

ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ Δ. ΜΟΥΚΑΝΟΣ, Ἀθῆναι

ΟΝΤΟΛΟΓΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΤΑ ΤΟΝ ΠΡΟΚΛΟ ΔΙΑΔΟΧΟ

Ὁ Πρόκλος Διάδοχος (410-485 μ.Χ.) προτάσσει στὸ Ὑπόμνημά του στὸ πρῶτο βιβλίο τῶν *Στοιχείων* τοῦ Εὐκλείδου δύο προλόγους, οἱ ὁποῖοι ἔχουν φιλοσοφικὸ περιεχόμενο καὶ ἀναφέρονται στὴ μαθηματικὴ οὐσία¹. Ἦδη στὴν ἀρχὴ ἐξαίρει τὴν ἄποψή του, ὅτι ἡ μαθηματικὴ οὐσία δὲν ἀνήκει οὔτε στὰ πρῶτιστα γένη οὔτε στὰ ἔσχατα γένη ἀλλὰ στὴ μέση χώρα (σ. 3, 1-4). Τὰ πρῶτιστα γένη εἶναι κατὰ τὸν Πρόκλο ἀμέριστοι, ἀπλές, ἀσύνθετοι καὶ ἀδιαίρετοι ὑποστάσεις, ἐνῶ τὰ ἔσχατα γένη εἶναι μεριστὰ καὶ σύνθετα (3,4-6). Τὰ μαθηματικὰ εἶδη, ποὺ ὀνομάζει καὶ διανοητά, παρεμβάλλονται ὡς μία μέση τάξις μεταξὺ τῆς ἀμερίστου φύσεως καὶ τῆς μεριστῆς φύσεως (4,6-8,18-19). Ἡ γνώση τῆς διάνοιας, στὴν ὁποία ἀνήκουν τὰ Μαθηματικά, ἔρχεται δεύτερη μετὰ τὸν νοῦ, τοῦ ὁποίου ἔργο εἶναι ἡ ἀκρότατη ἐπιστήμη, εἶναι ὅμως τελειότερη, ἀκριβέστερη καὶ καθαρότερη ἀπὸ τὴν γνώση τῆς δόξας (4,8-11). Ὅτι ἡ πατρότητα τῆς ἄποψης αὐτῆς τοῦ Πρόκλου πρέπει νὰ ἀναζητηθεῖ στὸν Πλάτωνα, τὸ ἀναγνωρίζει ὁ ἴδιος ὁ Πρόκλος, ὁ ὁποῖος ἀναγνωρίζει ἀκόμη ὅτι ἡ διαίρεση τῶν γνώσεων καὶ ἡ μεταξὺ τους σχέσις ἔχει καὶ τὴν ἀντίστοιχη διάκριση τῶν ὄντων (τῶν γνωστών), ὅτι δηλαδὴ ἡ γνωσιολογία εἶναι καὶ ὄντολογία, ἄποψη ἐπίσης γνήσια πλατωνική: καὶ συζύγως ἀπονέμοντα (τὸν Πλάτωνα) τοῖς γνωστοῖς τὰς γνώσεις (10,20-21).

Ἐνδιαφέρουσα εἶναι στὴ συνέχεια τοῦ πρώτου προλόγου ἡ ἀνάλυση τοῦ Πρόκλου γιὰ τὶς ἀρχές τῆς μαθηματικῆς οὐσίας ποὺ εἶναι τὸ πέρας καὶ τὸ ἄπειρο. Παραθέτω ἐδῶ τὸ οἰκεῖο χωρίο τοῦ Πρόκλου: ὁ τε γὰρ ἀριθμὸς ἀπὸ μονάδος ἀρξάμενος ἅπαντον ἔχει τὴν αὐξησιν, αἰεὶ δὲ ὁ ληφθεὶς πεπέρασται, καὶ ἡ τῶν μεγεθῶν διαίρεσις ἐπ' ἄπειρον χωρεῖ, τὰ δὲ διαιρούμενα πάντα ὥριστα (6,15-18). Στὸ χωρίο αὐτὸ δείχνεται ἡ γόνιμη δύναμη τῆς μονάδας. Ἡ παραπάνω βασικὴ ἀντίθεση (πέρας - ἄπειρο), ποὺ διαπερᾷ τὴν ὅλη φύση, ἔχει τὴν πατρότητά της στοὺς Πυθαγορείους². Στὴν πλατωνικὴ

1. Πρόκλου Διαδόχου, *Εἰς τὸ πρῶτον τῶν Εὐκλείδου στοιχείων βιβλίον*, Lipsiae 1873 Friedlein, σ. 3 (ἀρχὴ τοῦ πρώτου προλόγου). Στὸ ἐξῆς θὰ παραπέμπουμε στὸ ὑπόμνημα αὐτὸ τοῦ Πρόκλου μέσα στὸ κείμενο τῆς μελέτης μας μόνο μὲ τὶς ἐνδείξεις τῆς οἰκείας σελίδας.

2. Ἀριστοτ. *Μετὰ τὰ φυσ.* Α 5, 986 a 18-19, 22-24.



φιλοσοφία τὸ πέρας καὶ τὸ ἄπειρο εἶναι δύο θεμελιώδεις ἔννοιες. Στὸν *Φίληβο* 16 c τονίζεται ὅτι τὰ ὄντα ἔχουν σύμφυτη μέσα τους τὸ πέρας καὶ τὴν ἀπειρία³. Ἡ θεμελιώδης αὐτὴ σχέση μεταξὺ τοῦ ὀριστικοῦ καὶ τοῦ ἀορίστου, μεταξὺ μορφῆς καὶ ὕλης δημιουργεῖ κατὰ τὸν Πλάτωνα τὸ μικτὸ γένος, ἐνῶ ἡ αἰτία τῆς μείξης θεωρεῖται ὡς τὸ τέταρτο ξεχωριστὸ ἀπὸ τὰ ἄλλα τρία: *τούτων δὴ τῶν εἰδῶν τὰ δύο (πέρας καὶ ἄπειρον) τιθώμεθα, τὸ δὲ τρίτον ἐξ' ἀμφοῖν τούτοις ἐν τι συμμειγμένον... τῆς συμμείξεως τούτων πρὸς ἄλληλα τὴν αἰτίαν ὄρα, καὶ τίθει μοι πρὸς τοῖς ἐκείνοις τέταρτον τοῦτο*⁴. Τὸ πέρας εἶναι μέτρο καὶ λογικὴ ἐνότητα ποὺ καθορίζει τὸ ἄπειρο τῆς ἐμπειρίας· στὸν *Φίληβο* 27 d τονίζεται: *ἀλλὰ συμπάντων τῶν ἀπείρων ὑπὸ τοῦ πέρατος δεδεμένων*⁵. Ἄπειρο εἶναι τὸ στερούμενο ὀρίου καθοριστικοῦ, μιὰ ἀκαθόριστη πολλαπλότητα σὲ ἀντικειμενικὴ σύγχυση καὶ ροή. Ἡ πιὸ συγγενικὴ ἔννοια πρὸς τὸ ἄπειρο θὰ μπορούσαμε νὰ ποῦμε πὼς εἶναι ἡ ἔννοια τοῦ *δεχομένου* στὸν *Τίμαιο*. Τὸ μικτὸ δὲν εἶναι τίποτε ἄλλο παρὰ ἡ εἰσαγωγή τοῦ πέρατος στὸ δεχόμενο, στὸν χῶρο ὡς *γεγενημένη οὐσία*⁶, καὶ ἡ αἰτία εἶναι αὐτὸ ποὺ δίνει τὴν πρώτη κίνηση. Γιὰ νὰ ἀναφέρουμε ἓνα παράδειγμα, ἡ γνώση μας εἶναι κάτι μικτό, δηλαδὴ ἐπιβολὴ τῶν ἀνωτάτων μορφῶν (κατηγοριῶν) στὴν πολλαπλότητα τῆς ἐμπειρίας ὑπὸ τὴν μορφὴ ὅμως ἐκείνη τοῦ μικτοῦ ποὺ τὸ διακρίνουν οἱ ἀναβαθμοὶ καὶ ἡ ἱεραρχία. Τὸ πρόβλημα βέβαια ποὺ ἀνακύπτει ἐδῶ, καὶ στὸ ὁποῖο δὲν θέλουμε στὸ σημεῖο αὐτὸ νὰ μποῦμε, εἶναι ἂν ὑπάρχει τὸ μικτὸ καθ' αὐτό, δηλαδὴ ἡ ἐπιστημονικὴ μας κρίση δημιουργεῖ ἢ ἐπιγιγνώσκει τὸ μικτό;

