EFTICHIOS BITSAKIS, Jannina

LA MECANIQUE QUANTIQUE EST-ELLE UNE THÉORIE COMPLÈTE?*

La mécanique quantique est-elle une théorie «complète», c'est-à-dire nous donne-t-elle, à son niveau, une description complète de la réalité? La question peut être abordée de plusieurs points de vue. Le texte présent est un essai d'analyse de la question, du point de vue logique. Ainsi nous présenterons la structure des propositions classiques et quantiques et nous essayerons de dégager leur contenu physique. Nous essayerons donc de mettre en relief la différence entre les deux mécaniques et de poser, par cette voie, la question de la complétude de la mécanique quantique.

On sait que la question de l'interprétation de la mécanique quantique a été essentiellement posée au moment même de sa constitution. Le caractère dramatique de la question s'est déjà manifesté au Congrès de Solvay (1927). Einstein, Podolsky et Rosen ont posé de nouveau la question de la complétude, à l'aide de leur célèbre expérience imaginaire (1935). A l'inverse de N. Bohr, ils ont développé une argumentation selon laquelle la description quantomécanique n'est pas complète. Ainsi, ils ont accepté, implicitement, la possibilité d'une description quantomécanique plus complète, par l'introduction, dans le formalisme, de variables supplémentaires. L'année suivante Birkhoff et von Neumann ont étudié la structure logique des propositions de la mécanique quantique, et ont démontré qu'elle est isomorphe à une structure non booléenne. Pendant les années 60, Jauch, Piron et d'autres physiciens ont approfondi et généralisé ces recherches. Ainsi l'ancien problème de l' interprétation de la mécanique quantique a été abordé d'un point de vue qui possède les avantages de la rigueur logico-mathématique en même temps que son désavantage: l'apparence d'une vérité définitive.

---

* Ce texte, sous sa première forme, a été publié en langue hongroise, à la revue *Acta Philosophica*, *8*, 9 (1981), Université de Eotvös Loränd. La version présente a été préparée dans le cadre du programme du *Groupe de Recherche Interdisciplinaire,* soutenu par *Scientific Research and Technology Agency.*

A. Élements de calcul des propositions.

Nous donnerons d'abord les éléments de base du calcul des propositions. Les éléments de ce langage sont indispensables pour aborder l'aspect physique du problème.

A_1. L'idéal classique et les systèmes microphysiques.

La physique classique acceptait la possibilité de mesure simultanée (ou successive) de toutes les variables définissant l'état d'un système physique. Elle acceptait, en conséquence, la possibilité d'une description complète de l'état du système. Elle postulait ainsi non seulement l'existence d'une détermination causale, mais aussi la possibilité de sa vérification expérimentale.

Selon la conception classique de la causalité, les mêmes causes produisent les mêmes effets (Newton). Aussi, selon la conception qui domina la physique classique, le système garde son identité pendant tout changement d'état. Le changement n'est que quantitatif, les concepts de qualité et de changement qualitatif étant en dehors du champ de validité de la conception mécaniste.

La physique moderne a mis en relief les limites de cette conception. La description quantomécanique utilise des couples de paramètres incompatibles: de telles variables ne sont pas simultanément mesurables avec une précision illimitée, car la mesure de l'une perturbe la valeur de l'autre. Les inégalités de Heisenberg sont l'expression formelle de cette situation. Tel est, par exemple, le couple position-impulsion. Selon la conception orthodoxe, la description spatiotemporelle du système exclut sa description dynamique et vice-versa.

Quelle pourrait être l'interprétation physique des inégalités de Heisenberg? Heisenberg lui-même a formulé une interprétation *opérationaliste:* la mesure de l'une des variables perturbe la valeur de l'autre; ainsi leur mesure simultanée (ou successive) est impossible. Cette interprétation présuppose, *implicitement*, que les grandeurs incompatibles possèdent une certaine valeur avant la mesure. Or, une autre interprétation, que nous appellerons *ontologique*, prétend que les variables conjuguées n'ont pas des valeurs simultanément précises. Une particule, par exemple, ne possède pas au même instant une position et une impulsion précises. Pour les uns, cette affirmation n'accepte pas d'interprétation. Pour d'autres, il y a bien une interprétation physique: la particule quantique est une onde-corpuscule, un *paquet d'ondes* et possède une «extension» aussi bien dans l'espace physique, que dans l' espace des impulsions[1]. Selon la thèse *agnostique*, enfin, il faut que nous nous contentions des données expérimentales, sans chercher n'importe quelle interprétation «profonde».

Cette dernière conception constitua le noyau du principe de complémentarité de N. Bohr. Selon ce principe, nous utilisons pour les mesures en microphysique des appareils qui nous donnent des aspects complémentaires et mutuellement exclusifs de la réalité. La description quantomécanique est, selon N. Bohr, complète et définitive[2]. Ce principe a été considéré fondamental pour l'interprétation de la nouvelle mécanique. Pourtant il n'a pas donné de réponse à la question cruciale concernant la nature des êtres microphysiques. Son caractère équivoque a permis d'ailleurs des interprétations contradictoires.

Or, l'interprétation dominante de ce principe a été basée sur un autre principe, lui non équivoque: *le principe d'inexistence des grandeurs non mesurées*. Selon ce dernier, deux variables conjugées n'ont pas d'existence simultanée. Ainsi, les grandeurs complémentaires de Bohr ne peuvent pas exister simultanément pour le même système physique.

La situation précédente s'exprima au niveau logique dans le fait que le treillis des propositions de la mécanique quantique n'est pas un treillis de Boole. Ce dernier est une donnée. Pourtant, la question épistémologique que ce fait soulève est la suivante: La description quantomécanique est-elle complète? Ou bien est-ce qu'une description plus complète serait possible, ce qui veut dire qu'il serait possible d'incorporer, en totalité ou en partie, la structure actuelle dans une structure classique?

Le caractère probabiliste de la mécanique quantique est lié à la problématique précédente. Il sera donc analysé dans ce texte.

A_2. Les systèmes physiques et le concept d'état.

Nous appellerons système physique S une partie de la réalité pour laquelle il est sensé d'en parler, sans nous référer explicitement au reste du monde. Cette définition présuppose:

1. Que le système est extérieur au chercheur (*principe réaliste*).

2. Qu'elle possède, en conséquence, des éléments de réalité indépendants de la mesure. (Dans certains cas les éléments de réalité sont créés par la

1. Voir, par exemple, A. Messiah, *Mécanique Quantique*, Dunod, 1965, I pp. 109 et suiv.

2. Voir N. Bohr: a) *Atomic Theory and the Description of Nature*, Cambridge Univ. Press, 1961, b) *Atomic Physics and Human Knowledge*, Wiley, 1958, pp. 31-66.

mesure, mais il s'agit d'un autre aspect du problème que nous aborderons plus tard).

3. Que le système S est séparable du reste de la réalité (principe de *séparabilité*).

La définition d'un système physique est relative au niveau de la théorie et dépend du point de vue choisi par le chercheur. Aussi l'*état* du système est défini à l'aide d'un ensemble de variables (observables) que nous choisissons selon certains critères. L'état quantique, en particulier, est défini par un ensemble d'observables dont les opérateurs commutent. Le concept d'état est en conséquence relatif: il dépend de l'ensemble des observables choisies.

Dans le cas classique, toutes les observables sont considérées compatibles, d' où la possibilité d'une spécification complète de l'état et de vérification du principe de causalité. En mécanique quantique, au contraire, la non compatibilité des observables implique la définition de l'état par un ensemble particulier d'observables compatibles.

De ce qui a été dit, découle la question fondamentale que nous avons déjà formulée: la description quantomécanique actuelle est-elle complète? Ou bien est-ce que la description actuelle est réductible à une description dynamique? Cette question pose, au niveau logique, celle de la stabilité de la structure logique actuelle.

A_3. Questions, mesures et propositions.

Nous déterminons les valeurs des observables à l'aide d'une *mesure*. La mesure présuppose le système S, l'appareil A, les règles de son utilisation et l'interprétation des résultats. Il y a des mesures directes et des mesures indirectes.

Une mesure répond à une question a concernant S. La réponse est oui *ou* non. En échangeant les termes, nous obtenons la question inverse $\bar{\alpha}$. A la question *triviale* I, correspond toujours la réponse oui. A la question absurde $\varnothing$, inverse de I, correspond toujours la réponse non.

Une question est *vraie* si la réponse est oui. Dans le cas contraire, elle est fausse. La question α est *plus forte* que la question β (on note: $\alpha < \beta$) si, et seulement si, β est vrai chaque fois que α l'est.

La relation α vraie $\Rightarrow$ β vraie ($\alpha \rightarrow \beta$) est transitive. Elle permet donc la définition d'une relation d'équivalence: $\alpha \sim \beta$ si, et seulement si, $\alpha < \beta$ et $\beta < \alpha$. Si α est vraie, toutes les questions de la classe d'équivalence contenant α sont vraies (pour le système considéré).

