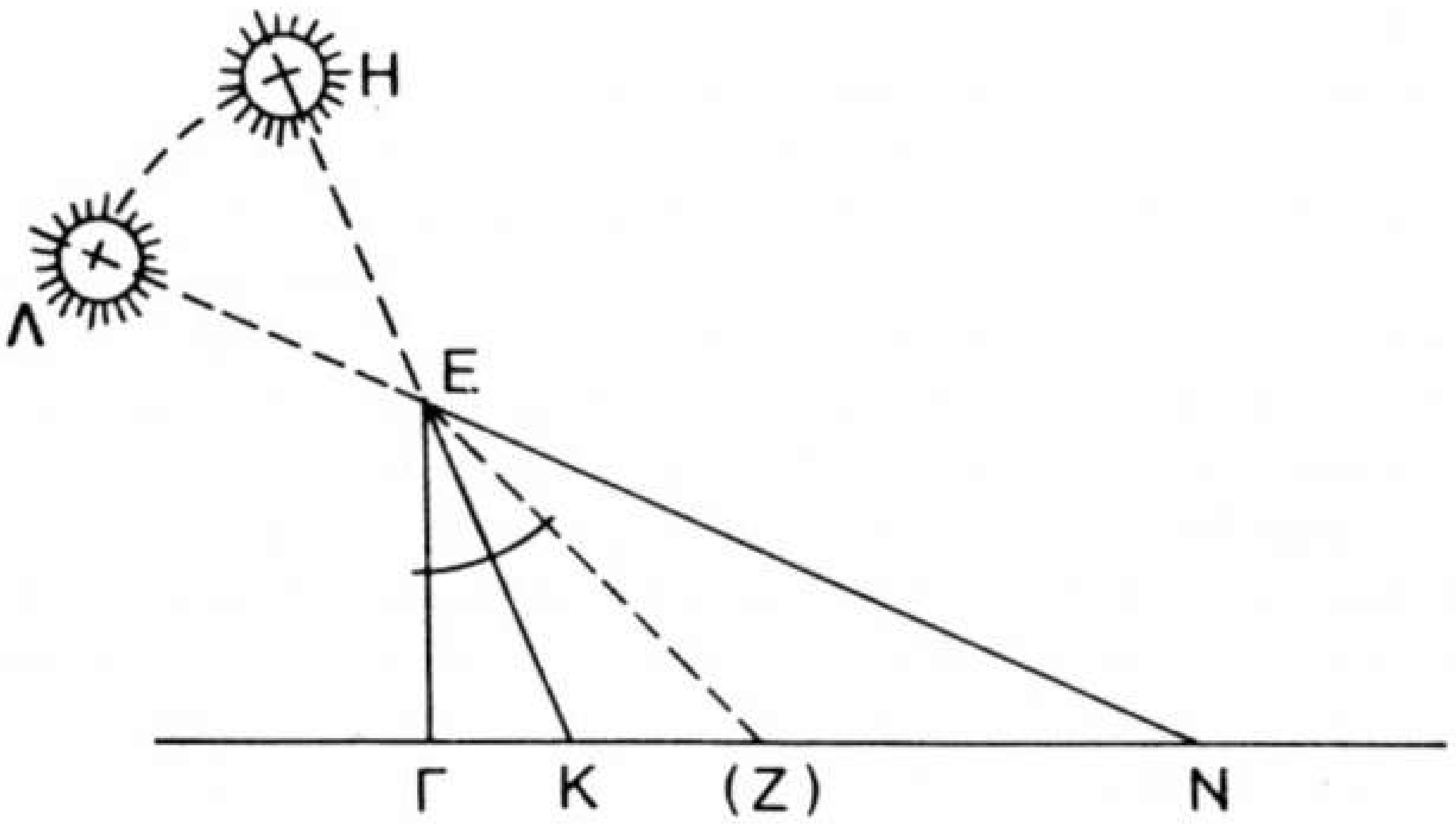
* Πλῆρες κείμενο τῆς Ἀνακοινώσεως τοῦ Ἀντεπιστέλλοντος μέλους τῆς Ἀκαδημίας Ἀθηνῶν καθηγητοῦ Árpád Szabó, ἡ ὁποία ἔγινε ἑλληνικὰ κατὰ τὴν Συνεδρία τῆς Ὁλομελείας τῆς Ἀκαδημίας Ἀθηνῶν τῆς 24.11.1977 (βλ. ΠΑΑ 52 [1977] 158*-159*).

1. Anfänge der Astronomie, Groningen (χωρὶς χρονολογία).

μετροῦσε ἡλιοστάσια (κυριολεκτικά· *τὰς τροπὰς τοῦ ἡλίου*) καὶ τὶς ἰσημερίες. Ἔτσι κατὰ τὴ δική μου ἀντίληψη ὁ γνώμων τοῦ Ἀναξιμάνδρου ἦτο ἀστρονομικὸ ὄργανο. Καὶ ἐμεῖς πρέπει τώρα νὰ κατανοήσωμε, πῶς μεταχειρίσθηκε αὐτὸ τὸ ὄργανο ὁ Ἀναξίμανδρος, ὁ ὁποῖος ἔμεινε στὴ μνήμη τῶν μετέπειτα ἐποχῶν ὡς κάποιος ποὺ μὲ αὐτὸ τὸ ὄργανο ἔκαμε κάτι, ποὺ οἱ ἄλλοι δὲν ἠδύναντο νὰ κάμουν.

Ἐπειδὴ ἰσχυρίσθηκα, ὅτι ὁ γνώμων ἦταν προπαντὸς ἀστρονομικὸ ὄργανο, ἂς δοῦμε πῶς καὶ μὲ ποιὸν σκοπὸ τὸν χρησιμοποιεῖ — ὄχι ὁ Ἀναξίμανδρος, ἀλλὰ πολὺ ἀργότερα, τὸν δεύτερο αἰῶνα μετὰ Χριστόν, ὁ Κλαύδιος Πτολεμαῖος. Στὸ μεγάλο του ἔργο *Μαθηματικὴ Σύνταξις* τὸ πέμπτο κεφάλαιο τοῦ δεύτερου βιβλίου ἔχει ὡς τίτλο: *Πῶς ἀπὸ τῶν ἐκκειμένων οἱ λόγοι τῶν γνωμόνων πρὸς τὰς ἰσημερινὰς καὶ τροπικὰς ἐν μεσημβρίαις σκιὰς λαμβάνονται*. Δηλαδή, πῶς εἶναι δυνατὸ νὰ ὑπολογισθῆ (ἐκ τῶν προτέρων) τὸ μῆκος τῆς μεσημβρινῆς σκιᾶς τοῦ γνώμονος σὲ τρεῖς ἢ τέσσερεις σπουδαῖες ἡμερομηνίες, ἤτοι κατὰ τὸ θερινὸ (=καλοκαιρινὸ) καὶ χειμερινὸ ἡλιοστάσιο καὶ κατὰ τὴν ἐαρινὴ καὶ φθινοπωρινὴν ἰσημερία (φυσικά, ἡ μεσημβρινὴ σκιὰ μετρημένη κατὰ τὶς δυὸ ἰσημερίες θὰ ἔχη τὸ ἴδιο μῆκος).