Ἀναφερόμενος ὁ Πρόκλος στὸ γνωσιολογικὸ πρόβλημα θέτει τὸ φιλοσοφικὸ πρόβλημα, ἐὰν τὸ *κυκλικὸν εἶδος* ἢ τὸ *τριγωνικὸν εἶδος* τὸ δημιουργήσῃ ἡ ψυχὴ ὑστερογενῶς ἀπὸ τὰ ἐν ὕλῃ τρίγωνα ἢ τοὺς κύκλους (12, 11-13). Ἐὰν ὅμως συμβαίνει αὐτό, τότε πὼς ἐξηγεῖται, λέγει ὁ Πρόκλος, *ἡ ἀκρίβεια καὶ τὸ ἀνέλεγκτον τῶν μαθηματικῶν λόγων* (12, 13-14), ἡ συνέπεια καὶ ἀναγκαστικότητά τους; Ἐπομένως μιὰ τέτοια ἄποψη κατὰ τὸν Πρόκλο εἶναι ἀδύνατη καὶ πρέπει ἡ ψυχὴ νὰ προσνέμει στὰ ἀτελῆ τὸ τέλειο

3. Πρβλ. τίς φράσεις: *πέρας καὶ ἔσχατον* (*Μέν.* 75e), *στερεοῦ πέρας σχῆμα* (*Μέν.* 76a), *τελευτή γε καὶ ἀρχὴ πέρας ἐκάστων* (*Παρμεν.* 137d).

4. *Φίληβ.* 23c, d. Πρβλ. καὶ *Φίληβ.* 32a: *τὸ ἐκ τε ἀπείρων καὶ πέρατος γεγονὸς εἶδος*.

5. Τὸ πέρας μὲ τίς μορφές του ἀπεργάζεται τάξη, διάρθρωση καὶ ἀρμονία (πρβλ. *Φίληβ.* 25 a, b). Ἡ ἀντίθεση πέρατος-ἀπείρου ἐκφράζει ἀκόμη τὴν ἀντίθεση λογικοῦ καὶ πάθους. Στούς *Νόμους*, Z 793 b ὁ Πλάτων ὀρίζει τοὺς νόμους ὡς δεσμοὺς τῆς πολιτείας ποὺ περαίνουν τὴν ἀοριστία τῆς κοινωνικῆς ζωῆς: *δεσμοὶ γὰρ οὗτοι πάσης εἰσὶν πολιτείας*.

6. Τὸ μικτὸ δὲν εἶναι κάτι στατικό, ἀλλὰ μία γένεση (πρβλ. *Φίληβ.* 27 b), μία ποίηση (*Συμπ.* 205 b).

καὶ στὰ μὴ ἀκριβῆ τὸ ἀκριβές· διότι στὰ αἰσθητὰ δὲν ὑπάρχει κατὰ τὸν Πρόκλο τὸ ἀμερές (σημεῖο), τὸ ἀπλατὲς (γραμμὴ) ἢ τὸ ἀβαθές (ἐπιφάνεια) οὔτε ἡ ἰσότητα τῶν ἐκ τοῦ κέντρου γραμμῶν (ὁρισμὸς τοῦ κύκλου) οὔτε οἱ πάντοτε ἀμετάβλητοι λόγοι τῶν πλευρῶν οὔτε οἱ ὀρθότητες τῶν γωνιῶν (12,17-23) (στὸ σημεῖο αὐτό, κατὰ τὴ γνώμη μας, εἶναι πιθανὸν ὁ Πρόκλος νὰ ἀναφέρεται στὰ τρίγωνα τοῦ *Τιμαίου* τοῦ Πλάτωνος). Τὰ αἰσθητὰ εἶναι ὅλα μεριστὰ καὶ διαστατὰ καὶ κινούμενα (12,25-26), δὲν ἔχουν μόνιμον οὐσίαν ἀλλὰ ὑπαρξιν μεταβλητήν (13,1-2). Ἐπομένως πρέπει νὰ ὑποθεθεῖ κατὰ τὸν Πρόκλο ὅτι ἡ ψυχὴ εἶναι ἡ γεννητικὴ τῶν μαθηματικῶν εἰδῶν καὶ λόγων καὶ ὅτι ὁ Πλάτων ὀρθῶς ἐξέλαβε τὶς γεννήσεις αὐτὲς ὡς προβολές τῶν προϋπαρχόντων εἰδῶν στὴν ψυχὴ, διότι διαφορετικὰ δὲν ἐξηγεῖται ἡ δημιουργία τόσο μεγάλης ποικιλίας μαθηματικῶν λόγων (13, 6-13, 18-20). Τὰ μαθηματικὰ εἶδη εἶναι ἔκγονα τῆς ψυχῆς, καὶ ἡ προέλευση τῶν μαθηματικῶν λόγων καὶ ἀποδείξεων δὲν εἶναι ἀπὸ τὴν περιοχὴ τῶν αἰσθητῶν (13,22-24). Ἐπομένως ἡ ψυχὴ εἶναι πρότερον καὶ προηγεῖται ὡς οὐσιῶδες κατὰ τὴ φύση ἀπὸ τὰ καθ' ἑκαστα, ποὺ εἶναι ὑστερογενῆ. Ἡ ψυχὴ εἶναι τόπος τῶν εἰδῶν (15,5-6). Ἀλλωστε ἡ ἐρμηνεία, ποὺ ὀρθότερα κατὰ τὴ γνώμη μας ἀποδίδει τὸ νόημα τῆς φράσης τοῦ Πρόκλου μέση χώρα (3, 3-4) γιὰ τὰ μαθηματικὰ διανοητὰ εἶδη, εἶναι ἡ πλατωνικὴ ἄποψη⁷, ὅτι μόνο ἡ μαθηματικὴ διάνοηση ἔχει τὴ δύναμη νὰ γεννᾷ μέσα ἀπὸ τὰ σπλάχνα τῆς τὸ εἶδος, ποὺ εἶναι ταυτόχρονα καὶ ὕλη τῶν συμβόλων τῆς.