A_4. Propositions et treillis de propositions.

La réponse à une question nous donne la possibilité de formuler une *proposition* concernant S et relative à l'observable A. Une proposition accepte deux valeurs: oui *ou* non. C'est-à-dire qu'elle est vraie *ou* fausse.

Nous avons noté que la proposition α implique β ($\alpha \rightarrow \beta$) si β est vraie chaque fois que α l'est. L'implication permet de définir une *classe d'équivalence*: On appelle proposition a la classe d'équivalence contenant la proposition α. La proposition a s'identifie, en conséquence, avec la classe d'équivalence contenant α. La proposition a est *atomique*, s'il n'y a pas de proposition b concernant S, qui serait différente de $\varnothing$ et qui impliquerait a, sans s'identifier à elle.

Soit L l'ensemble des propositions relatives à un système physique. On définit sur L une relation d'ordre:

α) $a < a$
β) $a < b$ et $b < c \Rightarrow a < c$
γ) $a < b$ et $b < a \Rightarrow a = b$

Pour deux propositions a et b, on définit une *borne supérieure* et une *borne inférieure*:

$a \vee b$: a vraie *ou* b vraie (borne supérieure)
$a \wedge b$: a vraie *et* b vraie (borne inférieure)

Pour une famille non vide de propositions a_i de L on a:

$\bigvee_i a_i$: borne supérieure (le plus petit des majorants)
$\bigwedge_i a_i$: borne inférieure (le plus grand des minorants).

Définition: On appelle *treillis complet* un ensemble muni d'une relation d'ordre, et dont tout sous-ensemble admet une borne supérieure et une borne inférieure. *L'ensemble des propositions relatives à un système physique S est un treillis complet.*

Distributivité. Un treillis est *distributif*, si chacune des opérations ($\vee$, $\wedge$) est distributive par rapport à l'autre:

$$a \wedge (b \vee c) = (a \wedge b) \vee (a \wedge c) \text{ et } a \vee (b \wedge c) = (a \wedge b) \wedge (a \vee c).$$

Exemple: Le treillis des propositions relatives à un système classique est distributif.

Complémentation: On définit la complémentation sur des ensembles partiellement ordonnés. La proposition a′ est le complément de a, si a $\wedge$ a′ = $\varnothing$ est a $\vee$ a′ = I. Du point de vue de la mesure, cela signifie:

a vraie $\Rightarrow$ a′ fausse, et inversement.

Un treillis est complémenté si chaque élément a possède un complément a′. Si L est distributif, son complément est unique. *Un treillis distributif et complémenté est un treillis de Boole.* Dans le cas quantique, le treillis des propositions n'est pas distributif et son complément n'est pas unique. On définit dans ce cas un complément compatible.

Définition: On appelle *complément compatible* de $\bar{a} \in L$ un complément b, pour lequel il existe une question $\alpha \in$ a, telle que a $\in$ b.

Postulat. Pour toute proposition a $\in$ L, il existe au moins un complément compatible.

Orthocomplément. Un treillis est dit orthocomplémenté, si à chaque élément a $\in$ L, correspond un élément a′ $\in$ L appelé orthocomplément, tel que:

α) (a′)′ = a
β) a $\wedge$ a′ = $\varnothing$ et a $\vee$ a′ = I
γ) a < b $\Leftrightarrow$ b′ < a′ (loi de Morgan de la logique formelle).

Pour les treillis qui sont isomorphes à un «champ» d'ensembles, la complémentation correspond à la complémentation dans le sens de la théorie des ensembles. Pour les sous-espaces linéaires fermés de l'espace de Hilbert (mécanique quantique) la complémentation correspond à l'orthocomplémentation.

Système de propositions. On appelle système de propositions un ensemble partiellement ordonné, ayant comme premier et comme dernier élément $\varnothing$ et I respectivement, et dont chaque élément accepte un orthocomplément.

A_5. La question de la compatibilité.

L'état d'un système quantique est défini par les valeurs d'un ensemble d'observables simultanément mesurables, c'est-à-dire par un ensemble de valeurs de variables dont les opérateurs commutent. Ainsi, l'état d'un système quantique est défini sur l'ensemble des propositions actuellement (ou potentiellement) vraies pour S, comme une fonction réelle p (a), ayant les propriétés suivantes:

α) o $\leqslant$ p (a) $\leqslant$ 1
β) p ($\varnothing$) = o, p (I) = 1

γ) Pour tout $\{a_i\}$, satisfaisant la relation $a_i < a_k$, pour tout $i \neq k$, on a: $\sum_i p(a_i) = p(\cup a_i)$.

Deux propositions sont simultanément vraies si les observables relatives sont simultanément mesurables. A un état donné correspond, en conséquence, un ensemble de propositions $\{a_i\}$ simultanément vraies pour S.

A la mesure de grandeurs compatibles correspondent des propositions compatibles: $a \leftarrow\rightarrow b$. La relation $a \leftarrow\rightarrow b$ est symétrique, mais elle n'est pas transitive. Critère de compatibilité: $a \leftarrow\rightarrow b \Leftrightarrow a \wedge (b \vee a') = a \wedge b$.

Si la proposition a est compatible avec b, le sous- treillis engendré est distributif. Si, plus généralement, tous les éléments d'une famille de propositions $\{a_i\}$ sont deux à deux compatibles, le treillis engendré est distributif.

A_6. La notion du centre d'un système de propositions.

Il y a deux propositions qui commutent avec toute proposition: la proposition absurde $\varnothing$ et la proposition triviale I.

On appelle *centre* d'un système de propositions L, l'ensemble £ des propositions de L compatibles avec chacune des propositions de L.

$$£ = \{z \in L / z \leftarrow\rightarrow a, \forall a \in L\}$$

Le centre £ est un sous-ensemble booléen.

Pour un système de propositions purement *classique*, le centre du système s'identifie — évidemment — au système lui-même. Autrement dit: le centre d'un treillis de Boole L, s'identifie à L. Ce fait est l'expression de la compatibilité de toutes les variables classiques. Le centre est trivial, ou irreductible, s'il ne contient que les éléments $\varnothing$ et I.

Le centre d'un système purement quantique ne contient que ces deux éléments. Il y a enfin des cas intermédiaires: le cas des systèmes avec des règles de supersélection[3].

B. Les systèmes classiques et la logique formelle.

Nous analyserons maintenant le cas des systèmes classiques: les idéalisations classiques, le caractère de la structure des propositions relatives à de tels systèmes et sa signification physique.

---

3. Sur cette question voir: 1) J. Bub, *The Interpretation of Quantum Mechanics,* Reidel 1974. 2) J. M. Jauch, *Foundations of Quantum Mechanics,* Addison-Wesley, 1968. 3) G. Mackey, *The Mathematical Foundations of Quantum Mechanics,* Benjamin, 1963. 4) C. Piron, *Foundations of Quantum Physics*, Benjamin, 1976.

B_1. La structure des propositions relatives aux systèmes classiques.

Ainsi que nous l'avons noté, un système de propositions L est purement classique si $£ \equiv L$. Cette propriété est l'expression du fait que pour un tel système, toutes les observables, donc toutes les propositions, sont compatibles. La compatibilité d'ailleurs est l'implication de l'hypothèse que l'appareil ne perturbe pas le système et qu'en conséquence il est possible de mesurer toutes ses variables, sans que la mesure de l'une affecte la valeur de l'autre.

Pour un système classique nous pouvons donc mesurer $a \wedge b$, ce qui veut dire a *et* b, pour n'importe quel couple de variables. Pour cela nous mesurons d'abord a et par la suite b, ou inversement.

Théorème. Si $a \vee b$ vraie $\Leftrightarrow$ a vraie *ou* b vraie, pour tout a, $b \in L$, alors L est distributif.

Démonstration: $a \wedge (b \vee c)$ vraie $\Leftrightarrow$ a vraie et (b vraie *ou* c vraie) $\Leftrightarrow$ (a vraie et b vraie) *ou* (a vraie et c vraie) $(a \wedge b) \vee (a \wedge c)$ vraie. Donc: $a \wedge (b \vee c) = (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$.

Le treillis des propositions relatives à un système classique est distributif. Dans ce cas, V joue le rôle de *ou* de la logique formelle: $a \vee b \Rightarrow$ a vraie *ou* b vraie. *Ainsi la structure du treillis des propositions relatives à un système classique d'identifie à la structure des propositions de la logique formelle* (*structure de Boole*). Ici se manifeste la différence fondamentale entre les structures classiques et les structures quantiques.

B_2. Les idéalisations classiques.