Ἂς δοῦμε πρῶτα ἀπ' ὅλα τὸ διάγραμμα ποὺ μᾶς δίνει στὸ βιβλίο του ὁ ἴδιος ὁ Πτολεμαῖος (Σχῆμα 1).



1. Ἡ εὐθεῖα ΓΕ εἶναι ὁ κάθετος γνώμων ὀρθός.

2. ΓΚ εἶναι ἡ μεσημβρινὴ σκιὰ τοῦ γνώμονος, ἡ μικρότερη πρὸς τὸ καλοκαιρινὸ ἡλιοστάσιο. Ὁ ἥλιος στέκει σχηματικὰ πρὸς τὸ σημεῖο Η, ποὺ εἶναι τὸ μεσημβρινὸ σημεῖο, τὸ πιὸ ψηλὸ τοῦ οὐρανίου σταδίου τοῦ ἡλίου.

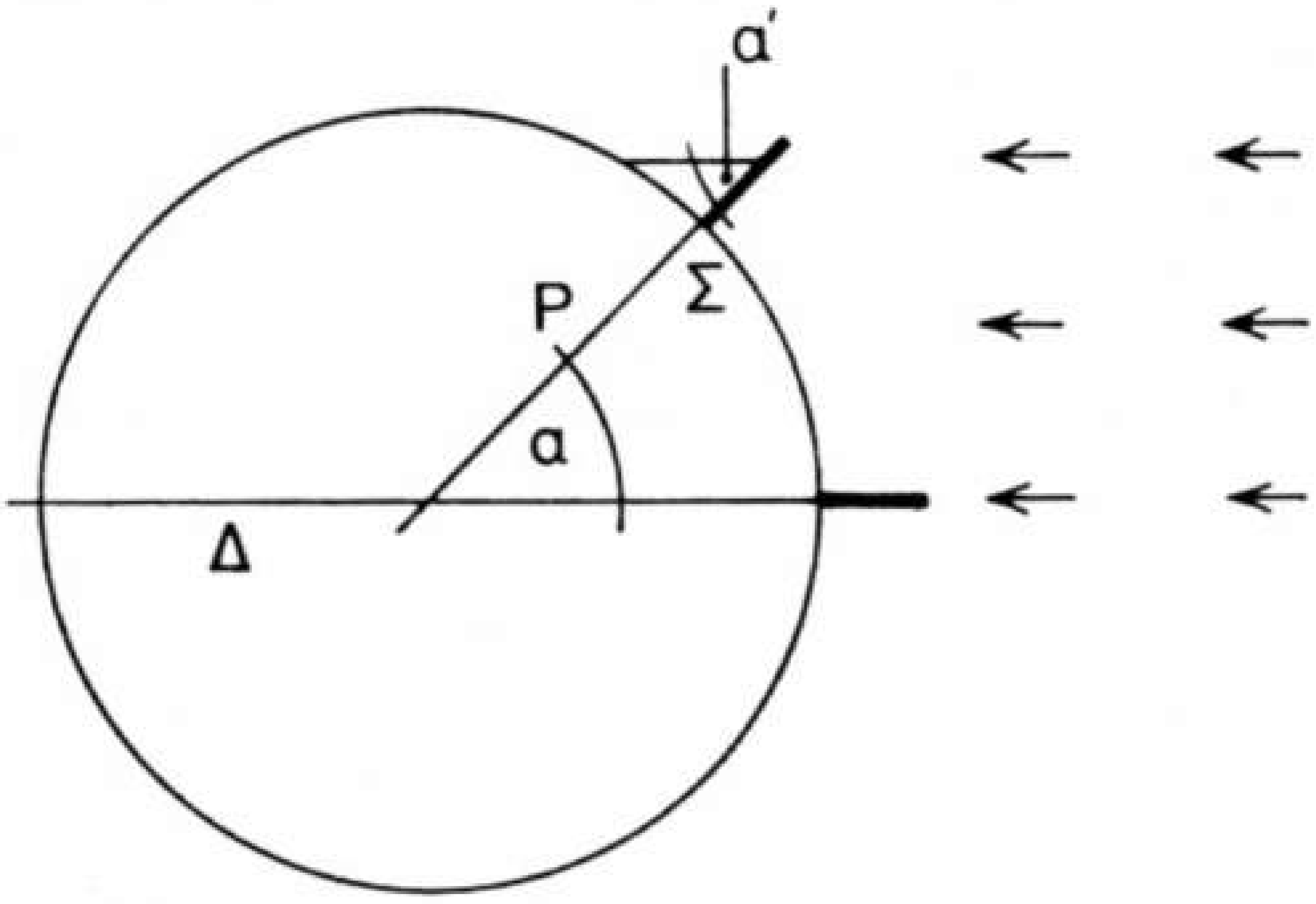
3. ΓΝ εἶναι ἡ μεσημβρινὴ σκιά του, ἡ πιὸ μακρὰ πρὸς τὸ χειμερινὸ

ἡλιοστάσιο. Ὁ ἥλιος στέκει πρὸς τὸ σημεῖο Λ. Αὐτὸ εἶναι τὸ πιὸ χαμηλὸ μεσημβρινὸ σημεῖο τοῦ ἡλίου σ' ἕνα δεδομένο γεωγραφικὸ τόπο.

4. Μεταξὺ τῆς πιὸ μακρᾶς μεσημβρινῆς σκιᾶς τοῦ γνώμονος (ΓΝ) καὶ τῆς μικρότερης σκιᾶς του (ΓΚ) βρίσκεται πρὸς τὸ σημεῖο Ζ' τὸ μῆκος τῆς σκιᾶς τοῦ γνώμονος πρὸς τὶς ἰσημερίες· ΓΖ.