Τὸ ἀμέσως παρακάτω πρόβλημα, ποὺ θέτει ὁ Πρόκλος, εἶναι, ἀπὸ ποῦ ἔχει μέσα τῆς ἡ ψυχὴ τὰ μαθηματικὰ εἶδη, ἀπὸ τὸν ἑαυτὸ τῆς ἢ ἀπὸ τὸν νοῦ ἢ καὶ ἀπὸ τὰ δύο; Ἐάν, λέγει, τὰ μαθηματικὰ εἶδη προέρχονται ἀπὸ τὴν ψυχὴ, τότε πῶς αὐτὰ εἶναι εἰκόνες τῶν νοερῶν εἰδῶν; Ἐάν προέρχονται ἀπὸ τὸν νοῦ, τότε πῶς ἐξηγεῖται τὸ αὐτενέργητον καὶ τὸ αὐτοκίνητον τῆς ψυχῆς; (15,19-22, 26-27). Στὸ σημεῖο αὐτὸ ὁ Πρόκλος, ἐπικαλούμενος τὸν Πλάτωνα, τονίζει ὅτι τὰ Μαθηματικὰ πρωταρχικὰ εὐρίσκονται στὴν ψυχὴ, ἡ γένεση καὶ ἡ δημιουργία τῆς ὁποίας κατὰ τὸν *Τίμαιο* γίνεται ἀπὸ τὰ μαθηματικὰ εἶδη (16,16-27· 17,11-13)⁸. Δέχεται ὅμως, ἀκολουθώντας πάλι τὸν Πλάτωνα, ὅτι τὰ Μαθηματικὰ ἔχουν τὴν ἀρχὴ τους ἔξω σὲ ἄλλο κόσμον καὶ μὲ τὴ λειτουργία τῆς ἀνάμνησης (*Μένων*) καταλήγουν στοὺς ἔνδον λόγους καὶ οἰκοδομοῦνται μὲν ἀπὸ αὐτούς, ἀποβλέπουν ὅμως στὴν προηγούμενη (πρότερη) οὐσία τῶν μαθηματικῶν εἰδῶν, δηλαδὴ στὴν ἀρχὴ τους (18,17-20). Ἐπομένως ἡ ψυχὴ κατὰ τὸν Πρόκλο ἔχει μέσα τῆς τὰ Μαθη-

7. Βλ. καὶ τὶς ἐκτεταμένες ἀναλύσεις καὶ ἐρμηνεῖες μου στὸ πρόβλημα τῆς μεταξὺ παρεμβολῆς τῶν Μαθηματικῶν στὴ φιλοσοφία τοῦ Πλάτωνος, ποὺ ἀναπτύσσω στὴ διδακτορικὴ μου διατριβή: Δημητρίου Δ. Μούκανου, *Ὁ τρόπος τοῦ εἶναι τῶν μαθηματικῶν ἀντικειμένων κατὰ τὸν Πλάτωνα καὶ τὸν Ἀριστοτέλη*, Ἀθῆναι 1979, σσ. 48-62.

8. Πρβλ. καὶ Δ. Μούκανου, ὁ.π., 66-69.

ματικά και από τὸν ἑαυτὸ της και ἀπὸ τὸν νοῦ, πρὸς τὸν ὁποῖο βρίσκεται σὲ συμφωνία, σὲ μιὰ συμφωνία ὅμως ὅπου ἡ ψυχὴ εἶναι εἰκὼν καὶ τύπος τοῦ νοῦ, ὁ ὁποῖος λειτουργεῖ νοερῶς καὶ παραδειγματικῶς (16,4-16). Ὅπως βλέπουμε, ἔχουμε καὶ στὸν Πρόκλο τὴ διάκριση τοῦ «διανοητικοῦ εἶναι» ἀπὸ τὸ «νοητικὸ εἶναι». Χρήσιμη, νομίζω, στὸ σημεῖο αὐτὸ εἶναι ἡ ἄποψη τοῦ Εὐάγγελου Παπανούτσου, ὅτι ἡ γνωσιολογικὴ ἀξία τῆς μαθηματικῆς σκέψης ἔγκειται στὸ ὅτι εἶναι συστηματικὴ ἀθλητικὴ προπόνηση τοῦ πνεύματος, ἓνα εἶδος μεθοδικῆς διανοητικῆς γυμναστικῆς γιὰ νὰ προετοιμασθεῖ ἡ συνείδηση γιὰ τὸ μεγάλο κατόρθωμα, τὴ Γνώση. Τὰ Μαθηματικά, κατὰ τὸν Ε. Παπανούτσο, δὲν μᾶς δίνουν γνώση, προπονοῦν μόνο τὸν στοχασμὸ γιὰ τὴ γνώση, καὶ δὲν δίνουν γνώση, γιατί εἶναι ὄντα φανταστικά, σύμβολα. Ἀνήκουν στὴ σφαῖρα τοῦ Διανοεῖσθαι, προπονοῦν ὅμως τὴ συνείδηση γιὰ νὰ κατακτήσει τὴ γνώση⁹.

Ἡ ἀριστοτελικὴ ἄποψη, ὅτι τὰ Μαθηματικά εἶναι ὄντα ἐξ ἀφαιρέσεως ἀπὸ τὰ αἰσθητὰ πράγματα¹⁰, ἀπορρίπτεται ἀπὸ τὸν Πρόκλο μὲ τρία ἐπιχειρήματα:

- (α) Ἡ ἀκρίβεια τῶν Μαθηματικῶν δὲν ὑπάρχει στὰ αἰσθητὰ (μερικά) [12,9-13, 26].
- (β) Ἐὰν τὰ Μαθηματικά προέρχονται ἀπὸ τὰ αἰσθητὰ, τότε θὰ ἔπρεπε οἱ ἀποδείξεις, ποὺ στηρίζονται στὰ αἰσθητὰ (μερικά), νὰ εἶναι καλύτερες ἀπὸ τὶς ἀποδείξεις, ποὺ στηρίζονται στὶς μαθηματικὲς ἔννοιες. Ἐὰν λοιπὸν τὰ αἰσθητὰ (μερικά) εἶναι αἰτίες τῶν μαθηματικῶν ἐννοιῶν καὶ λόγων, τότε πῶς γίνεται αὐτὸ ποὺ πρέπει νὰ ἀποδειχθεῖ νὰ σχετίζεται ὄχι πρὸς τὸ αἰσθητὸ (μερικό), ἀλλὰ πρὸς τὸ καθολικώτερο, τὸ διανοητό; Αὐτὸ ὅμως ἀπὸ τὸ ὁποῖο προέρχονται οἱ μαθηματικὲς ἀποδείξεις εἶναι κατὰ τὴν οὐσία πρότερο ἀπὸ τὰ αἰσθητὰ (μερικά), καὶ τὸ καθόλου προσφέρεται καλύτερα γιὰ ἀπόδειξη ἀπὸ τὸ κατὰ μέρος, γι' αὐτὸ τὰ καθόλου εἶναι πρότερα καὶ τῇ φύσει προηγούμενα ἀπὸ τὰ καθ' ἕκαστα (13,27-14,23).
- (γ) Ἡ ἀριστοτελικὴ ἄποψη ὑποβαθμίζει τὴν ψυχὴ ἔναντι τῆς ὕλης, διότι

9. Βλ. Ε. Π. Παπανούτσου, *Περὶ Ἐπιστήμης*, Ἀθῆναι 1937, σσ. 309-314.