La structure des propositions relatives à un système classique présuppose pourtant une série d'idéalisations. Le système s'identifie au point matériel, abstraction sans qualités, qui garde son identité pendant le mouvement. Aussi la perturbation provoquée par la mesure est considérée négligeable (le quantum d'action est négligé à l'échelle macroscopique). La mesure, en conséquence, ne modifie pas l'état du système. Nous pouvons ainsi avoir une connaissance «complète» de l'état, par la mesure de toutes les variables du système.

Sur la base de ces idéalisations, on postule la possibilité de décrire le mouvement du système classique dans *l'espace des phases*, un espace euclidien, paramétrisé à l'aide des positions et des impulsions de la particule. L'état correspond à un couple de valeurs de ces variables qui définit un point de l'espace des phases.

Les grandeurs classiques sont représentées par des fonctions réelles sur Γ qui forment une algèbre non commutative. Aussi les propositions relatives à un système classique correspondent à des sous-ensembles de l'espace des phases. A chaque état correspond une classe de propositions simultanément vraies (structure de Boole).

Aux propositions expérimentales correspondent des sous-ensembles de l'espace des phases mesurables selon Lebesgue. Deux-sous-ensembles sont considérés identiques, si leur différence est de mesure nulle selon Lebesgue (Birkhoff-Neumann)[4].

Les états statistiques classiques, à leur tour, sont représentés par des mesures probabilistes dans l'espace des phases. Un état classique est représenté par une mesure probabiliste sans dispersions. On peut pourtant considérer un état avec des dispersions statistiques, comme une description incomplète de S. Il serait donc possible d'introduire (en principe) des paramètres supplémentaires (paramètres cachés classiques) et définir un état sans dispersions (un point de Γ). Ainsi nous acceptons la possibilité de définir complètement l'état de S et de vérifier le déterminisme classique.

Du point de vue formel, une théorie est déterministe si, et seulement si, sa logique est une σ-algèbre de Boole. Aussi, une théorie probabiliste dont la logique est booléenne, est réductible à une théorie déterministe. (Ici se manifeste la différence fondamentale entre les systèmes classiques et quantiques). Or, un système avec une structure de Boole, n'est pas nécessairement déterministe. Pour cela, une condition nécessaire et suffisante est *l'atomicité*. L'atomicité du treillis entraîne que la théorie du système est déterministe (Kronfli)[5].

Nous avons jusqu'ici exposé certains points essentiels des idéalisations classiques. Nous formulerons par la suite certaines remarques concernant ces idéalisations.

B_3. Critique des idéalisations classiques.

Chaque événement réel est unique. Tout ensemble d'événements présente des différences, et n'importe quelle série de mesures présente une dispersion statistique. L'identification des événements n'est qu'une abstraction.

Les événements dans la nature, ainsi que les données des mesures, présentent des dispersions provoquées par les interactions du système avec son milieu ou avec l'appareil de mesure. Les théories physiques traitent en réalité des ensembles statistiques, c'est-à-dire des classes d'événements sem-

---

4. Birkhoff-Neumann, «Ann. Math.» 37, 823 (1936).
5. N. S. Kronfli, «Int. J. of Th. Phys.» 3, 395 (1970) et 4, 141 (1971).

blables. Pourtant, les idéalisations classiques permettent la description dynamique à un certain niveau d'abstraction théorique.

L'espace des phases présuppose non seulement l'existence simultanée de la position et de l'impulsion, mais aussi la possibilité de mesurer ces grandeurs avec une précision sans borne. Or, ainsi qu'il a été démontré par Max Born (1955), il est impossible, même dans le cas des systèmes classiques, de mesurer exactement la position d'une particule dans l'espace Γ. Selon Bopp, l'ensemble potentiel de particules qui représente les états possibles d'une particule, est un ensemble statistique[6].

Le mouvement réel des particules est caractérisé, en conséquence, par des dispersions statistiques. La forme statistique de loi se présente comme la forme la plus générale de loi physique. Pourtant, sur la base des idéalisations classiques, on établit théoriquement la possibilité d'une description dans l'espace des phases. Les paramètres cachés classiques permettent, au moins en principe, la *réduction* des probabilités classiques en distributions dynamiques et la validité du déterminisme, même pour des événements aléatoires.

Les affirmations précédentes ne sont pas valables pour la mécanique quantique. Nous n'accepterons pourtant comme une vérité donnée l'interprétation orthodoxe et nous essayerons une analyse concrète de la question. Dès maintenant il faut noter une différence fondamentale entre les deux catégories de systèmes, qui reste inaperçue aux analyses épistémologiques courantes.

La caractéristique fondamentale des systèmes classiques consiste dans le fait qu'ils conservent leur *identité* pendant le mouvement, ainsi qu'au cours de la mesure. Aussi le mouvement est considéré en tant que simple déplacement et l'on accepte que l'interaction avec l'appareil ne modifie que certaines caractéristiques quantitatives du système. La validité de la logique formelle, qui est *la logique de l'identité*, s'harmonise avec les caractéristiques précédentes. Les systèmes quantiques, au contraire, peuvent subir des transformations pendant leur interaction avec l'appareil. Les distributions statistiques quantiques concernent de telles transformations (la prétendue réduction du paquet d'ondes). Ainsi la description quantomécanique ne peut pas être réduite à la description classique. Cela ne veut pas dire que leur contradiction est absolue: sans spécificités et sans aspects communs.

6. F. Bopp, in: *Observation and Interpretation*, S. Körner, Ed. Butterworths Publ. 1957.

C. Les systèmes quantiques.

La suite de ce texte sera consacrée à l'étude des systèmes quantiques. L'analyse précédente nous permettra de dégager les similitudes et les différences entre les systèmes classiques et quantiques.

C_1. Remarques préliminaires.

La différence entre les treillis de propositions classiques et quantiques est l'expression formelle de différences essentielles entre les systèmes classiques et quantiques. Ainsi que nous l'avons noté, le calcul des propositions classiques s'identifie au calcul de la logique formelle: à la logique de l'identité. La nature du calcul des propositions quantiques est différente.

Une explication en est l'interprétation opérationaliste: la mesure quantique perturbe le système. Ainsi, il y a des couples d'observables incompatibles a et b, ce qui veut dire que la mesure de a implique une perte d'information concernant b. Incompatibilité signifie a *ou* b. La mesure de $a \wedge b$ est en conséquence impossible pour les couples des variables conjuguées. Ainsi, le centre d'un système de propositions relatives à un système quantique s'identifie au sous-ensemble $\{\varnothing, I\}$. Un tel système est dit *irréductible. Le treillis de propositions quantiques n'est pas, en conséquence, un treillis de Boole.*

Nous arrivons à la même conclusion à partir du fait qu'en mécanique quantique est valable le principe de superposition.

Une formulation de ce principe est la suivante: Pour chaque couple de propositions atomiques a et b, $(a \neq b)$, il y a une troisième proposition, c, telle que: $c \neq a$, $c \neq b$, et $a \vee b = a \vee c = b \vee c$. *On démontre qu'un treillis qui satisfait le principe de superposition, n'est pas booléen.*

Démonstration: Soient a, b, c trois propositions telles que: $a \vee b = a \vee c = b \vee c$. S'il s'agissait d'un treillis de Boole, on aurait à cause de la distributivité: $c \wedge (a \vee b) = (c \wedge a) \vee (c \wedge b)$ (1). Or, (1) n'est pas correcte, car, si a et b sont deux propositions minimales différentes, $a \wedge b = \varnothing$. Mais alors, la partie droite de (1) est égale a $\varnothing \vee \varnothing = \varnothing$, tandis que la partie gauche est égale à c[7].

Nous concluons, par cette voie aussi, que le treillis des propositions relatives à un système quantique n'est pas booléen.

Ce qui a été dit est conforme aux trois caractéristiques principales de la mécanique quantique: α) L'existence d'observables incompatibles et la vali-

---

7. J. M. Jauch, op. cit., p. 107.

dité des inégalités de Heisenberg. β) La validité du principe de superposition. γ) Le caractère probabiliste de la mécanique quantique. Ces caractéristiques ne sont pas indépendantes entre-elles.

Nous examinerons maintenant les raisons physiques de la spécificité quantique et par la suite la question de la stabilité des structures des propositions quantiques.

C_2. Les inégalités de Heisenberg limite à la connaissance des grandeurs quantiques?

Pour deux observables A et B incompatibles, la relation suivante est valable: $\{A, B\} = AB - BA = ih$ (1). Dans un langage descriptive: On ne peut pas mesurer deux observables incompatibles avec une précision illimitée. Si la précision concernant A augmente, la précision concernant B diminue de façon que (1) soit respectée. Pour x_i et p_{x_j}, par exemple, nous avons toujours: $\Delta x_i \, \Delta p_{x_j} \geqslant ih\, \delta_{ij}$. [$\delta ij = 1$ si $i = j$ et $\delta ij = o$ si $i \neq j$].

α) Interprétation.