5. Εἶναι βασικὸ νὰ καταλάβωμε καὶ τὴ γωνία α, ποὺ ἐξήρεσα στὸ διάγραμμα τοῦ Πτολεμαίου. Ἡ μία ἀπ' τὶς πλευρὲς τῆς γωνίας αὐτῆς εἶναι ὁ γνώμων (ΓΕ), ἡ ἄλλη πλευρὰ τῆς γωνίας εἶναι ἡ ἰσημερινὴ ἀκτίνα τοῦ ἡλίου (ΕΖ), ἡ ὁποία κάνει τὴ σκιὰ τοῦ γνώμονος νὰ ἔχη τὸ ΓΖ μῆκος.

Εὐκολώτερα κατανοεῖται ἡ γωνία α, ὅταν δοῦμε τὸ δεύτερο διάγραμμα (Σχῆμα 2). Ὁ κύκλος εἶναι τὸ σχεδιάγραμμα τῆς γηΐνης σφαίρας (τῆς ὑδρο-



γείου). Τὸ Δ εἶναι ἡ διάμετρος τοῦ ἰσημερινοῦ κύκλου. Ἡ προέκταση τῆς γραμμῆς αὐτῆς εἶναι ὁ πρῶτος γνώμων, τὸν ὁποῖον —ὅπως τὸν παριστάνομε— ἐστήσαμε ἀκριβῶς στὸν ἰσημερινὸ κύκλο. (Τὸ παχὺ μέρος τῆς γραμμῆς συμβολίζει τὸν γνώμονα στημένο στὸν ἰσημερινὸ κύκλο). Στὸ σημεῖο Σ ἐστήσαμε ἕναν ἄλλον γνώμονα. Αὐτὸς θὰ εἶναι ἡ προέκταση μιᾶς ἄλλης ἀκτίνας τῆς γῆς, τῆς γραμμῆς Ρ.

Ἂν τώρα κοιτάξωμε τὶς σκιὲς τῶν δύο γνωμόνων τὴν ὥρα τῆς ἰσημερίας, θὰ δοῦμε ἀμέσως ὅτι ἀφοῦ οἱ ἀκτῖνες τοῦ ἡλίου εἶναι παράλληλες παντοῦ στὴ γῆ, τὴν ὥρα τῆς ἰσημερίας αὐτὲς θὰ εἶναι παράλληλες καὶ μὲ τὸ ἐπίπεδο τοῦ ἰσημερινοῦ κύκλου. Καὶ γι' αὐτὸ ὁ γνώμων ποὺ στέκει στὸν ἰσημερινὸ κύκλο δὲν θἄχη σκιά. Ἡ ἄλλη ἡλιακὴ ἀκτίνα, ποὺ προβάλλει σκιά, πέφτοντας στὸν ἄλλο γνώμονα στὸ σημεῖο Σ, εἶναι παράλληλη μὲ τὸ ἐπίπεδο τοῦ ἰσημερινοῦ κύκλου. Γι' αὐτό, οἱ γωνίες α καὶ α' εἶναι ἴσες. Δηλαδὴ μὲ τὴν μεσημβρινὴ ἰσημερινὴ σκιὰ τοῦ γνώμονος μποροῦμε νὰ ὑπολογίσωμε καὶ τὸ γεωγραφικὸ πλάτος τοῦ τόπου, ὅπου ἐστήσαμε τὸν γνώμονα. Στὸ δεύτερο αὐτὸ διάγραμμα πρόκειται γιὰ τὸ γεωγραφικὸ πλάτος τοῦ τόπου Σ, ποὺ εἶναι ἴσο μὲ τὴ γωνία α. Μποροῦμε ἀκόμα νὰ σημειώσωμε ὅτι οἱ ἀρχαῖοι συγγραφεῖς ἀντὶ *πλάτος γεωγραφικὸ* πιὸ συχνὰ χρησιμοποιοῦν τὴν ἔκφραση *τὸ ἔξαρμα τοῦ πόλου*, ἐπειδὴ σὲ ὁποιανδήποτε γεωγραφικὴ θέση τὸ ὕψος τοῦ ἀρκτικοῦ πόλου, μετρημένο βέβαια σὲ γωνία, εἶναι ἴσο μὲ τὸ γεωγραφικὸ πλάτος τοῦ ἰδίου τόπου.

Ἀφοῦ κατανοήσαμε τὰ μέρη αὐτὰ τοῦ διαγράμματος τοῦ Πτολεμαίου, ποὺ πρὸς στιγμὴν μᾶς ἐνδιαφέρουν, ἂς δοῦμε ποιὸ εἶναι τὸ πρόβλημα, τὴν λύση τοῦ ὁποίου μᾶς διδάσκει ὁ ἀρχαῖος ἀστρονόμος. Τὸ κείμενο ἀσχολεῖται μὲ τὸν ὑπολογισμὸ τοῦ μήκους τριῶν σκιῶν. Πόσο μεγάλη θὰ εἶναι ἡ μεσημβρινὴ σκιὰ τοῦ γνώμονος κατὰ τὸ καλοκαιρινὸ ἡλιοστάσιο, κατὰ τὸ χειμερινὸ ἡλιοστάσιο καὶ κατὰ τὶς ἰσημερίες. Γιὰ νὰ ἁπλοποιήσωμε τὸ ζήτημα, θὰ πάρωμε ὑπ᾿ ὄψη ἀπὸ τὰ τρία προβλήματα μόνο τὸ ἕνα: πῶς ὑπολογίζεται ἡ μεσημβρινὴ σκιὰ τοῦ γνώμονος κατὰ τὴν ἰσημερία.

Ὁ Πτολεμαῖος λύνει τὸ πρόβλημα ξεκινώντας ἀπὸ δυὸ γνωστὰ στοιχεῖα. Ὁ γνώμων ἔχει κατ᾿ αὐτὸν πάντοτε ἑξήντα (60) μονάδες. Ἐκτὸς ἀπ᾿ αὐτὸ εἶναι δεδομένη ἡ γωνία α, δηλαδὴ τὸ γεωγραφικὸ πλάτος τοῦ σημείου, ὅπου θέλομε νὰ ὑπολογίσωμε τὴν μεσημβρινὴ σκιὰ τοῦ γνώμονος κατὰ τὴν ἰσημερία.

Ἀφοῦ ὁ γνώμων καὶ ἡ σκιά του ἀποτελοῦν τὶς δυὸ κάθετες πλευρὲς ἑνὸς τριγώνου ὀρθογώνιου, ὅταν γνωρίζωμε τὸ μῆκος τῆς μιᾶς πλευρᾶς (τοῦ γνώμονος) καὶ ἐπὶ πλέον καὶ μιὰ ὀξεία γωνία, ὁ ὑπολογισμὸς τῆς ἄλλης κάθετης πλευρᾶς (τοῦ μήκους τῆς σκιᾶς) εἶναι ἁπλῆ τριγωνομετρικὴ ὑπόθεση, ποὺ λύεται μὲ πίνακα.