10. Πρβλ. Δ. Μούκανου, ὁ.π., 85-92.

11. Πρβλ. P. L. Schönberger: *Proklus Diadochus, Kommentar zum ersten Buch von Euklids «Elementen»* (μετάφραση ἀπὸ τὰ ἀρχαῖα ἑλληνικὰ στὰ γερμανικὰ μὲ κριτικὲς παρατηρήσεις στὸ κείμενο. Ὁ Max Steck προσέθεσε εἰσαγωγὴ μὲ σχόλια, βιβλιογραφικὲς παραπομπὲς καὶ σημαντικώτατους πίνακες), Halle (Saale) 1945, σσ. 472-475 (μνημειῶδες ἔργο). Πρβλ. ἐπίσης καὶ τὴν ἀγγλικὴ μετάφραση τοῦ ὑπομνήματος τοῦ Πρόκλου μὲ εἰσαγωγὴ καὶ βιβλιογραφικὲς παραπομπὲς ἀπὸ τὸν Glenn R. Morrow: *Proclus, A commentary on the first Book of Euclid's Elements*, Princeton University Press 1970.

ἡ ὕλη γίνεται ὁ χῶρος στὸν ὁποῖο κυριαρχεῖ τὸ οὐσιῶδες καὶ μᾶλλον ὄν, ἀπὸ τὸ ὁποῖο ἀπορρέει ὑστερογενῶς ἡ ψυχὴ καὶ κατὰ συνέπεια τὸ διανοητὸ εἶναι, δηλ. τὰ μαθηματικὰ εἶδη (14,24-15,9).

Ἀπὸ τίς παραπάνω ἀναλύσεις ἔχει γίνει ἀρκετὰ φανερό, ὅτι κατὰ τὸν Πρόκλο ἡ ψυχὴ εἶναι ἡ δημιουργὸς τῶν Μαθηματικῶν. Ἡ ψυχολογία στὸν Πρόκλο εἶναι Μαθηματικά, διότι ἡ φύση τῆς ψυχῆς χαρακτηρίζεται ἀπὸ τὰ Μαθηματικά.

Τὸ συμπέρασμα ποὺ μποροῦμε νὰ βγάλουμε ἀπὸ τὴν ἀνάλυση τοῦ δοκιμίου τοῦ πρώτου προλόγου εἶναι ὅτι ὁ Πρόκλος στηρίζεται κυρίως στὸν Πλάτωνα, τὸν ὁποῖο ἐπικαλεῖται σχεδὸν σὲ κάθε του σελίδα. Στὸ πρόβλημα τῆς ὄντολογίας τῶν Μαθηματικῶν δὲν εἶναι δυνατόν νὰ ἐπισημανθεῖ κάποια διαφοροποίηση τοῦ Πρόκλου ἀπὸ τὸν Πλάτωνα. Ἐπειτα ὁ Πρόκλος ἀφιερώνει ἀρκετὲς σελίδες γιὰ νὰ ἐξηγήσει τὸ ὄφελος καὶ τὴν ἀκρίβεια, τὴν ἀξία καὶ τὴ σπουδαιότητα τῆς μαθηματικῆς ἐπιστήμης, ἡ ὁποία ὀξύνει τὴ διάνοια καὶ ἀναπτύσσει τὸν παραγωγικὸ συλλογισμό, καθὼς καὶ τὴ διάκριση τῆς ἐπιστήμης τῶν Μαθηματικῶν ἀπὸ τὴ διαλεκτική, ἀπόψεις καὶ θέσεις τίς ὁποῖες βρίσκουμε στὸν ἴδιο τὸν Πλάτωνα καὶ συγκεκριμένα στὸ ἕκτο καὶ ἑβδομο βιβλίο τῆς *Πολιτείας*. Στόχος τέλος τοῦ Πρόκλου εἶναι νὰ ἐξηγήσει ὅτι ἡ μεθοδολογία καὶ τὸ διανοητικὸ ἔργο τῆς μαθηματικῆς ἐπιστήμης θεμελιώνουν ἓναν μαθηματικὰ προσανατολισμένο ἰδεαλισμό, πράγμα ποὺ ἐπεδίωξε νὰ δείξει ὁ ἴδιος ὁ Πλάτων¹². Κατὰ τὸν N. Hartmann ὁ Πρόκλος εἶναι βασικά ὑπομνηματιστὴς ἀκόμη καὶ σὲ ἐκεῖνα τὰ σημεῖα, τὰ ὁποῖα ἰδιαίτερα δὲν ὑπομνηματίζει¹³.

Στὸν δεύτερο πρόλογο ὁ Πρόκλος ἀσχολεῖται μὲ τὸ πρόβλημα, πῶς εἶναι δυνατόν νὰ δεχθοῦμε στὰ γεωμετρικὰ σχήματα ἀσώματον ὑπόστασιν, ἐφ' ὅσον αὐτὰ βρίσκονται ἐν τοῖς αἰσθητοῖς καὶ εἶναι ἀχώριστα τῆς ὕλης (49,7-10). Ποῦ μποροῦμε νὰ βροῦμε στὰ αἰσθητά, ἐρωτᾷ, τὸ ἀμερὲς σημεῖον ἢ τὴν ἀπλατῇ γραμμὴν ἢ τὴν ἀβαθῇ ἐπιφάνειαν ἢ τὴν ἰσότητα τῶν ἐκ τοῦ κέντρου γραμμῶν (ἐνν. τῶν ἀκτίνων τοῦ κύκλου); [49,12-15]. Ἡ γεωμετρικὴ ὕλη στὰ αἰσθητά, τονίζει, εἶναι μεριστή. Ὁ κύκλος, τὸ τρίγωνο καὶ ἐν γένει τὸ σχῆμα ἐν διανοίᾳ εἶναι ἄνευ ὕλης, εἶναι εἶδη ἐν διανοίᾳ (50,7-9· 54,18). Τὸ εἶδος τοῦ κύκλου εἶναι ἓνα καὶ ἀδιαίρετο, ὁ αἰσθητὸς ὅμως κύκλος εἶναι διαιρετός. Ὁ Πρόκλος δέχεται τὴν ἐπίδραση τοῦ Πλάτωνος στὴν ἀποψή του, ὅτι στὸ γεωμετρικὸ σχῆμα ὑπάρχει κάτι ἀπόλυτο, δηλ. ἡ ἰδέα αὐτοῦ τοῦ σχήματος.

12. Πρβλ. καὶ Nicolai Hartmann, *Des Proklus Diadochus philosophische Anfangsgründe der Mathematik*, Gießen 1909/Berlin 1969, σ. 5.