Les relations précédentes ont été interprétées de différentes manières complémentaires, mais aussi contradictoires.

1. Une interprétation connue, celle que nous avons appelé *opérationaliste*, est concrétisée à l'aide du microscope de Heisenberg[8]. Selon cette interprétation, la mesure perturbe le système de manière imprévisible et incontrolable. Si nous voulons atteindre à une grande précision dans la mesure de A, la valeur de B subit une perturbation de plus en plus grande. A la limite, si l'indétermination de A tend vers zéro, l'indétermination de B tend vers l'infini. Cette interprétation accepte — implicitement — que les observables incompatibles (la position et l'impulsion, par exemple) possèdent des valeurs simultanées pour le système, et que c'est leur mesure simultanée qui est impossible. Or, une telle présupposition est contraire au principe de non-existence et à l'interprétation de Copenhague plus généralement.

2. Selon la deuxième interprétation, que nous avons appelée *ontologique*, les observables conjuguées n'ont pas des valeurs précises pour le même système. Si notre particule a une position définie, elle présente une grande dispersion dans l'espace des impulsions et inversement, de manière que les inégalités de Heisenberg soient respectées. La raison de cet état des choses est

8. W. Heisenberg, *The Physical Principles of Quantum Theory*, Dover Publ.

— selon cette interprétation — que la particule est en réalité un paquet d'ondes, donc qu'elle présente une dispersion aussi bien par rapport à $\vec{x}$ que par rapport à $\vec{p}$[9]. (Les «pères historiques» du paquet d'ondes, L. de Broglie et E. Schrödinger, ont cependant critiqué la tendance d'attribuer un statut de réalité physique à ce concept)[10].

Ces deux interprétations sont contradictoires. Ainsi, pour certains physiciens, les deux grandeurs conjuguées n'ont pas d'existence simultanée car le système est un paquet d'ondes (Fock). Pour d'autres, la particule n'est pas un centaure à double nature (Bohr). Selon le principe de complémentarité enfin, la question est dépourvue de sens et il faut nous satisfaire des deux images contradictoires et complémentaires, liées au type de mesure employée (Bohr).

La contradiction paraît être résolue sur la base *du principe de non-existence des grandeurs non observables* (Heisenberg). Selon ce principe, une grandeur non observée (mesurée) n'existe pas. Ce principe est cohérent avec la thèse de Bohr sur la non-séparabilité de l'appareil et du système physique, ainsi qu'avec l'affirmation que c'est la mesure qui engendre la grandeur mesurée (chose vraie pour une classe de mesures, ainsi que nous le verrons).

Les interprétations précédentes posent une limite à la description des systèmes quantiques. Selon Heisenberg et l'Ecole de Copenhague, plus généralement, nous pouvons avoir une description spatio-temporelle, mais alors la description dynamique devient impossible et vice-versa. Ces descriptions complémentaires et mutuellement exclues, sont tout ce que nous pouvons savoir à propos du système. La description quantomécanique est donc complète et définitive. L'introduction de variables supplémentaires pour une éventuelle description dynamique est impossible, et l'incertitude et l'indéterminisme sont des caractéristiques intrinsèques du microcosme. Du point de vue logique, cela signifie que la structure logique actuelle est stable et ne peut pas être incorporée dans une structure classique[11].

---

9. Voir, par exemple: A. Messiah, *Mécanique Quantique*, Dunod, 1959, I pp. 109 et suiv.

10. Voir: 1) L. de Broglie, *La physique Quantique restera-t-elle indéterministe?* p. 5, 29 et suiv. 2) E. Schrödinger, in: *L. de Broglie, Physicien et Penseur,* Albin Michel, 1953.

11. Sur ces questions voir:1) W. Heisenberg, op. cit. 2) N. Bohr, *Atomic Theory and Description of Nature*,Cambridge, 1961. 3) du même auteur: *Atomic Physics and Human Knowledge*, Wiley 1958. 4) J. von Neumann, *The Math. Found. of Quantum Mechanics,* Princeton Univ. Press, 1955.

b) Critique.

L'interprétation précédente présuppose — implicitement ou explicitement — que les inégalités de Heisenberg concernent le système quantique individuel. Cette acceptation est cependant en contradiction avec l'interprétation statistique de M. Born, que tout le monde accepte, du moins en paroles.

Or, nous pouvons considérer, conformément à l'interprétation statistique, que les inégalités de Heisenberg expriment des dispersions statistiques des valeurs des observables, qu'elles se rapportent donc à des ensembles statistiques et non pas à des systèmes individuels. La formule

$$(\Delta A)^2 = < A^2 > - < A >^2$$

concerne de tels ensembles. Ainsi, les inégalités de Heisenberg ne sont qu'un cas particulier de dispersions statistiques, conforme à la formule précédente.

En effet, la particule quantique interagit de façon aléatoire avec son milieu. Nous pouvons par conséquent accepter que les valeurs de ses observables présentent des variations aléatoires autour d'une valeur précise (valeur propre). La présence de h est l'expression de la quantification de ses interactions. Ainsi, nous pouvons affirmer que la largeur d'énergie des photons émis par un corps, ou des particules émises par une substance radioactive, ne caractérise pas le photon ou le corpuscule individuels, mais l'ensemble statistique des particules. La quatrième inégalité: $\Delta E. \Delta\tau \geqslant h$, concerne donc des ensembles de photons. Ainsi, chaque photon a une énergie définie. La dispersion ΔE caractérise un ensemble de photons, émis dans des conditions «identiques». La même argumentation est valable pour les autres couples de variables conjuguées.

Sur la base de l'argumentation précédente, nous pouvons affirmer que le principe de non-existence ne correspond pas à la réalité. Il ne s'agit pas d'ailleurs de principe physique, mais de postulat épistémologique, qui introduit en physique la thèse positiviste bien connue, selon laquelle la réalité se réduit à l'ensemble des données (sensorielles ou expérimentales).

c) Mesure simultanée de variables incompatibles.

Le principe précédent fut contesté au niveau physique de la part de physiciens et d'épistémologues qui affirment:

1) Que les valeurs des variables conjuguées peuvent exister simultanément pour le même système physique.

2) Qu'il serait en principe possible de dépasser la limite posée par les inégalités de Heisenberg.

Les tenants de l'interprétation réaliste ont formulé une série d'arguments: Il est bien connu que l'hamiltonien contient aussi bien la position et l'impulsion de la particule, fait qui présuppose leur existence simultanée. Aussi dans la pratique des chambres à bulles, on utilise les données géométriques de la trajectoire pour calculer les caractéristiques dynamiques. Aussi dans le cas d'expériences de diffusion par de petits trous, on peut déterminer les caractéristiques géométriques et dynamiques des particules. Des expériences de ce type plaident en faveur de l'existence d'une trajectoire et d'une vitesse déterminées dans les limites des fluctuations aléatoires provoquées par le milieu.

Les arguments précédents ont un point faible: la précision accessible à ce type d'expériences n'est pas strictement quantique. Les observables sont en plus assujetties à des fluctuations aléatoires de manière qu'il y ait finalement une «largeur» autour d'une valeur moyenne.

Nous formulerons maintenant une expérience imaginaire qui n'a pas les défauts précédents. Dans l'expérience des Einstein-Podolsky-Rosen (E. P.R.) telle qu'elle a été concrétisée par D. Bohn[12] nous considérons deux particules A et B de spin total égal à zéro qui interagissent pendant un temps τ et qui sont séparées par la suite, à l'aide d'une méthode qui conserve le spin total. Nous mesurons, après la séparation, l'une des composantes du spin de A. Nous pouvons alors, et sans aucune mesure sur B, prévoir avec certitude la valeur de sa composante correspondante.

On connaît le débat autour de cette expérience. Pour E.P.R., la possibilité de prévoir l'existence d'un élément de réalité de B est une preuve que la théorie actuelle n'est pas complète. Pour Bohr, au contraire, la «réalisation» par B d'une valeur propre donnée est une preuve de la non-séparabilité du système quantique et de l'appareil[13]. Pourtant, ainsi que nous l'avons noté, la non-séparabilité présuppose des interactions à vitesse infinie. Or, de telles vitesses violent le principe de relativité; en plus, elles sont des interactions *ad hoc*, hors de l'horizon de la physique actuelle. On pourrait au contraire supposer que les corrélations entre les deux systèmes ont été établies pendant le temps où les deux systèmes ne faisaient qu'un seul système. Ainsi, les résultats des mesures sont correlés, mais les mesures ne le sont pas. D'ailleurs, il est tout à fait arbitraire d'affirmer que le système B réalise la valeur α_2 au moment où le système A réalise la valeur α_1. Il est normal de supposer que B possède la possibilité potentielle de réaliser cette valeur, à cause de son inter-

12. Voir: 1) Einstein-Podolsky-Rosen, «Phys. Rev.» 47, 777 (1935), 2) D. Bohm, *Quantum Theory,* Constable, 1954.

13. N. Bohr, «Phys. Rev.» 48, 696 (1935).

action antérieure avec A, si et seulement si on fait sur lui une mesure convenable[14].