Ἐνδιαφέρον εἶναι γιὰ μᾶς τὸ παρὸν πρόβλημα τοῦ Πτολεμαίου ἰδιαίτερα, γιατὶ σχετικὰ μ᾿ αὐτὸ γίνεται εὐκολονόητο ὅτι ἀρχικὰ τὸ πρόβλημα δὲν ἦταν αὐτὸ ἀλλ᾿ ἀκριβῶς τὸ ἀντίθετο. Ἂς σκεφθοῦμε πραγματικά, ὅτι ὁ Πτολεμαῖος μᾶς δείχνει πῶς ὑπολογίζεται (ὅταν θέλῃ κανεὶς) σὲ ἕνα δεδομένο τόπο πόσο μακρυὰ εἶναι ἡ σκιὰ τοῦ γνώμονος τὸ μεσημέρι κατὰ τὴν ἰσημερία. Δὲν χρειάζεται παρὰ μόνον νὰ γνωρίζωμε τὸ μῆκος τοῦ γνώμονος καὶ σὲ ποιὸ γεωγραφικὸ πλάτος εὑρίσκεται ὁ τόπος, τοῦ ὁποίου θέλομε νὰ μάθωμε τὸ μῆκος τῆς σκιᾶς.

Ἔστω καὶ ἂν διαθέταμε πολλὰ στοιχεῖα τῆς ἀρχαίας μαθηματικῆς γεωγραφίας, δὲν θὰ μπορούσαμε νὰ εἴμαστε βέβαιοι, ὅτι ἡ πρότυπη μορφὴ τοῦ προβλήματος ἦταν αὐτή. Φυσικά, στὴν ἀρχαία μαθηματικὴ γεωγραφία δὲν ἦταν τὸ μάκρος τῆς μεσημβρινῆς σκιᾶς τοῦ γνώμονος, σὲ κανένα δεδομένο τόπο, ὅ,τι ἤθελαν νὰ μάθουν, ἀλλ᾿ ἀντίθετα, γνωρίζοντας τὸ μάκρος τοῦ γνώμονος καὶ τῆς μεσημβρινῆς του σκιᾶς κατὰ τὴν ἰσημερία, ὑπελόγιζαν τὸ γεωγραφικὸ πλάτος τοῦ δεδομένου τόπου, ἢ μὲ ἄλλες λέξεις: τὸ «κλῖμα» τοῦ τόπου, ἢ ὅπως λέγει ἡ λατινική μας πηγή, ὁ Vitruvius, τὴν *declinatio* *caeli*. Καὶ πράγματι ὁ γεωγράφος Στράβων (τὸν πρῶτο αἰῶνα πρὸ Χριστοῦ) μᾶς δίνει σὲ πολλὰ σημεῖα τὸ γεωγραφικὸ πλάτος τοῦ τόπου ποὺ δόθηκε ἀκριβῶς ἀπὸ τοὺς ἀναλογικοὺς ἀριθμοὺς (τὸ μάκρος τοῦ γνώμονος καὶ τὸ μάκρος τῆς μεσημβρινῆς σκιᾶς του σὲ δεδομένο τόπο κατὰ τὴν ἰσημερία).

Παραδείγματος χάρη ἀπαριθμῶ ἐδῶ ἕξι τέτοιους ἀναλογικοὺς ἀριθμούς, ποὺ ἀναφέρει ὁ Vitruvius. Ἐὰν μετρήσωμε στὴν Ἀθήνα τὸ μάκρος τῆς σκιᾶς ἑνὸς γνώμονος ποὺ ἔχει τέσσερεις (4) μονάδες μῆκος, θὰ παρατηρήσωμε κατὰ τὴν ἰσημερία ὅτι ἡ σκιὰ ἔχει τρεῖς (3) μονάδες. Εὔκολα λοιπὸν μπορεῖ νὰ εἰπωθῆ: ὁ ἀναλογικὸς ἀριθμὸς τοῦ ἰσημερινοῦ γνώμονος τῶν Ἀθηνῶν εἶναι τέσσερα πρὸς τρία (4 : 3), ὁ ἴδιος ἀναλογικὸς ἀριθμὸς στὴν Ρόδο θὰ γίνη 7 : 5, στὴν Ἀλεξάνδρεια 5 : 3, στὸν Τάραντα 11 : 9, στὴν Ρώμη 9 : 8 καὶ στὴν Piacenza 1 : 1, ἐπειδὴ ἡ Piacenza εὑρίσκεται στὸ γεωγραφικὸ πλάτος σαράντα πέντε μοιρῶν (45°)[2].

Τὸ πρῶτο τώρα ἱστορικὸ ἐρώτημα εἶναι τὸ ἀκόλουθο. Ἀπὸ πότε χρησιμοποιοῦσε ἡ ἑλληνικὴ ἐπιστήμη τὸν γνώμονα καὶ τὴν σκιά του γιὰ νὰ καθορίση τὸ γεωγραφικὸ πλάτος ἑνὸς τόπου (ἢ ἀλλιῶς *τὸ ἔξαρμα τοῦ πόλου* σ' ἕνα τόπο). Ἀσφαλῶς οἱ ἀρχαιότερες πηγές μας δὲν εἶναι ὁ Στράβων, οὔτε ὁ οἰκοδόμος Vitruvius ἀπὸ τὸν τελευταῖο πρὸ Χριστοῦ αἰῶνα. Ἔχομε γι' αὐτὸ καὶ παλιότερες πληροφορίες. Μᾶς εἶναι π.χ. γνωστό, ὅτι στὸν δεύτερο αἰῶνα π.Χ. ἔζησε ὁ μεγαλύτερος Ἕλλην ἀστρονόμος, ὁ πρόδρομος καὶ ὑπόδειγμα τοῦ Κλαυδίου Πτολεμαίου, ὁ Ἵππαρχος τῆς Νικαίας. Ἀπὸ τὸ ἔργο του *Ἐξηγήσεις τῶν Ἀράτου καὶ Εὐδόξου Φαινομένων* ἀναφέρω τὸ ἑξῆς ἀπόσπασμα: *ἐν τοῖς περὶ τὴν Ἑλλάδα τόποις ὁ γνώμων λόγον ἔχει πρὸς τὴν ἰσημερινὴν σκιὰν ὃν ἔχει τὰ τεσσάρα (4) πρὸς τὰ τρία (3), τὸ δὲ ἔξαρμα τοῦ πόλου μοιρῶν τριάντα ἑπτὰ (37°) ὡς ἔγγιστα.*