13. Βλ. ὁ.π., 4.

Τὸ πιὸ ἐνδιαφέρον ὅμως μέρος στὴν προβληματικὴ τοῦ δευτέρου προλόγου εἶναι ἐκεῖνο, ὅπου ὁ Πρόκλος ἀναλύει τὴν ἔννοια τῆς φαντασίας καὶ τὴ σχέση της μὲ τὰ Μαθηματικά. Ὁ Πρόκλος διακρίνει τὴ φαντασία ἀπὸ τὴν αἴσθησι (51,14-21) καὶ φαίνεται ὅτι ἀποδέχεται τὴν ἄποψη, ὅτι ἡ φαντασία εἶναι νοῦς παθητικός, ἐπεξηγεῖ δὲ τὴ φράση αὐτὴ ὡς ἐξῆς: καὶ νοῦν αὐτὴν προσεῖπεν ὡς εἰκνῦαν ταῖς πρωτίσταις (γνώσεσιν) καὶ παθητικὸν κατὰ τὴν πρὸς τὰ ἔσχατα (δηλ. τὰς ἐσχάτας γνώσεις) συγγένειαν (52,3-4, 10-12). Οἱ ἔσχατες γνώσεις εἶναι γιὰ τὸν Πρόκλο οἱ αἰσθήσεις ποὺ χαρακτηρίζονται κατὰ τὸν Πλάτωνα ἀπὸ βίαια παθήματα, ἐνῶ κάθε τι ποὺ νοεῖ ἡ φαντασία εἶναι τύπος καὶ μορφή νοήματος (52, 16-20, 25-26). Ἡ φαντασία δημιουργεῖ κατὰ τὸν Πρόκλο τὸν χῶρο. Βέβαια δὲν πρόκειται ἐδῶ γιὰ τὸν χῶρο ὡς ἐκτατὴ ὕλη, ἀλλὰ γιὰ τὸν γεωμετρικὸ χῶρο. Γιὰ τὸν Πρόκλο ἓνα γεωμετρικὸ σχῆμα δὲν εἶναι κάτι σωματικό, ἀλλ' ἀνήκει στὴ φαντασία¹⁴. Ὁ γεωμετρικὸς χῶρος εἶναι ἓνα δημιούργημα τῆς φαντασίας, ἡ ὁποία ἐπιτρέπει στὸ νοῦ νὰ κάνει τὴ μετάβαση ἀπὸ τὸ μαθηματικὸ πρότυπο στὸ αἰσθητό¹⁵. Ὁ Πρόκλος διαβλέπει στὴν ἔννοια τῆς φαντασίας μιὰ κίνηση μορφωτικήν (51,21), διαχωρίζει ὅμως τὴ θέση του ἀπὸ τὸν Ἀριστοτέλη, ὁ ὁποῖος μίλησε γιὰ νοητὴ ὕλη καὶ ὀνομάζει τὸ ἀντικείμενο τῆς φαντασίας φανταστὴ ὕλη (51,15-16·55,5). Ἡ φαντασία καὶ ὁ νοῦς παθητικός ἔχουν κατὰ τὸν Πρόκλο τὴν ἴδια ἀκριβῶς θέση στὴ γνωσιολογικὴ κλίμακα ἐννοιῶν¹⁶.

Στὸν δεῦτερο πρόλογο τοῦ ὑπομνήματος τοῦ Πρόκλου στὸν Εὐκλείδη ἡ Γεωμετρία γίνεται ἀντικείμενο ἔρευνας καὶ ἀπὸ μιὰ ἄλλη σκοπιά. Στὴ Γεωμετρία δὲν ὑπάρχει κατὰ τὸν Πρόκλο τὸ πιὸ μικρὸ μέγεθος: ἐν γεωμετρία γὰρ τὸ ἐλάχιστον ὅλως οὐκ ἔστιν (60,11-12). Ἐπίσης ὅπου ἡ διαίρεση συνεχίζεται στὸ ἄπειρο, ἐκεῖ ἔχει τὴ θέση του τὸ ἄλογον (ἡ ἀσυμμετρία): ὅπου γὰρ ἐπ' ἄπειρον ἡ διαίρεσις, ἐκεῖ καὶ τὸ ἄλογον (60,15-16)¹⁷. Τὴν ἀπειροστικὴ αὐτὴ συνείδηση τὴ βρίσκουμε πολὺ πιὸ πρὶν καὶ στὸν Ἀναξαγόρα, ὁ ὁποῖος ἰσχυρίσθηκε ὅτι τοῦ μικροῦ ὑπάρχει μικρότερο καὶ τοῦ μεγάλου ὑπάρχει μεγαλύτερο: οὔτε γὰρ τοῦ σμικροῦ ἔστι τό γε ἐλάχιστον, ἀλλ' ἔλασσον αἰεῖ... ἀλλὰ καὶ τοῦ μεγάλου αἰεῖ ἔστι μεῖζον¹⁸.

14. Πρόκλου... ὁ.π., σ. 52, 26-27: ἡ δ' αὖ φαντασία... καὶ τὸν κύκλον διαστατῶς νοεῖ. Πρβλ. καὶ τὶς φράσεις: τοῖς φανταστοῖς κύκλοις, τὸ ἐν τῇ φαντασίᾳ μέγεθος, ὅταν γὰρ πολλοὺς ὁμοκέντρους φαντασθῇς (σ. 53, 9, 12-13, 23-24).

15. Πρβλ. P. L. Schönberger-Max Steck, ὁ.π., σ. 65, 486.

16. Αὐτὴ εἶναι ἡ ἄποψη τοῦ N. Hartmann, ὁ.π., σ. 29. Ἀξίζει στὸ σημεῖο αὐτὸ νὰ ἐξάρουμε τὶς διεισδυτικὲς ἀναλύσεις ποὺ κάνει ὁ N. Hartmann στὴν ἐργασία του αὐτὴ (σ. 27-34) γιὰ τὴν ἔννοια καὶ τὴ σημασία τῆς φαντασίας στὸν Πρόκλο στὴ σχέση της μὲ τὴ γεωμετρία.

17. Πρβλ. καὶ P. L. Schönberger-Max Steck, ὁ.π., σ. 67, 489.

18. Βλ. H. Diels - W. Kranz, *Die Fragmente der Vorsokratiker*, II, Berlin 1960¹⁰

Σὲ ἓνα σημαντικὸ χωρίο τοῦ δευτέρου προλόγου ὁ Πρόκλος μαρτυρεῖ ὅτι ὁ Πυθαγόρας *ἀνεῦρεν τὴν τῶν ἀλόγων πραγματείαν* (65,19-20), δηλαδή τὴν πραγματεία περὶ ἀσυμμέτρων, καὶ τὸ χωρίο αὐτὸ εἶναι ἓνα ἐπιχείρημα ἐναντίον τῆς ἁποψῆς τοῦ K. v. Fritz, ὁ ὁποῖος ἰσχυρίσθηκε ἀνεπιτυχῶς¹⁹, ὅτι τὴν ἀσυμμετρία ἀνακάλυψε ὁ Ἴππασος ὁ Μεταποντῖνος.