Imaginons maintenant la modification suivante: Au lieu de un, nous disposons de deux appareils Stern-Gerlach, perpendiculaires entre eux, le premier dans le domaine du courant des particules A et le deuxième dans celui des B. Nous mesurons à l'aide du premier une des composantes de A, et nous prévoyons la valeur de la composante correspondante de B. Au même instant, et à l'aide du deuxième appareil, nous mesurons une composante différente de B, et nous concluons sur la valeur de la composante correspondante de A. Ainsi nous obtenons un résultat inacceptable pour la conception courante de la mécanique quantique: la mesure simultanée de deux composantes du spin d'une seule particule.

Le résultat précédent est en contradiction avec le principe de non-existence:

1) Il signifie en effet que les deux composantes existent en acte, et dans ce cas-là le principe de non-existence est violé, ou

2) que les deux particules possèdent des éléments de réalité différents et réalisent des valeurs de spin différentes. Dans les deux cas, cela signifie que la description quantomécanique actuelle *n'est pas complète*. Au niveau logique, ce résultat signifie que le treillis des propositions quantiques n'est pas stable et que pour ce cas, au moins, nous pouvons avoir un sous-treillis Booléen.

C_3. Le caractère probabiliste de la mécanique quantique.

Dans le cadre de l'interprétation officielle, les inégalités de Heisenberg sont corrélées avec le caractère probabiliste de la mécanique quantique: si l'on pouvait mesurer exactement la position et l'impulsion d'une particule, on pourrait prévoir avec certitude son évolution. Ce point de vue, qui tient de la conception laplacienne du déterminisme, n'est valable que dans des conditions d'un isolement idéal. Or, cette connaissance est insuffisante dans le cas où le système subit une transformation qualitative, c'est-à-dire qu'il passe d'un état $\Psi = \sum_i c_i \Psi_i$ à un état propre Ψ_i . *Une connaissance exacte éventuelle de la position et de l'impulsion ne serait pas suffisante pour la description du phénomène de la transformation du système quantique* (de la soi-disant réduction du paquet d'ondes).

14. Voir E. Bitsakis, «Cahiers Fund. Scientiae» 59 (1976). Du même auteur: *Physique et Matérialisme*, Ed. Sociales 1983 (Annexe).

On sait que J. von Neumann fut un des premiers à étudier, du point de vue physique et mathématique, la question des dispersions statistiques des systèmes quantiques. Les dispersions sont une donnée. Si l'on pouvait — écrit von Neumann — séparer l'ensemble initial en des sous-ensembles sans dispersions, il serait possible d'expliquer le comportement différent des particules face à l'appareil de mesure et sauver la causalité. Or, selon von Neumann, une telle séparation est impossible. Nous sommes ainsi obligés de conclure que la nature ne respecte pas la causalité. Nous pourrions éventuellement sauver la causalité — continue von Neumann — par l'introduction de paramètres cachés, qui donneraient des sous-ensembles sans dispersions. Pourtant, cette solution aussi est impossible: il n'y a pas d'états sans dispersions en mécanique quantique. Ainsi l'indéterminisme est un fait et la description quantomécanique actuelle est complète[15].

Pourtant, la question des dispersions statistiques demande une analyse spécifique. Les dispersions sont en effet de deux types:

1) Les dispersions statistiques de la valeur d'une observable caractéristique d'un ensemble qui se trouve dans un état propre. Ces dispersions sont décrites par les inégalités de Heisenberg.

2) Les dispersions statistiques qui résultent de la transformation du système («réduction du paquet d'ondes»), création d'états propres. C'est le deuxième cas qui nous intéresse ici.

On peut distinguer trois cas de mesure:

1) Le système est déjà dans un état propre (par rapport à l'espace d'états de l'appareil), il est donc décrit dans un espace de Hilbert unidimensionnel. La mesure ne crée pas d'états propres et les seules dispersions sont celles prévues par les inégalités de Heisenberg (dispersions statistiques ordinaires).

2) L'ensemble statistique est un mélange d'états propre ψ_i avec des probabilités $p_i = \frac{n_i}{N}$. Dans ce cas aussi, les états propres préexistent et la mesure idéale enregistre, avec une certaine fréquence statistique, les valeurs propres correspondantes.

3) Le système n'est pas dans un état propre. Il est une «superposition» d'états: $\Psi = \Sigma\, c_i\, \Psi_i$. La mesure entraîne alors la soi-disant «réduction du paquet d'ondes», c'est-à-dire la transformation du système quantique et la création des états propres $\{\Psi_i\}$. Selon l'interprétation officielle, cette «réduction» est acausale (la contradiction avec les faits est évidente) ou, au moins,

15. J. von Neumann, op. cit.

indéterminée. Pour certains la réduction est instantanée (saut quantique), pour d'autres elle est impossible (elle nécessite un temps infini) et selon l'interprétation orthodoxe elle nécessite l'intervention de la conscience de l'«observateur». En réalité, il s'agit d'une *transformation* du système qui n'est pas décrite par l'équation de Schrödinger. Au lieu donc d'inventer des explications *ad hoc*, il serait mieux de voir dans ce cas les limites de la description quantomécanique actuelle.

La première question à laquelle il faudrait répondre est la suivante: Les états propres existent-ils avant la mesure, en superposition et sont séparés par l'appareil (principe de la décomposition spectrale)? Ou bien est-ce que les états propres sont créés par la mesure? Il y a des physiciens qui soutiennent, implicitement ou explicitement, que les états propres existent avant la mesure. La non validité de ce point de vue a été analysée par L. de Broglie et par d'autres physiciens. Selon un autre point de vue (Bohr, Fock, Heisenberg) les états propres existent «potentiellement» et se réalisent pendant la mesure. Pourtant, la relation entre le potentiel et le réel est restée vague dans les analyses de ces auteurs.

Nous acceptons ici le deuxième point de vue, mais nous voulons le rendre plus concret.

Dans le cas des états purs et des mélanges (cas 1 et 2) il n'y a pas de réalisation de probabilités, car les états existent avant la mesure (ils sont «en acte»). Une telle réalisation se fait dans les cas 3. La question fondamentale est alors la suivante: *Comment les états propres se réalisent-ils à partir de l'état initial Ψ?* Il ne s'agit pas, dans ce cas, d'une «réduction du paquet d'ondes», mais d'une *transformation qualitative*, d'un phénomène *non linéaire*, qui n'est pas décrit par le formalisme actuel. Ce troisième cas met en relief les limites de la description quantomécanique. L'essentiel est que la mécanique quantique ne peut pas décrire les phénomènes de transformation en tant que processus physiques qui se font dans le temps. Les transformations quantiques sont considérées comme indéterministes. Quel est pourtant le sens de cette affirmation? Comme nous l'avons déjà noté, une théorie est déterministe si et seulement si la logique est booléenne. Or, un système avec une telle logique n'est pas obligatoirement déterministe. Pour cela, une condition nécessaire et suffisante est l'atomicité. Le sens physique de l'atomicité en mécanique classique est que l'état se conserve pendant le mouvement tout comme pendant la mesure. On peut affirmer la même chose pour la mécanique quantique. En effet, si a définit un état, a est un atome de L, c'est-à-dire $b < a$ et $b \in L \Rightarrow b = \varnothing$ ou $b = a$.Or, cette définition correspond aussi bien aux états classiques qu'aux états quantiques purs, au sens étroit du terme, c'est-à-dire dans le cas 1 ci-dessus. Dans le cas 3, au contraire, l'état initial pur se transforme par la mesure en mélange et des éléments nouveaux de réalité apparaissent. Comment donc concilier l'atomicité avec le cas 3, où il y a transformation du système quantique, c'est-à-dire une «superposition» d'états qui se transforme en mélange?

Il faut essayer maintenant de dégager la signification physique du principe de superposition. La superposition d'états est représentée par la formule: $\Psi = \sum_i c_i \Psi_i$. Or, cette formule donne l'impression qu'entre les deux membres il y a une relation d'identité, donc que les états propres pré-existent. Au niveau formel, elle donne l'impression que l'espace de Hilbert multidimensionnel est l'espace de l'état réel du système avant la mesure. Pourtant, l'état initial et l'état final (mélange) sont différents et l'espace multidimensionnel auquel appartient Ψ détermine les *potentialités* de l'ensemble dans les conditions extérieures données, et non pas son état réel avant la mesure. *L'espace* de Hilbert est donc dans ce cas-là un espace de *potentialités*. L'état est la mesure des potentialités du système et les valeurs propres sont des valeurs potentielles. La question fondamentale: à travers quels processus physiques se réalise la transformation du système, reste en conséquence sans réponse. La théorie actuelle ne décrit pas cette transformation. De ce point de vue, elle ne peut pas être considérée comme une théorie complète. L'analyse précédente nous amène à poser, une fois de plus, la signification physique du principe de superposition.