Ὁ Ἵππαρχος δηλαδὴ ἀναφέρει τό ἴδιο στοιχεῖο ποὺ ἀνέφερα παραπάνω μὲ βάση τὸν Vitruvius ὡς στοιχεῖο ποὺ ἰσχύει γιὰ τὴν Ἀθήνα (τεσσάρα πρὸς τρία 4 : 3). Ἀλλὰ τὸν γνώμονα χρησιμοποιοῦσε γιὰ τέτοιους ὑπολογισμοὺς ἤδη ἑκατὸ χρόνια πρὶν ἀπὸ τὸν Ἵππαρχο καὶ ὁ Ἐρατοσθένης. Ἂν καὶ τὰ ἔργα τοῦ Ἐρατοσθένους ἐχάθηκαν, ἔχομε γνώσεις γιὰ τοὺς ὑπολογισμούς του μὲ τὸν γνώμονα ἀπὸ τὰ γραπτὰ ἀκριβῶς τοῦ Ἱππάρχου καὶ τοῦ Στράβωνος. Ὁ Ἐρατοσθένης ἀναμφίβολα μεταχειρίσθηκε τὶς μετρήσεις τοῦ Πυθέα ἐκείνου, ὁ ὁποῖος ἔζησε τὸν τέταρτο πρὸ Χριστοῦ αἰῶνα. Ὁ Πυθέας ἤθελε, ὅπως φαίνεται, νὰ καθορίση τὸ γεωγραφικὸ πλάτος τῆς Μασσαλίας μὲ τὴ σκιὰ τοῦ γνώμονος κατὰ τὸ θερινὸ ἡλιοστάσιο.

---

2. Σημειώνονται τὰ γεωγραφικὰ πλάτη (ὡς ἔγγιστα) τῶν ἑξῆς πόλεων:

Ἀθῆναι	4:3 = 37°	Τάρας	11:9 = 39°15′
Ρόδος	7:5 = 35°30′	Ρώμη	9:8 = 41°45′
Ἀλεξάνδρεια	5:3 = 31°	Piacenza	1:1 = 45°

Ἀλλὰ διαθέτομε πληροφορίες γιὰ ὑπολογισμοὺς μὲ τὴ βοήθεια τοῦ γνώμονος καὶ πρὶν ἀπὸ τὴν ἐποχὴ τοῦ Πυθέα. Νομίζω, ὅτι ὅποιος διαβάση προσεκτικὰ τὴν ἐξήγηση τοῦ Ἱππάρχου θὰ ἔχη τὴν ἐντύπωση, ὅτι πολὺ πιθανῶς ἔκανε ἤδη μετρήσεις μὲ τὸν γνώμονα καὶ ὁ σύγχρονος τοῦ Πλάτωνος Εὔδοξος ἀπὸ τὴν Κνῖδο. Τοῦτο ὡστόσο μποροῦμε μόνον νὰ τὸ συμπεράνωμε μὲ βάση τὸν Ἵππαρχο.

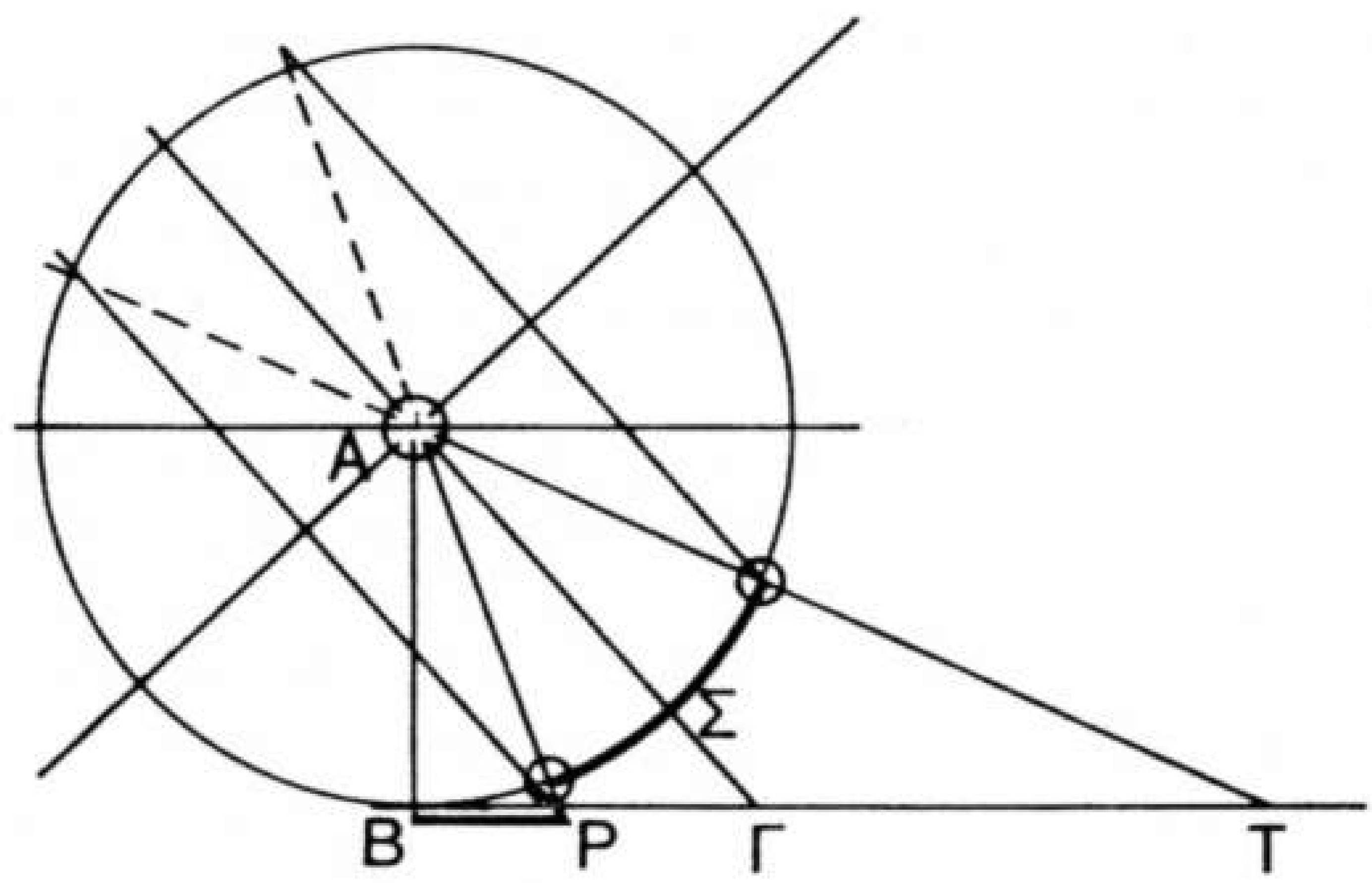
Ὁ ἀρχαιότερος Ἕλλην ἐπιστήμων, γιὰ τὸν ὁποῖο ξέρομε ὅτι ἐχρησιμοποίησε τὸν γνώμονα γιὰ κάποιο ὑπολογισμό, ἦταν ὁ Ἀναξίμανδρος. Ἀλλὰ ὁ Ἀναξίμανδρος δὲν εἶχε ἀκόμα σκοπὸ νὰ ἐξακριβώση τὸ γεωγραφικὸ πλάτος ἑνὸς τόπου: Οἱ ὑπολογισμοί του μὲ τὸν γνώμονα εἶχαν ἄλλο χαρακτῆρα. Ἂς ἐξετάσωμε τώρα τὸ θέμα αὐτό.