Μιὰ σύντομη μνεία καὶ ἀξιολόγηση τῶν μαθηματικῶν τῆς Ἀρχαίας Ἀκαδημίας μᾶς δίνει ὁ Πρόκλος στὶς σσ. 66-69 τοῦ ὑπομνήματός του καὶ συγκεκριμένα στὸν δεύτερο πρόλογο. Ἀναφέρεται ὁ ἐπιφανὴς στὴ γεωμετρία Θεόδωρος ὁ Κυρηναῖος²⁰, ὁ δάσκαλος τοῦ Πλάτωνος καὶ τοῦ Θεαιτήτου. Μνημονεύεται ἡ ἐπίδοσις τοῦ Πλάτωνος στὰ Μαθηματικά καὶ ἡ παρεμβολή τους στὸ φιλοσοφικὸ του ἔργο²¹, ὁ Λεωδάμας ὁ Θάσιος, ὁ Ἀρχύτας ὁ Ταραντῖνος²², τελευταῖος ἀντιπρόσωπος τῆς Πυθαγόρειας Σχολῆς, ὁ ὁποῖος ἐπέδρασε στὴν περαιτέρω ἀνάπτυξη τῶν Μαθηματικῶν στὴν Ἀκαδημία τοῦ Πλάτωνος καὶ στὴ Σχολὴ τῆς Κυζίκου. Μνημονεύεται ἀκόμη ὁ Θεαίτητος ὁ Ἀθηναῖος²³, ὁ Εὐδόξος ὁ Κνίδιος²⁴, ὁ Μέναιχμος μαθητὴς τοῦ Εὐδόξου, ὁ Ἀμύκλας ὁ Ἡρακλεώτης, ὁ Δεινόστρατος, ποὺ τελειοποίησε ἀκόμη περισσότερο τὸ ὅλο σύστημα τῆς γεωμετρίας, ὁ ἑξοχος μαθηματικὸς Θεύδιος ὁ Μάγνης, ὁ ἐπίσης ὀνομαστὸς Κυζικηνὸς Ἀθήναιος, ὁ Ἑρμότιμος ὁ Κολοφώνιος, ποὺ ἀνάπτυξε περαιτέρω τὰ συμπεράσματα τοῦ Εὐδόξου καὶ τοῦ Θεαιτήτου, καὶ ὁ μαθητὴς τοῦ Πλάτωνος Φίλιππος ὁ Μενδαῖος. Ὅλοι αὐτοὶ ἐρευνοῦσαν κατὰ τὸν Πρόκλο κοινὰ ἀντικείμενα στὴν Ἀκαδημία τοῦ Πλάτωνος. Λίγο νεώτερος ἀπὸ αὐτοὺς ἦταν κατὰ τὸν Πρόκλο ὁ Εὐκλείδης, ποὺ κατὰ τὴ σύνταξη τῶν *Στοιχείων* του συμπεριέλαβε πολλὰ συμπεράσματα τοῦ Εὐδόξου καὶ τελειοποίησε πολλὰ συμπεράσματα τοῦ Θεαιτήτου, τὶς ὀλιγώτερο δὲ αὐστηρὲς ἀποδείξεις τῶν προδρόμων του

σ. 33, 14-16 (= Ἀναξαγόρας, B 3). Πρβλ. καὶ Εὐαγγέλου Σ. Σταμάτη, *Περὶ τοῦ ἀξιώματος τῆς συνεχείας*, «Πλάτων» Κ' (1968), σσ. 144-147.

19. Αὐτὸ ἐπεσήμανα καὶ ἔδειξα στὶς σσ. 29-30 τῆς διδακτορικῆς μου διατριβῆς (δ.π.).

20. Βλ. τὸ διεξοδικὸ καὶ σημαντικὸ ἄρθρο τοῦ K. v. Fritz στὴ RE (*Theodoros aus Kyrene*), στήλη 1811-1825.

21. Βλ. Ε. Σ. Σταμάτη, *Ἡ ἐλληνικὴ ἐπιστήμη*, Ἀθῆναι 1968, σσ. 40-51 καὶ Φίλωνος Μ. Βασιλείου, *Φιλοσοφία τῶν Μαθηματικῶν*, Ἀθῆναι 1971, σσ. 3-5, 49-50, 65-66.

22. Βλ. Ε. Σ. Σταμάτη, *Εὐκλείδου Στοιχεῖα*, τόμ. II, Ἀθῆναι 1953, σσ. 14-18 τοῦ ἰδίου, *Ἡ ἐλληνικὴ ἐπιστήμη*, δ.π., σσ. 52-56.

23. Βλ. τὸ ἄρθρο τοῦ K. v. Fritz στὴ RE (*Theaitetos aus Athen*), στήλη 1351-1372.

24. Βλ. H. Hasse - H. Scholz, *Ἡ κρίσις τῶν ἀρχῶν τῆς ἐλληνικῆς μαθηματικῆς ἐπιστήμης* (ἐλλην. μετάφρ. Φ. Βασιλείου καὶ Χρ. Καπνουκάγια, Ἀθῆναι 1934, σσ. 1-3, 14-31) καὶ Φ. Μ. Βασιλείου, *Ἐπὶ τῆς οὐσίας τῶν Μαθηματικῶν*, Ἀθῆναι 1965, σσ. 14-21, 23-27, 67, 129. Βλ. ἐπίσης Ε. Σ. Σταμάτη, *Εὐκλείδου Στοιχεῖα*, τόμ. II, δ.π., σσ. 19-22 τοῦ ἰδίου, *Ἡ ἐλληνικὴ ἐπιστήμη*, δ.π., σσ. 57-61.

τις διαμόρφωσε κατά τρόπο πού δέν εἶναι δυνατόν νά ἀνασκευασθοῦν: οὐ πόλιν δὲ τούτων νεώτερός ἐστίν *Εὐκλείδης* ὁ τὰ στοιχεῖα συναγαγὼν καὶ πολλὰ μὲν τῶν *Εὐδόξου* συντάξας, πολλὰ δὲ τῶν *Θεαιτήτου* τελεωσάμενος, ἔτι δὲ τὰ μαλακώτερον δεικνύμενα τοῖς ἔμπροσθεν εἰς ἀνελέγκτους ἀποδείξεις ἀναγαγὼν (68,6-10). Ἀπὸ τὸ χωρίο αὐτὸ τοῦ *Πρόκλου* βγάζουμε τὸ συμπέρασμα ὅτι ὁ *Εὐκλείδης* εἶχε στενὴ σχέση μετὰ τὰ πορίσματα ὁρισμένων μαθηματικῶν τῆς Ἀκαδημίας τοῦ *Πλάτωνος*, ἀπὸ τοὺς ὁποίους εἶναι λίγο νεώτερος, καὶ οἱ ὁποῖοι εἶχαν συγκεντρωθεῖ γύρω ἀπὸ τὸν *Πλάτωνα* καὶ ἦσαν μαθηταὶ του. Ὁ *Πρόκλος* μαρτυρεῖ ἀκόμη ὅτι ὁ *Εὐκλείδης* ἦταν οἰκεῖος μετὰ τῇ φιλοσοφίᾳ τοῦ *Πλάτωνος* καὶ συνειδητὸς ὁπαδὸς της: καὶ τῇ προαιρέσει δὲ *Πλατωνικός* ἐστὶ καὶ τῇ φιλοσοφίᾳ ταύτῃ οἰκεῖος, ὅθεν δὴ καὶ τῆς συμπάσης στοιχειώσεως τέλος προεστήσατο τὴν τῶν καλουμένων *Πλατωνικῶν σχημάτων* σύστασιν (68,20-23). Ἀπὸ τὸ χωρίο αὐτὸ φαίνεται ἀκόμη ὅτι ὁ *Εὐκλείδης* εἶχε θέσει ὡς σκοπὸ τοῦ ἔργου του *Στοιχεῖα* τὴν κατασκευὴ τῶν καλουμένων *πλατωνικῶν σωμάτων* (ὁ *Πρόκλος* ἐννοεῖ τὴν κατασκευὴ καὶ ἐγγραφὴ σὲ σφαῖρα τῶν πέντε κανονικῶν πολυέδρων: κύβου, τετραέδρου, ὀκταέδρου, εἰκοσαέδρου, δωδεκαέδρου)²⁵.