La mécanique quantique peut être édifiée sur la base de la notion du vecteur d'état qui appartient à un certain espace vectoriel linéaire. Selon le principe de superposition, les états possibles d'un système quantique sont linéairement superposables. Pourtant, le principe de superposition n'est pas toujours valable en mécanique quantique. On parle, dans ce cas, — comme nous l'avons noté — de règles de supersélection. Dans le cas du système proton-neutron, par exemple, on ne peut pas obtenir un état qui serait considéré comme superposition d'un état de proton et d'un état de neutron. Ainsi, il n'y a pas de superposition et le système p-n donne un treillis de propositions réductibles[16].

Dans l'exemple précédent nous avons à faire, en réalité, à deux systèmes quantiques *différents*. C'est donc normal que le principe de superposition ne soit pas valable. Les cas des systèmes quantiques où le principe de superposition est valable, sont essentiellement différents. Nous pouvons en effet

16. Voir, J. M. Jauch, *Foundations of Quantum Mechanics,* Addison-Wesley 1968, p. 109.

distinguer deux cas: 1) Le cas de transformation de l'ensemble des systèmes initiaux en 2 ou plusieurs sous-ensembles différents. 2) Le cas d'émission de particules nouvelles (émission par exemple de photons d'énergie différente) ayant des fréquences ou d'autres propriétés différentes. Dans ces 2 cas, l'état initial est la mesure des potentialités de l'ensemble initial pur et le principe de superposition n'est que la transcription géométrique de ce fait physique.

Le cas des ondes électromagnétiques est différent, malgré la similitude avec la mécanique quantique. On sait, en effet, que l'intensité du champ total produit par un certain nombre de charges est égale à la somme vectorielle des intensités des champs produits par chaque charge séparément. Les phénomènes d'interférence montrent que le principe de superposition est valable pour les ondes électromagnétiques cohérentes. Ces ondes peuvent par conséquent manifester des phénomènes d'interférence, si et seulement si leur différence de phase reste constante au cours du temps. Pourtant, dans ce cas, il s'agit d'un phénomène de superposition d'ondes déjà existantes qui se propagent dans l'espace. Ainsi, le principe de superposition ne se rapporte pas à des états potentiels et à des éléments de réalité potentiels. Il s'agit donc de superposition au sens ordinaire du terme: de superposition d'ondes réelles.

C_4. Le concept de mesure et la transformation des systèmes quantiques.

Nous analyserons maintenant, d'une façon plus détaillée, la transformation des systèmes quantiques pendant la mesure. Ainsi, nous essayerons de mettre davantage en relief les limites du formalisme actuel et les point faibles de l'interprétation de Copenhague.

Nous avons déjà signalé que les notions d'onde, de superposition et de paquet d'ondes sont des notions pré-quantiques, et recouvrent le caractère statistique et corpusculaire des phénomènes quantiques. Nous avons souligné aussi que la mesure entraîne, dans le cas 3, la transformation du système.

Or, en mécanique quantique n'importe quelle expérience n'est pas une mesure. On appelle *mesure de première espèce*, une mesure qui donne la même valeur pour l'observable mesurée, si elle est répétée immédiatement après la première mesure. Cette définition n'assure pas que le système n'est pas perturbé par la mesure, malgré l'affirmation du contraire par certains auteurs. La mesure idéale au contraire satisfait à cette condition: Une mesure est appelée idéale, si la réponse oui pour une question $\alpha \in A$ implique:

1) que α est vraie immédiatement après la mesure, et

2) que x est vraie immédiatement après la mesure, si x est vraie avant et si $x \longleftrightarrow \alpha$. La mesure idéale ne perturbe donc pas le système[17].

A partir de cette définition de la mesure idéale, nous pouvons conclure que dans ce cas les valeurs des observables pré-existent, donc qu'elles ne sont pas créées par la mesure. Cette dernière ne fait qu'enregistrer des éléments de réalité pré-existants. Elle s'applique donc dans le cas 1 et 2, mais pas dans le cas 3.

En effet, si le système est dans un état propre par rapport à l'espace des états de l'appareil, la mesure ne modifie pas son état. La mesure idéale concerne le cas des états purs et des mélanges. Or, les mesures qui provoquent la «réduction du paquet d'ondes» ne peuvent pas être considérées idéales. Des états propres, donc des éléments nouveaux de réalité sont créés par l'appareil. Dans ce dernier cas, nous pouvons parler de mesures de première espèce, sauf si nous supposons que les valeurs des observables pré-existent, hypothèse qui conduit à des contradictions.

Les mesures de ce dernier type sont pourtant considérées par certains comme idéales. Ainsi, selon A. Messiah, l'évolution (acausale selon lui) du vecteur d'état au cours de la mesure correspond au schéma: $| u > \xrightarrow{\text{mesure ideale}} P_D | u >$ et «ce postulat de réduction du paquet d'ondes peut être regardé comme une véritable définition de la mesure idéale»[18].

La différence entre la première et la deuxième définition est claire. Or, ce qui nous intéresse ici c'est la différence des deux cas: *dans les cas* 1 et 2 l'appareil enregistre, dans les cas 3 il *crée des états propres*. L'interprétation ondulatoire parle d'évolution causale et non causale et de dichotomie à propos de l'évolution de la fonction d'onde. En réalité, ainsi que nous l'avons déjà noté, nous pouvons distinguer les 3 cas suivants:

1) Les valeurs des observables pré-existent (valeurs de l'impulsion, du spin, de la direction de polarisation, etc.). Le rôle de l'appareil est passif: il enregistre une valeur propre en acte. Du point de vue formel, l'état en acte coïncide avec un des états propres de l'appareil.

2) Il existe plusieurs valeurs propres (mélange). Dans certains cas, le mélange est certainement réalisé. Il y a aussi des cas considérés par l'interprétation courante comme des états purs (superposition d'états) que l'on pourrait considérer comme de mélanges. Tel est le cas par exemple des deux

---

17. Voir C. Piron, *Foundations of Quantum Physics,* Benjamin, 1976.
18. A. Messiah, *Mécanique Quantique*, Dunod, 1965, I, p. 25.

particules dans l'expérience EPR, que l'on décrit comme un état pur:

$$\Psi = \frac{1}{\sqrt{2}} (\Psi_+ + \Psi_-).$$

Or, cet état aussi pourrait être considéré comme un mélange, même si nous acceptons que les valeurs du spin ne sont pas réalisées avant la mesure. Car, même dans ce cas-là, les Ψ_+ et Ψ_- correspondent à des éléments de réalité différents. Dans ce cas aussi, l'appareil transforme un mélange potentiel en un mélange vrai.

3) Le troisième cas concerne la création d'états propres. Considérons, pour concrétiser, un courant de photons polarisés selon la direction $\vec{e}_p$. Le courant passe par un analyseur dont l'axe $\vec{Z}$ fait un angle θ avec la direction de polarisation. Soit que $\theta = 45°$. Dans ce cas-là, $\frac{N}{2}$ des photons vont traverser l'analyseur (selon $\vec{e}_x$) et $\frac{N}{2}$ seront absorbés (selon $\vec{e}_y$). Pour l'interprétation officielle, l'état initial est une superposition d'états propres:

$$\vec{e}_p = \vec{e}_x \cos\theta + \vec{e}_y \,.\, \sin\theta \tag{1}$$

Chaque photon est donc polarisé en partie selon $\vec{e}_x$ et en partie selon $\vec{e}_y$. Pendant la mesure l'état est «projeté» sur les axes et se transforme en mélange.

On pourrait pourtant affirmer que $\vec{e}_p$ est un état de polarisation défini et qu'il peut être considéré comme un état propre par rapport à une autre base de l'espace de Hilbert. La relation (1) n'est pas alors une expression d'identité; elle est l'expression des possibilités de transformation du système, dans des conditions expérimentales données. La fonction de l'appareil ne consiste pas à la séparation des états propres que l'on suppose qu'ils constituent la superposition, mais à la réalisation d'états nouveaux.

On sait que la mesure plus généralement est interprétée par l'Ecole de Copenhague de la façon suivante: Avant l'interaction, le système se trouve dans l'état $\Psi = \sum_i c_i \Psi_i$ et l'appareil dans l'état Φ_o. Le «grand système» (particule plus appareil) est décrit par la fonction factorisée $\Psi = \Phi_o \,.\, [\sum_i c_i \Psi_i]$.
Pendant le temps d'interaction $\Delta\tau$, le tout passe dans un état de superposition:

$$\Phi_o \left[\sum_i c_i \Psi_i \right] \xrightarrow{\text{interaction}} \sum_i c_i \left[\Phi_i \cdot \Psi_i \right]$$

Or, le «grand système» ne peut pas passer spontanément dans un état propre $\Phi_i \Psi_i$. L'intervention de l'«observateur» devient alors le *deus ex machina*,qui «réduit le paquet d'ondes» et réalise des états propres possibles[19].