Ἂς σκεφθοῦμε πρῶτα ἀπ' ὅλα, ποῖα εἶναι τὰ δύο στοιχεῖα, ποὺ χρειάζονται γιὰ νὰ μπορέσωμε νὰ καθορίσωμε τὸ γεωγραφικὸ πλάτος ἑνὸς τόπου· εἶναι τὸ μάκρος τοῦ γνώμονος καὶ τῆς ἰσημερινῆς σκιᾶς του πρὸς τὸ μεσημέρι. Τὸ τελευταῖο εἶναι πολὺ δύσκολο νὰ μετρηθῆ, ἐπειδὴ δὲν πρέπει νὰ ξεχνᾶμε τὰ ἀκόλουθα, ὅτι δηλαδὴ εἶναι σχετικὰ εὔκολο νὰ μετρηθῆ ἡ κοντύτερη μεσημβρινὴ σκιὰ τοῦ γνώμονος ἰδιαίτερα τὸ καλοκαίρι. Μὲ ἀρκετὴν ἀκρίβεια μποροῦσαν νὰ καθορίζουν τὸ μῆκος τῆς κοντύτερης σκιᾶς τοῦ γνώμονος, δηλαδὴ τὴν μεσημβρινὴ σκιὰ κατὰ τὸ θερινὸ ἡλιοστάσιο (ΓΚ), ἤδη στὴν Βαβυλῶνα. Πολὺ πιὸ δύσκολα μετρεῖται ἡ μεγαλύτερη μεσημβρινὴ σκιά, δηλαδὴ ἡ σκιὰ τοῦ χειμερινοῦ ἡλιοστασίου (ΓΝ), διότι ὅπως λέγει ὁ Πτολεμαῖος: *τῶν δὲ χειμερινῶν* (*σκιῶν*) *τὰ τῶν κορυφῶν ἄκρα δυσδιάκριτα*.

Τὸ πραγματικὰ δύσκολο ὅμως δὲν συνίσταται στὸ νὰ ἐξακριβωθῆ τί μῆκος θὰ ἔχη ἡ μεσημβρινὴ σκιὰ τοῦ γνώμονος τὴν ὥρα τοῦ χειμερινοῦ ἡλιοστασίου. Μὲ πολύχρονη προσεκτικὴ παρατήρηση μποροῦμε νὰ καθορίσωμε καὶ αὐτὸ τὸ μῆκος μὲ ἀρκετὴν ἀκρίβεια. Πολὺ δυσκολώτερα καθορίζεται τὸ σημεῖο Ζ στὸ Σχῆμα 1, δηλαδὴ τὸ μῆκος τῆς μεσημβρινῆς σκιᾶς τοῦ γνώμονος κατὰ τὴν ἰσημερία. Οἱ πηγές μας γιὰ τὸν Ἀναξίμανδρο ἰσχυρίζονται μόνον ὅτι μποροῦσε νὰ δείξη μὲ τὸν γνώμονα τὴν ἰσημερία, δὲν περιγράφουν ὅμως λεπτομερειακὰ πῶς τὸ εὕρισκε.

Μᾶς εἶναι ὡστόσο δυνατὸν νὰ ἀναπαραστήσωμε τὴν μέθοδο τοῦ Ἀναξιμάνδρου παίρνοντας γιὰ βάση μία περιγραφὴ τοῦ Βιτρουβίου, τοῦ λατίνου συγγραφέα, ἐπειδὴ ὁ Vitruvius περιγράφει πῶς ἠμποροῦμε νὰ κατασκευάσωμε ἡλιακὸ ὡρολόγιο σ' ἕνα δεδομένο γεωγραφικὸ τόπο. Πρῶτα ἀπ' ὅλα πρέπει νὰ γνωρίζωμε ποιά ἀναλογία ἔχει στὸν δεδομένο τόπο —ἂς ποῦμε στὴν Ρώμη— ἡ ἰσημερινὴ σκιὰ τοῦ γνώμονος πρὸς τὸ μῆκος του. Δηλαδή, γιὰ νὰ κατασκευάσωμε ἡλιακὸ ὡρολόγιο πρέπει νὰ γνωρίζωμε ἐκ τῶν προτέρων ἕνα στοιχεῖο —τὸ μῆκος τῆς μεσημβρινῆς σκιᾶς τοῦ γνώμονος κατὰ τὴν ἰσημερία— τὸ ὁποῖον ὁ Ἀναξίμανδρος μέσω κάποιας ἄγνωστης μεθόδου ἦταν σὲ θέση νὰ βρῆ. Ἔτσι ὁ Vitruvius ξεκίνησε ἀπὸ τὴ γνώση ἑνὸς στοιχείου, τὸ ὁποῖο ὁ Ἀναξίμανδρος ζητοῦσε. Ὁ Vitruvius θὰ βρῆ ἀπὸ τὸ γνωστὸ σ' αὐτὸν στοιχεῖο δύο ἄλλα ἄγνωστα γι' αὐτὸν στοιχεῖα, ποὺ ὅμως ἐγνώριζε ὁ Ἀναξίμανδρος. Δηλαδή, οἱ δύο ἐπιχειρήσεις εἶναι οἱ ἀντίθετες πλευρὲς τῆς ἴδιας ὑποθέσεως. Τοῦτο σημαίνει, πιστεύω, ὅτι μποροῦμε νὰ ἀναπαραστήσωμε τὴν μέθοδο τοῦ Ἀναξιμάνδρου ἀναστρέφοντας αὐτὸ ποὺ ἔκανε ὁ Vitruvius.