Ἀπὸ τίς παραπάνω δύο σημαντικὲς μαρτυρίες τοῦ *Πρόκλου* γίνεται φανερό ὅτι ὁ *Εὐκλείδης* εἶχε φήμη μεγάλου μαθηματικοῦ τῆς Ἀκαδημίας τοῦ *Πλάτωνος*. Εἰκάζεται ὅτι ὁ βασιλεὺς *Πτολεμαῖος* ὁ Α΄ θὰ τὸν εἶχε καλέσει στὸ Πανεπιστήμιο τῆς Ἀλεξανδρείας, ὅπως εἶχε καλέσει τὸν *Μένανδρο* καὶ ἄλλους πνευματικούς ἡγέτες τῶν Ἀθηνῶν. Ὅπως εἶναι γνωστό, μετὰ τὴν προστασία τῶν πρώτων *Πτολεμαίων* βασιλέων ἡ Ἀλεξάνδρεια ἔγινε τὸ Κέντρο τοῦ ἐλληνιστικοῦ πολιτισμοῦ. Ὁ *Πτολεμαῖος* Α΄ ἱδρυσε στὴν Ἀλεξάνδρεια τὸ Μουσεῖο, κέντρο ἐπιστημονικῶν ἐργασιῶν. Ἐπὶ *Πτολεμαίου* Β΄ τοῦ *Φιλαδέλφου* ἱδρύθηκε ἡ Βιβλιοθήκη τῆς Ἀλεξανδρείας, ἡ ὁποία πρὶν ἀπὸ τὴν πυρκαϊὰ τοῦ 47 π.Χ. κατεῖχε 700.000 περίπου τόμους βιβλίων. Περίφημοι φιλόλογοι καὶ ἐπιστήμονες τῆς ἐποχῆς ἀπὸ ὅλη τὴν Ἑλλάδα κλήθηκαν ἀπὸ τοὺς *Πτολεμαίους* νὰ κάνουν κριτικὲς ἐκδόσεις τῶν Ἑλλήνων συγγραφέων καὶ σχόλια σ' αὐτούς.

25. Ὁ κύβος, ἡ πυραμίδα (τετράεδρο) καὶ τὸ δωδεκάεδρο ἀποδίδονται στὸν *Πυθαγόρα*, ἐνῶ τὸ ὀκτάεδρο καὶ τὸ εἰκοσάεδρο ἀποδίδονται στὸν *Θεαίτητο* τῆς Ἀκαδημίας τοῦ *Πλάτωνος* (πρβλ. *Σχόλια εἰς τὸ γ' βιβλίον τῶν Στοιχείων τοῦ Εὐκλείδου*, τόμ. V, 2, σ. 291, p. 654, 1-9 ἔκδ. I. L. Heiberg - E. S. Stamatis: ἐν τούτῳ τῷ βιβλίῳ, τουτέστι τὸ γ', γράφεται τὰ λεγόμενα *Πλάτωνος* ε σχήματα, ἃ αὐτοῦ μὲν οὐκ ἔστιν, τρία δὲ τῶν προειρημένων ε σχημάτων τῶν *Πυθαγορείων* ἐστίν, ὃ τε κύβος καὶ ἡ πυραμὶς καὶ τὸ δωδεκάεδρον, *Θεαιτήτου* δὲ τό τε ὀκτάεδρον καὶ τὸ εἰκοσάεδρον. τὴν δὲ προσωνημίαν ἔλαβεν *Πλάτωνος* διὰ τὸ μεμνησθαι αὐτὸν ἐν τῷ *Τιμαίῳ* περὶ αὐτῶν· *Εὐκλείδου* δὲ ἐπιγράφεται καὶ τοῦτο τὸ βιβλίον διὰ τὸ στοιχειώδη τάξιν ἐπιτεθεικέναι καὶ ἐπὶ τούτου τοῦ στοιχείου). Βλ. καὶ E. Σ. Σταμάτη, *Εὐκλείδου Στοιχεῖα*, τόμ. I, Ἀθῆναι 1952, σσ. 11-21· τοῦ ἰδίου, *Ἡ ἐλληνικὴ ἐπιστήμη*, ὁ.π., σσ. 74-107.

Ὁ Πρόκλος στὸ τέλος τοῦ δευτέρου προλόγου τοῦ ὑπομνήματός του ἀποδέχεται τὸ συμβολικὸ ἀπόφθεγμα τῶν Πυθαγορείων, ποὺ ὑποστήριζαν γιὰ τὴ Γεωμετρία: *σχᾶμα καὶ βᾶμα, ἀλλ' οὐ σχᾶμα καὶ τριώβολον* (84, 16-17), δηλαδή ἡ Γεωμετρία μὲ κάθε θεώρημά της δημιουργεῖ ἓνα βῆμα γιὰ τὴν ἀνοδικὴ πορεία τῆς ψυχῆς, τὸ ὁποῖο δὲν ἀφήνει τὴν ψυχὴ νὰ κατέρχεται πρὸς τὰ αἰσθητὰ καὶ νὰ ἱκανοποιεῖται μὲ θνητὲς ἀνάγκες (84, 17-23). Οἱ Πυθαγόρειοι καταγίνονταν μὲ τὴν ἐπιστήμη χάριν αὐτῆς ταύτης τῆς ἐπιστήμης. Ἐπομένως ὁ στόχος τους, σύμφωνα μὲ τὸ παραπάνω χωρίο τοῦ Πρόκλου, ἦταν ὄχι Γεωμετρία μὲ *τριώβολον*, δηλαδή ἐπὶ πληρωμῇ.

ONTOLOGIE DER ‚MATHEMATIKA‘ BEI PROKLOS DIADOCHOS

Zusammenfassung.

In der vorliegenden Studie wird der Versuch unternommen, die Ontologie der ‚Mathematika‘ bei Proklos Diadochos (410-485 n.Chr.) in den zwei Teilen der Vorrede seines Kommentars zum ersten Buch von Euklids *Elementen* darzustellen. Für die Erforschung des Platonismus sind die Arbeiten und die Beobachtungen des Proklos von besonderer Bedeutung.