Nous ne parlerons pas ici du subjectivisme et des contradictions de cette interprétation. Nous voulons noter seulement, que dans ce cas-là, l'observateur devient, lui aussi, part du «grand système». Un deuxième observateur sera alors nécessaire, un troisième par la suite et ainsi de suite, *ad infinitum*.

Le phénomène précédent est en réalité une transformation irréversible du système quantique. A travers ce processus, l'ensemble initial pur se transforme en mélange. La transformation est statistiquement déterminée et la notion de structure fine aléatoire de l'état, en introduisant la différence au sein de l'identité, peut faciliter la recherche d'une éventuelle description dynamique. Une telle recherche serait liée à l'hypothèse des variables cachées et présuppose la *non complétude* de la mécanique quantique.

C_5. Les variables cachées et la stabilité du treillis des propositions quantiques.

Si la description quantomécanique n'est pas complète, la question de la possibilité d'une description dynamique se pose de façon tout à fait normale. Une telle possibilité entraînerait l'incorporation, au moins partielle, du treillis quantique, dans une structure classique.

Nous avons déjà noté que von Neumann avait exclu une telle possibilité, sur la base de l'argument qu'il n'y a pas d'états quantiques sans dispersions. On sait pourtant qu'après 1952, plusieurs physiciens (de Broglie, Bell et autres) ont contesté la valeur du théorème de von Neumann, en démonstrant que sa conclusion existe déjà dans ses prémisses[20]. Et surtout, depuis cette époque, des théories à paramètres cachés ont été formulées par Bohm, Vigier et d'autres physiciens[21].

Les opposants des variables cachées, malgré l'existence de telles théories ont insisté sur leur point de vue, sur la base d'un théorème selon lequel, s'il y a des variables cachées, alors *chaque* proposition doit être compatible avec toute autre. Ainsi la structure quantique toute entière devrait être incorporée dans une structure classique. Pourtant, selon Gudder, même si ce théorème

19. Voir, par ex., 1) J. von Neumann, op. cit. 2) E. P. Wigner, «Am. J. of Phys.» 31, 6 (1963). 3) L. L. Zandt, «Am. J. of Phys.» 45, 52 (1977). 4) E. I. Bitsakis, «An. Fond. L. de Broglie» 5, 263 (1980).

20. Voir: 1) L. de Broglie, op. cit. 2) J. S. Bell, «Rev. Mod. Phys.» 38, 447 (1966).

21. Voir par ex. D. Bohm, «The Phys. Rev.» 85, 166 et 180 (1952).

était valable, il ne démonstrerait pas l'impossibilité de théories à variables cachées, car leur existence ne concerne que des sous-ensembles booléens de l'ensemble des propositions. Il ne serait donc pas nécessaire d'incorporer le système des propositions quantiques dans une structure classique. Ainsi — conclut Gudder — la réfutation des paramètres cachés, fondée sur l'affirmation contraire, n'est pas valable[22].

La théorie de Bohm reproduit les prévisions statistiques de la mécanique quantique. Alors, disent les opposants, les variables cachées ne se manifestent pas — donc (addition positiviste) elles n'existent pas. Pourtant, la mécanique quantique ordinaire et la formulation de Bohm ne sont pas deux théories identiques du point de vue épistémique (présuppositions, noyau conceptuel, structure). Or, la théorie de D. Bohm est *non locale*. Par la suite J. S. Bell démontra (1964) qu'une théorie à paramètres cachés locaux ne peut pas reproduire toutes les prédictions expérimentales de la mécanique quantique. Ceci donne la possibilité de poser la question dans le domaine de l'expérience[23]. Les expériences par la suite n'ont pas favorisé les inégalités de Bell. D'un autre côté, L. de Broglie, Lochak, Vigier et d'autres ont contesté la validité des inégalités de Bell ou leur stabilité[24]. Aussi, Roy et Singh ont proposé (1978) des inégalités nouvelles qui sont en contradiction avec la mécanique quantique[25]. D'autres physiciens ont proposé d'autres inégalités.

L'essentiel est qu'aujourd'hui il est presque certain que les inégalités de Bell sont violées par l'expérience et que par conséquent l'hypothèse des variables cachées locales se trouve dans une situation difficile.

Quatre tendances se désignent aujourd'hui, face à la violation presque certaine des inégalités de Bell.

1) La tendance orthodoxe, qui soutient que la non-séparabilité peut expliquer le paradoxe Einstein-Podolsky-Rosen (EPR).

2) L'hypothèse de Costa de Beauregard, selon laquelle les systèmes A et B dans les expériences du type EPR interagissent via le passé, donc que le présent peut influencer le passé.

3) L'hypothèse d'existence d'interactions à vitesse infinie (Bohm) ou

---

22. S. Gudder, «J. Math. Phys.» 11, 431 (1970).

23. J. S. Bell: 1) «Physics» 195 (1962). 2) «Rev. Mod. Phys.» 38, 447 (1966). 3) In: *Found. of Quantum Mech.* B. d'Espagnat Ed., Academic Press.

24. Voir, par exemple: L. de Broglie, C.R.A. Sc. Paris, 278 (1974), série B-721, J. P. Vigier, C. R. Ac. Sc. Paris, 279 (1974), Série B-1, de Broglie et al., «Found. of Phys.» 6, 3 (1976); G. Lochak, «Cahiers Fund. Scientiae» 38, 1975.

25. Roy Singh, «J. Phys. A. Math. Gen.» 11, 1167 (1978).

de vitesses superlumineuses (Vigier) qui expliqueraient le paradoxe EPR, donc l'abandon de la localité pour sauver la causalité.

4) La tendance réaliste (Einstein, de Broglie) suivie par un nombre de physiciens qui soutiennent la validité de la causalité et de la localité. Ces auteurs (de Broglie, Lochak et autres) soutiennent que les présupposés des inégalités de Bell sont tels que leur éventuelle violation n'est pas une preuve contre l'existence de variables cachées locales[26].

Personellement, je pense qu'il n'est pas utopique d'espérer que la conception d'Einstein, c'est-à-dire la validité de la causalité et de la localité, arrivera à s'imposer par le dépassement de la crise actuelle. D'ailleurs, une théorie à paramètres locaux ne doit pas être conforme au schéma du déterminisme dynamique. Probabilités et causalité ne sont pas deux concepts incompatibles et la théorie actuelle est déjà déterministe dans un sens nouveau.

Ce sont l'expérience et l'évolution de la théorie qui décideront de l'avenir des variables cachées. Nous voulons pourtant souligner ici que les défenseurs de cette hypothèse ne veulent pas restituer une sorte de déterminisme mécaniste en physique, mais d'établir des relations causales dynamiques, dans certaines classes de microphénomènes statistiques. L'hypothèse des variables cachées constitue une provocation épistémologique et physique face à l'affirmation que la description actuelle est complète. Elle constitue, de ce point de vue, un motif pour des travaux de recherche et des hypothèses nouvelles.

Il faudrait aussi souligner que le caractère probabiliste et le treillis non booléen ne prouvent pas l'inexistence de causalité et de déterminisme en microphysique. Nous sommes, en mécanique quantique, face à un nouveau type de déterminisme: *le déterminisme statistique quantique*. La statistique ne signifie pas le manque de causalité ou de détermination. Elle signifie une forme plus fine de détermination physique.

Η ΚΒΑΝΤΙΚΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΕΙΝΑΙ ΠΛΗΡΗΣ ΘΕΩΡΙΑ;

Περίληψη.

Τὸ κύριο ἐρώτημα τῆς παρούσας ἐργασίας ἀφορᾶ τὴν πληρότητα τῆς κβαντικῆς μηχανικῆς. Τὸ βασικὸ ἐρώτημα, καθὼς καὶ τὰ ἐπιστημολογικὰ προβλήματα ποὺ συνδέονται μ' αὐτό, διερευνοῦνται μέσα ἀπὸ τὴν ἀνάλυση

26. Pour une analyse critique de ces tendances, voir E. Bitsakis, *Physique et Matérialisme*, op. cit. (Annexe).

τῆς λογικῆς δομῆς τῆς θεωρίας. Γιὰ τὸ σκοπὸ αὐτὸ εἰσάγονται στὴν ἀρχὴ ὁρισμένες βασικὲς ἔννοιες τοῦ προτασιακοῦ λογισμοῦ καὶ ἰδιαίτερα ἡ ἔννοια τοῦ πλέγματος καὶ τοῦ προτασιακοῦ συστήματος.