Ὁ Vitruvius λέγει λοιπόν: ξέροντας ὅτι ὁ ἰσημερινὸς ἀναλογικὸς ἀριθμὸς τοῦ γνώμονος στὴν Ρώμη εἶναι 9 : 8, ἀναμετροῦμε στὴν εὐθεῖα γραμμή, ποὺ δείχνει τὴν κατεύθυνση τῆς μεσημβρινῆς σκιᾶς, ὀκτὼ μονάδες ἀπὸ τὸ μῆκος τοῦ γνώμονος, τὸ διαιρεμένο σὲ 9 μονάδες. Τοιουτοτρόπως σχεδιάσαμε τὸ γνωστὸ μέτρο, τὴν ἰσημερινὴ σκιὰ τοῦ γνώμονος (Σχῆμα 3).



Μετά, θὰ σχεδιάσωμε ἕνα κύκλο μὲ τὸ κέντρο Α καὶ τὸ μῆκος τοῦ γνώμονος ὡς ἀκτῖνα. Ὁ κύκλος αὐτός, ὅπως λέγει ὁ Vitruvius, εἶναι ὁ meridianus, ὁ μεσημβρινὸς κύκλος. Ἔπειτα συνάπτομε τὴν κορυφὴ τοῦ γνώμονος (Α) μὲ τὸ σημεῖο Γ. Τώρα μᾶς ἐνδιαφέρει ἰδιαίτερα τὸ σημεῖο διασταυρώσεως Σ, ἀφοῦ δεξιὰ καὶ ἀριστερὰ ἀπ' αὐτὸ σημεῖο πρέπει νὰ ἀναμετρήσωμε στὴν περίμετρο τοῦ κύκλου τὴν πλευρὰ ἐκείνου τοῦ δεκαπενταγώνου ποὺ ἐγγράψαμε στὸν μεσημβρινὸ κύκλο. Τὰ δύο σημεῖα διασταυρώσεως (μὲ ἔντονο κύκλο στὸ διάγραμμα Γ), ἂν τὰ συνδέσωμε μὲ τὸ κέντρο τοῦ κύκλου καὶ ἂν τὰ προεκτείνωμε, μᾶς δίνουν τὴ σκιὰ τοῦ γνώμονος κατὰ τὸ θερινὸ καὶ κατὰ τὸ χειμερινὸ ἡλιοστάσιο: BP καὶ BT. Ὅπως βλέπομε λοιπόν, ὅταν κατασκευάζωμε τὸ ἡλιακὸ ὡρολόγιο, μᾶς εἶναι ἤδη γνωστὴ ἡ μεσημβρινὴ σκιὰ τοῦ γνώμονος κατὰ τὴν ἰσημερία, καὶ ὁ λατῖνος συγγραφέας μᾶς διδάσκει πῶς θὰ κερδίσωμε ἀπὸ τὸ μοναδικὸ αὐτὸ γνωστὸ στοιχεῖο τὰ δύο ἄλλα ἄγνωστα στοιχεῖα: τὴν μεσημβρινὴ σκιὰ τοῦ γνώμονος κατὰ τὸ θερινὸ καὶ χειμερινὸ ἡλιοστάσιο.

Ἡ ἀναπαράστασή μου τῆς μεθόδου τοῦ Ἀναξιμάνδρου συνίσταται στὴν ἀναστροφὴ τῆς ἐπιχειρήσεως αὐτῆς. Ἰσχυρίζομαι ὅτι ὁ Ἀναξίμανδρος ἐγνώριζε τὴν μεσημβρινὴ σκιὰ τοῦ γνώμονος κατὰ τὸ θερινὸ καὶ τὸ χειμερινὸ ἡλιοστάσιο. Γιὰ νὰ ἀποκτήση κανεὶς αὐτὴν τὴν γνώση δὲν χρειάσθηκαν παρὰ μερικὰ χρόνια προσεκτικῆς παρατηρήσεως. Ἂν μετὰ ταῦτα ὁ Ἀναξίμανδρος ἐσχεδίασε μὲ τὸ κέντρο A καὶ μὲ τὸ μῆκος τοῦ γνώμονος ὡς ἀκτῖνα τὸ μεσημβρινὸ κύκλο, εἶχε λάβει καὶ τὰ δύο σπουδαῖα σημεῖα διασταυρώσεως ποὺ σημείωσα μὲ ἔντονο κύκλο στὸ διάγραμμα Γ. Ὕστερα δὲν εἶχε παρὰ νὰ χωρίση στὴ μέση τὸ τόξο τοῦ κύκλου μεταξὺ τῶν δύο αὐτῶν σημείων. Ἔτσι μποροῦσε πλέον νὰ δείξη τί μῆκος θὰ ἔχη ἡ ἰσημερινὴ σκιὰ τοῦ γνώμονος.

Δὲν ξέρομε ἀπὸ ποιόν προέρχεται ἡ ἀνακάλυψη ὅτι ἡ ἀπόσταση ἀριστερὰ καὶ δεξιὰ ἀπὸ τὸ σημεῖο Σ εἶναι περίπου τὸ δέκατο πέμπτο (1/15) μέρος τῆς περιμέτρου τοῦ μεσημβρινοῦ κύκλου. Εἶναι ὅμως πολὺ πιθανὸ ὅτι τὸ πρῶτο βῆμα πρὸς τὴν ἀνακάλυψη αὐτὴν τὸ ἔκανε πραγματικὰ ὁ Ἀναξίμανδρος. Τὸ συμπεραίνω τοῦτο ἀπὸ τὰ ἑξῆς: Ἡ πλευρὰ τοῦ ἰσοπλεύρου δεκαπενταγώνου ἀνταποκρίνεται σὲ μιὰ γωνία κεντρικὴ εἰκοσιτεσσάρων μοιρῶν (24^0). Ἀλλὰ ἡ γωνία τῶν εἰκοσιτεσσάρων μοιρῶν ἦταν πολὺ σημαντικὴ στὴν ἀρχαία ἑλληνικὴ ἀστρονομία, γιατὶ ἦταν τὸ μέτρο —φυσικὰ πρόκειται μόνο γιὰ ἕνα μέτρο κατὰ προσέγγιση— τῆς λοξότητος τῆς ἐκλειπτικῆς.