Seit Jahrzehnten liegen die Arbeiten von N. Hartmann, P. L. Schönberger - Max Steck und G. R. Morrow für den Euklid-Kommentar vor. Gegenüber den anderen hat der Kommentar von P. L. Schönberger - Max Steck Epoche gemacht. Die künftige Forschung wird aus dieser Arbeit vielfältige Belehrung schöpfen können.

Proklos bietet in der Vorrede seines Euklid-Kommentars die Grundlagen eines mathematisch orientierten Idealismus. Dieser Text des Proklos hat seinen wissenschaftlichen Wert bis heute nicht verloren. Im ersten Teil der Vorrede werden sowohl die ontologischen und erkenntnistheoretischen Positionen des Proklos im Bereich der Mathematik wie auch die seinsgründenden Prinzipien der griechischen Mathematik (*Peras* und *Apeiron*) dargestellt. Im zweiten Teil der Vorrede wird die Methodologie der Mathematik mit dem Phantasie (Einbildungskraft)-Begriff, der den geometrischen Raum schafft, in Beziehung gebracht. Der geometrische Raum sei ein Geschöpf der Phantasie.

Besonders hervorzuheben ist die Aussage des Proklos, die auch bei Anaxagoras zu finden ist, daß es in der Geometrie eine kleinste Größe überhaupt nicht gibt (S. 60,11-12). Klassisch geworden ist die Proklos-

Stelle (S. 68,20-23) über Euklid: Euklid gehörte zur platonischen Schule und war mit dieser Philosophie vertraut, weshalb er auch als Ziel der gesamten Lehre der *Elemente* die Darstellung der sogenannten platonischen Körper aufstellte.

Der Wert der Aussagen von Proklos in seinem Euklid-Kommentar liegt vielmehr in einer Fülle von Hinweisen auf das Entstehungs- und Wirkungsnetz der Mathematik, wie sie von Platon und seinen Schülern in der Akademie gepflegt wurde. Damit ist ein sicherlich nicht unbedeutender Beitrag geleistet, Ansätze für eine Geschichte der Mathematik (siehe das Mathematiker-Verzeichnis) in der älteren Akademie zu finden. In diesem Sinne ist Proklos' Werk die gedankliche Ernte eines langen Lebens mit Platon. Die Würdigung der Wirkungsgeschichte des Platonismus in der Mathematik, die Proklos gibt, führt zu einer neuplatonisch interpretierte Philosophie der Mathematik Platons (oder soll man besser sagen: das ist ein neuplatonisch eingefärbter Platonismus). Proklos ist von Platon abhängig und das Werk Platons ist bei ihm leitend. Dokumente für eine solche Abhängigkeit findet man nicht nur im Euklid-Kommentar, sondern auch in all seinen Platon-Kommentaren. Proklos versucht zu zeigen, daß die Beschäftigung mit mathematischen Problemen geeignet ist, zu den Ideen der Gegenstände der Mathematik hinzuführen.

Im ersten Teil der Vorrede des Euklid-Kommentars finden wir bei Proklos einen Seinsunterschied zwischen den Ideen und den ‚Mathematika‘. Außerdem ist für Proklos -wie für Platon das- Ontologische und das Erkenntnistheoretische zwei untrennbare Aspekte des einen Wesens der Dinge. Immer wieder zeigt sich, daß bei der Teilung des Gebietes des νοητὸν am Schluß des 6. Buches der *Politeia* 511 d,e, wo die Erkenntnis der Mathematiker als διάνοια von der Erkenntnis der Philosophen, dem νοῦς, unterschieden wird, die εἶδη eine eigentümliche Doppelrolle spielen. Sie müssen zweifellos die Erkenntnisgegenstände des höheren Teils dieses Bereiches bilden. Aber auch in dem unteren Teil des νοητὸν scheinen sie in gewisser Weise zu sein, wenn Platon sagt, daß der eigentliche Gegenstand der wissenschaftlichen Erkenntnis der Mathematiker das νοητὸν εἶδος sei, nicht die gezeichneten Figuren, sondern das Quadrat an sich, oder der Durchmesser an sich usw. Dies haben die Mathematiker bei ihren Operationen eigentlich im Sinne (*Politeia* 510 d, 511 a). Dem entspricht es auch, daß der Charakter des νοητὸν εἶδος in dem höheren Teil dieses Bereiches des νοητὸν ein anderer ist als im unteren. Wichtig in diesem Zusammenhang ist die Bemerkung des Aristoteles, daß die ‚Mathematika‘ nach Platon sich dadurch von den Ideen unterscheiden, daß es die, ‚Mathematika‘ vielmals gebe, während es die Idee nur einmal geben könne (*Metaph.* 987 b 14-18). Wir erfahren bei

Aristoteles (*Metaph.* 1059 b 6-7), daß das Mathematische selbst eine Mittelstellung zwischen den Ideen und den Erscheinungen nach Platon einnimmt. Allerdings geschieht dies so, daß das Mathematische, im Rahmen eines viergliedrigen Schemas in der *Politeia*, mit dem höheren Seinsbereich der Ideen stärker verbunden zu sein scheint als mit den Erscheinungen. Die Darlegungen in der *Politeia* lassen kaum einen Zweifel darüber, daß die erkenntnistheoretische Mittelstellung des mathematischen Bereichs zugleich eine ontologische ist. Die ontologische Mittelstellung der ‚Mathematika‘ ist nach Platon, wie die grundlegende Erörterung im *Philebos* zeigt, das methodische Mittel, den Sinn des Mathematischen, nämlich seine Fähigkeit zur Beherrschung des Apeiron, zur Geltung zu bringen. Das große Problem des Einen und Vielen, der Grenze und des Unbegrenzten kann nur gelöst werden dadurch, daß man die gesamte Zahl der Vielheit kennt, die zwischen dem Unbegrenzten und dem Einen liegt. Prüft man die platonischen Texte in *Politeia* 510 d, 511 a, 511 c, 533 c, 511 b, d, so wird man nicht leugnen können, daß es sich hier um die Ontologie der Mathematik handelt. Proklos zeigt überzeugend in seinem Kommentar zur *Politeia* (I, S. 288-292) und im ersten Teil der Vorrede seines Euklid-Kommentars, daß es sich am Schluß des 6. Buches der *Politeia* um den methodologischen und zugleich ontologischen Unterschied handelt. Proklos spricht in diesen Texten von der ontologischen Mittelstellung der ‚Mathematika‘ am Schluß des 6. Buches der *Politeia* und nicht von den ‚Mathematika‘ als *μεταξὺ* im innerakademischen Bereich oder in der indirekten Platon-Überlieferung. So läßt sich die Ansicht von H. J. Krämer «Die mathematischen Wesenheiten bildeten in Platons mündlicher Lehre einen eigenen Seinsbereich zwischen Ideen-und Körperwelt» (im Band *Das Problem der ungeschriebenen Lehre Platons*, Darmstadt, Wiss. Buchgesellschaft 1972, S. 420) auch bei Proklos in seinem Kommentar zur *Politeia* und im ersten Teil der Vorrede seines Euklid-Kommentars nicht nachweisen.

Athen

Demetrios D. Moukanos