Πρὶν ἀπὸ τὴ μελέτη τῶν κβαντικῶν συστημάτων ἀναλύεται ἡ δομὴ τῶν προτάσεων ποὺ ἀφοροῦν κλασικὰ φυσικὰ συστήματα. Ἡ δομὴ Boole, ποὺ χαρακτηρίζει τὸ πλέγμα τῶν προτάσεων ποὺ ἀφοροῦν αὐτὰ τὰ συστήματα, ἀντιστοιχεῖ στὴν παραδοχὴ ὅτι κατὰ τὴ μέτρηση δὲν μεταβάλλεται ἡ ταυτότητα τοῦ συστήματος. Ἡ ἰσχὺς τῆς κλασικῆς λογικῆς εἶναι συνεπῶς αὐτονόητη γι' αὐτὰ τὰ συστήματα. Ἀντίστοιχα, ἡ παραδοχὴ ὅτι ἡ μέτρηση δὲν διαταράσσει τὸ φυσικὸ σύστημα, συνεπάγεται τὴ συμβατότητα ὅλων τῶν παραμέτρων ποὺ τὸ χαρακτηρίζουν, ἄρα τὴ δυνατότητα μὲ ταυτόχρονη ἢ διαδοχικὴ μέτρηση ὅλων τῶν παραμέτρων ποὺ καθορίζουν μιὰ κατάσταση. Ἔτσι θεμελιώνεται ἡ δυνατότητα γιὰ πλήρη γνώση τῆς κατάστασης καὶ γιὰ ἐπιβεβαίωση τῆς ἰσχύος τῆς ἀρχῆς τῆς αἰτιότητας. Μιὰ πιθανοκρατικὴ περιγραφὴ ἑνὸς συνόλου κλασικῶν συστημάτων θεωρεῖται μὴ πλήρης περιγραφή, ἡ ὁποία μπορεῖ νὰ ἀναχθεῖ σὲ μιὰ αἰτιοκρατικὴ περιγραφὴ μὲ τὴν εἰσαγωγὴ συμπληρωματικῶν παραμέτρων (τῶν κλασικῶν λανθανουσῶν παραμέτρων).

Ἡ κατάσταση εἶναι διαφορετικὴ μὲ τὰ κβαντικὰ συστήματα. Σύμφωνα μὲ τὶς ἀνισότητες τοῦ Heisenberg, ἡ διαταραχὴ ποὺ προκαλεῖ τὸ «κβάντο» δράσης κατὰ τὴ μέτρηση, καθιστᾶ ἀδύνατη τὴν ἀκριβῆ μέτρηση ζευγῶν συμπληρωματικῶν παραμέτρων (παραμέτρων ποὺ οἱ τελεστές τους δὲν ἀντιμετατίθενται).

Ἡ προηγούμενη συμβατότητα συνεπάγεται τὸ γεγονὸς ὅτι τὸ πλέγμα τῶν προτάσεων ποὺ ἀφοροῦν ἕνα κβαντικὸ σύστημα δὲν εἶναι πλέγμα Boole. Κατὰ συνέπεια στὸ χαρακτηριστικὸ αὐτὸ τῶν κβαντικῶν συστημάτων μπορεῖ νὰ δοθεῖ μιὰ καθαρὰ ὑπερασιοναλιστικὴ ἑρμηνεία. Ὡστόσο ἡ αἰτιολόγηση αὐτὴ τοῦ μὴ κλασικοῦ χαρακτήρα τοῦ κβαντικοῦ πλέγματος, δὲν ἀναδεικνύει τὴν καθολικότητα καὶ τὸ βάθος τῆς διαφορᾶς τῶν κλασικῶν καὶ τῶν κβαντικῶν συστημάτων. Πράγματι εἶναι δυνατὸν νὰ φαντασθοῦμε πειράματα — καὶ στὸ κείμενο προτείνεται ἕνα τέτοιο πείραμα — ὅπου εἶναι δυνατὴ ἡ ταυτόχρονη μέτρηση συμπληρωματικῶν (ἄρα ἀσύμβατων, κατὰ τὴν τρέχουσα ἑρμηνεία) παραμέτρων. Κατὰ τὴν ἄποψη ποὺ ὑποστηρίζεται ἐδῶ, ἡ θεμελιώδης διαφορὰ κλασικῶν-κβαντικῶν συστημάτων ἀποκαλύπτεται μὲ τὴν ἀνάλυση ἑνὸς ἄλλου χαρακτηριστικοῦ τῆς κβαντικῆς μηχανικῆς: τοῦ πιθανοκρατικοῦ χαρακτήρα της. Πράγματι, ἀποδεικνύεται εὔκολα ὅτι τὸ πλέγμα τῶν προτάσεων ποὺ ἀφορᾶ ἕνα σύνολο συστημάτων γιὰ τὰ ὁποῖα ἰσχύει ἡ ἀρχὴ τῆς ἐπαλληλίας, δὲν εἶναι πλέγμα Boole. Ἀλλὰ γιὰ τὰ κβαντικὰ συστήματα ἰσχύει ἡ ἀρχὴ τῆς ἐπαλληλίας, ἄρα τὰ κβαντικὰ πλέγματα δὲν εἶναι πλέγματα Boole. Στὴ συνέχεια διερευνᾶται ἡ βαθύτερη σημασία τῆς ἀρχῆς τῆς ἐπαλληλίας καὶ ὑποστηρίζεται ἡ ἄποψη ὅτι ἡ ἀρχὴ αὐτὴ ἐκφράζει τὴ δυνατότητα τῶν κβαντικῶν συστημάτων νὰ μετασχηματίζονται ποιοτικὰ κατὰ τὴ μέτρηση (ἢ αὐθόρμητα στὴ φύση). Ἀλλὰ ποιοτικὸς μετασχηματισμὸς σημαίνει καταστροφὴ τῆς ταυτότητας τοῦ συστήματος, γέννηση νέων στοιχείων πραγματικότητας, ἄρα παραβίαση τῆς τυπικῆς λογικῆς ποὺ εἶναι ἡ λογικὴ τῶν πλεγμάτων Boole. Κατὰ τὴν ἄποψη ποὺ ἀναπτύσσεται, συνεπῶς, ὁ χῶρος τῶν καταστάσεων τοῦ κβαντικοῦ συνόλου δὲν εἶναι, σ' αὐτὴ τὴν περίπτωση, χῶρος ἐνεργείᾳ, ἀλλὰ χῶρος δυνάμει καταστάσεων (ὁ χῶρος Hilbert εἶναι μέτρο τῶν δυνάμει καταστάσεων τοῦ στατιστικοῦ συνόλου).

Ἡ προηγούμενη κατάσταση θεωρήθηκε ἀπὸ τὴν ἐπίσημη ἑρμηνεία σὰν ἀπόδειξη ὅτι ἡ αἰτιοκρατία εἶναι ἀσυμβίβαστη μὲ τὴν κβαντικὴ μηχανική. Ἀλλὰ ἡ αἰτιολόγηση τῆς αὐταρχίας τῶν κβαντικῶν φαινομένων μὲ βάση τὶς ἀνισότητες τοῦ Heisenberg δὲν μπορεῖ νὰ θεωρηθεῖ θεμελιωμένη, ἐπειδὴ ἡ καθολικὴ ἰσχὺς αὐτῶν τῶν ἀνισοτήτων ἔχει βάσιμα ἀμφισβητηθεῖ. Ἀντίστοιχα ἡ ρεαλιστικὴ σχολὴ δὲν θεωρεῖ μὴ ἀναγώγιμες τὶς στατιστικὲς κβαντικὲς κατανομές. Ἡ ὑπόθεση τῶν λανθανουσῶν παραμέτρων ἀποσκοπεῖ στὴν ἀποκατάσταση τῆς δυναμικῆς μορφῆς αἰτιοκρατίας στὸ μικρόκοσμο. Ἡ παραβίαση τῶν ἀνισοτήτων τοῦ Heisenberg, ἢ ἡ ὕπαρξη λανθανουσῶν παραμέτρων, θὰ ἐνσωμάτωναν ἐν μέρει τὸ κβαντικὸ πλέγμα, σὲ ἕνα κλασικὸ πλέγμα Boole. Μιὰ τέτοια ἐνσωμάτωση δὲν θὰ ἐσήμαινε ἐπιστροφὴ στὴ μηχανικὴ μορφὴ αἰτιοκρατίας, ἀλλὰ ἀναγωγὴ (μερικὴ ἢ καθολικότερη) τοῦ κβαντικοῦ στατιστικοῦ καθορισμοῦ, στὴ δυναμικὴ μορφὴ αἰτιοκρατίας. Στὴν περίπτωση αὐτὴ ἡ σημερινὴ θεωρία θὰ ἀποδεικνυόταν μὴ πλήρης.

Ἰωάννινα   Εὐτύχης Μπιτσάκης