Ὅταν λοιπὸν κατὰ τὴν ἀναπαράστασή μου ὁ Ἀναξίμανδρος ἐχώρισε στὰ δύο στὴ μέση τὸ τόξο τοῦ κύκλου, ποὺ φαίνεται στὸ διάγραμμα Γ, μὲ αὐτὸ δὲν ἀπέκτησε μόνο τὴν ἰσημερινὴ σκιὰ τοῦ γνώμονος —καθὼς μᾶς πληροφοροῦν οἱ ἀρχαῖες πηγές—, ἀλλὰ ἔτσι ἔδειξε καὶ τὴ λοξότητα τῆς ἐκλειπτικῆς. Δὲν εἶναι τυχαῖο ὅτι μιὰ ἀπὸ τὶς ἀρχαῖες πηγὲς ἰσχυρίζεται ἀκριβῶς τοῦτο γιὰ τὸν Ἀναξίμανδρο. Πρόκειται γιὰ τὸν Ρωμαῖο συγγραφέα Plinius, ὁ ὁποῖος λέγει *obliquitatem zodiaci intellexisse Anaximander Milesius traditur primus.*

Ἡ ἱστορική μου ἀναπαράσταση ἀποτελεῖται ἀπὸ δύο οὐσιαστικὰ μέρη. Κατὰ τὸ πρῶτο ὁ Ἀναξίμανδρος εὑρῆκε μιὰ νέα μέθοδο γιὰ νὰ ὑπολογίζη ἐκ τῶν προτέρων —γνωρίζοντας τὴν μεσημβρινὴ σκιὰ τοῦ γνώμονος κατὰ τὸ θερινὸ καὶ τὸ χειμερινὸ ἡλιοστάσιο— τί μῆκος θὰ ἔχη ἡ μεσημβρινὴ σκιὰ τοῦ ἰδίου γνώμονος κατὰ τὴν ἰσημερία. Ἀντελήφθη δηλαδὴ ὅτι δὲν εἶναι ἡ διαφορὰ τῶν δύο μηκῶν ποὺ πρέπει νὰ διαιρεθῆ στὰ δύο ἀλλὰ τὸ τόξο ἑνὸς κύκλου. Αὐτὸ σημαίνει ὅτι πρέπει νὰ σχεδιάση ἕναν κύκλο, τὸ κέντρο τοῦ ὁποίου εἶναι ἡ κορυφὴ τοῦ γνώμονος, ἡ δὲ ἀκτῖνα του ὁ ἴδιος ὁ γνώμων. Ἐὰν ὁ κύκλος αὐτὸς στέκη στὸ ἐπίπεδο τοῦ μεσημβρινοῦ κύκλου, ἡ διχοτομία τοῦ τόξου του μεταξὺ τῶν δύο ἡλιοστασίων μᾶς δίνει τὸ σημεῖο τῆς ἰσημερίας στὴν περίμετρο τοῦ κύκλου.

Τὸ δεύτερο μέρος τῆς ἀναπαραστάσεώς μου λέγει, ὅτι ὁ Ἀναξίμανδρος εὑρῆκε τὸ κατὰ προσέγγιση μέτρο γιὰ τὴν λοξότητα τῆς ἐκλειπτικῆς μὲ τὴν ἴδια μέθοδο, ποὺ ἦταν ἡ ἀνακάλυψή του γιὰ τὴν δυνατότητα νὰ δείξη μὲ τὴν βοήθεια τοῦ γνώμονος τὴν ἰσημερία.

Φυσικά, παραμένει ἐδῶ ἄλυτο τὸ οὐσιῶδες ἐρώτημα: ἤξερε ἢ ὄχι ὁ Ἀναξίμανδρος, ὅτι μποροῦμε μὲ τὴν ἰσημερινὴ σκιὰ τοῦ γνώμονος νὰ μετρήσωμε ὄχι μόνον τὸ «κλῖμα τοῦ οὐρανοῦ» (*declinatio caeli*, ὅπως λέγει ὁ Vitruvius) ἀλλὰ καὶ τὸ γεωγραφικὸ πλάτος τοῦ ἰδίου τόπου;

Βεβαίως αὐτὸ θὰ ἦτο δυνατὸν νὰ τὸ ξέρη ὁ Ἀναξίμανδρος, μόνον ἂν δὲν θεωροῦσε τὴν γῆ ὡς κυλινδροειδῆ, ὅπως λέγουν μερικὲς ἀρχαῖες πηγές, ἀλλὰ σφαιροειδῆ. Ἀλλ' ἂς μὴ λησμονοῦμε, ὅτι αὐτὸ ἀκριβῶς εἶναι ποὺ ἰσχυρίζεται ἐν σχέσει μὲ τὸν Ἀναξίμανδρο ὁ Διογένης Λαέρτιος: *μέσην τε τὴν γῆν κεῖσθαι κέντρου τάξιν ἐπέχουσαν, οὖσαν σφαιροειδῆ.*

ANAXIMANDROS UND DER SCHATTENZEIGER

Zusammenfassung.

Ob der *Gnomon* des Anaximandros, den die spätantiken Quellen erwähnen, eine gewöhnliche Sonnenuhr für das Messen der Tageszeit war—oder eher ein astronomisches Instrument, um die exakten Grenzen der Jahreszeiten zu bestimmen? Nachdem es heißt, daß er mit dem Gnomon die Sonnenwenden und die Tag- und Nachtgleichen gezeigt hätte, es wird hier die Erklärung von astronomischer Seite her versucht.

Ptolemäus schildert im *Almagest* II 5, wie man in Kenntnis der geographischen Breite eines Ortes die Längen der Mittagschatten des Gnomons an drei wichtigen Tagen des Jahres (zur Zeit der Sonnenwenden und der Tag - und Nachtgleichen) berechnen kann. Ursprünglich hat man selbsverständlich umgekehrt, eben aus dem Längenverhältnis des Gnomons zu seinem Mittagschatten (bei Tag- und Nachtgleiche) die geographische Breite je eines Ortes berechnet.

Eine Vitruvius-Interpretation beleuchtet die Frage, wie Anaximandros die zu seiner Zeit «neue Methode» für diese Messung gefunden haben mag. Wohl dieselbe Entdeckung hat für ihn auch die Erkenntnis der sog. Schiefe der Ekliptik vermittelt.

Näheres findet man in dem in Vorbereitung befindlichen gemeinsamen Werke von Árpád Szabó und Erkka Maula: *Der Schattenzeiger und der längste Tag. Untersuchungen zur Frühgeschichte der griechischen Astronomie und Trigonometrie.*